

LES ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

1- L'onde mécanique progressive

1-1 Définitions.

▪ Nous appelons une onde mécanique le phénomène de la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel élastique, sans transport de la matière.

▪ L'onde mécanique produit une modification temporaire des propriétés mécaniques du milieu.

▪ Nous appelons le milieu dans lequel l'onde se propage: milieu de propagation comme: la corde, le ressort, l'eau.

▪ Nous appelons le lieu émettant l'onde: la source de l'onde. En général nous le symbolisons par la lettre *S*.



Quant on jette une pierre dans l'eau, on voit des rides circulaires qui se propagent

1-2 L'onde mécanique progressive.

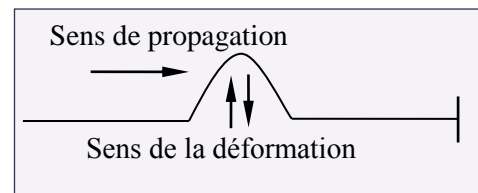
L'onde mécanique progressive est une succession entretenue des signaux mécaniques qui se propagent dans un milieu supposé infini.

Nous pouvons générer une onde mécanique progressive par la vibration entretenue d'une source.

1-3 Onde transversale- Onde longitudinale.

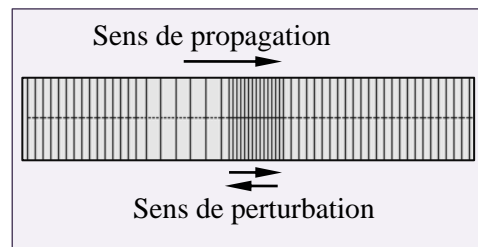
a- Une onde est transversale lorsque la direction de la déformation (ou perturbation) et la direction de la propagation de l'onde sont perpendiculaires.

Exemple: l'onde qui se propage le long d'une corde élastique.



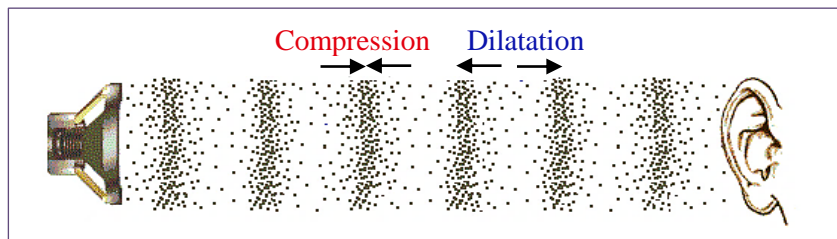
b- Une onde est longitudinale lorsque la direction de la déformation (ou perturbation) et la direction de la propagation de l'onde ont la même direction.

Exemple: l'onde qui se propage le long d'un ressort lorsque nous comprimons quelques spires à son extrémité.



1-4 L'onde sonore

Le son est une onde mécanique (il ne se propage pas dans le vide), sa propagation nécessite la présence d'un milieu matériel élastique (les gaz, les liquides et les corps solides).



Les ondes sonores sont des ondes longitudinales caractérisées par des fluctuations de densité et de pression.

L'onde sonore se propage grâce à une compression immédiatement suivie d'une dilatation des couches du milieu de propagation (par exemple les couches de l'air).

2- Propriétés générales des ondes

2-1 Direction de propagation d'une onde

Une onde se propage, à partir de sa source, dans toutes les directions qui lui sont offertes. Nous distinguons ainsi les ondes à une, deux ou trois dimensions:

a- Onde à une dimension: La propagation a lieu dans une seule direction (mais éventuellement dans les deux sens). C'est le cas, par exemple, de l'onde se propageant le long d'une corde.

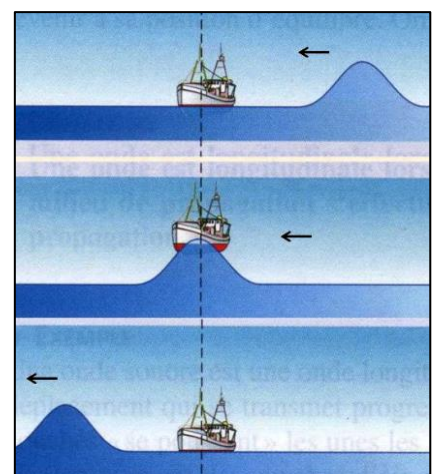
b- Onde à deux dimensions: La propagation a lieu dans un plan (milieu bidimensionnel). C'est le cas de l'onde engendrée à la surface de l'eau lorsqu'on jette une pierre.

c- Onde à trois dimensions: La propagation a lieu dans l'espace à trois dimensions. C'est le cas d'une onde sonore.

2-2 Transfert d'énergie sans transport de matière

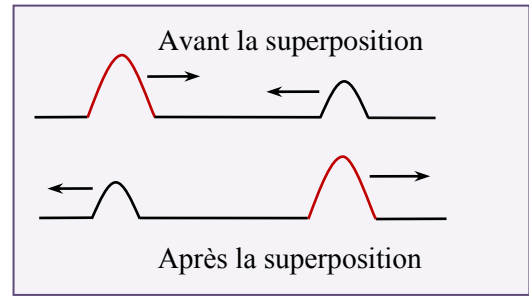
La propagation d'une onde mécanique progressive dans un milieu quelconque est accompagnée par le transfert de l'énergie sans transport de la matière. L'exemple ci-contre illustre ces propriétés. Au passage de l'onde le bateau s'élève son énergie potentielle augmente mais le bateau reste à la même abscisse.

Remarque: à cause de frottements divers, l'énergie transportée diminue au cours de la propagation de l'onde, cela se traduit par une diminution de l'amplitude dans la direction de la propagation.



2-3 Superposition de deux ondes mécaniques

Deux ondes se propageant dans le même milieu peuvent se croiser sans se perturber mutuellement. Elles se superposent dans la zone où elles se rencontrent et continuent de se propager.



3- Célérité de propagation d'une onde

3-1 Définition

La Célérité d'une onde dans un milieu est la vitesse de déplacement de la perturbation. Elle est donnée par la relation suivante: $v = \frac{d}{\Delta t}$ telles que:

- v est la célérité de l'onde ($m.s^{-1}$).
- d est la distance parcourue (m).
- Δt est la durée du parcours (s).

3-2 facteurs influençant la célérité de propagation

Pour un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante et indépendante de la forme de la perturbation. Tandis qu'elle dépend de la nature du milieu : son élasticité, son inertie et de sa température.

a- Influence de l'élasticité du milieu:

La célérité d'une onde augmente avec l'élasticité du milieu de propagation.

Exemple: La célérité d'une onde le long d'une corde augmente avec l'augmentation de sa tension.

b- Influence de l'inertie du milieu:

- **L'inertie** d'un milieu ou d'un système représente la résistance que ce milieu ou ce système oppose lorsqu'on cherche à le mettre en mouvement.

Par exemple, l'inertie d'une corde est représentée par sa **masse linéique** (masse par unité de longueur).

- La célérité d'une onde dans un milieu dépend de son inertie. Plus l'inertie du milieu est grande et plus la célérité de l'onde se propageant dans ce milieu est faible.

- La célérité d'une onde le long d'une corde est donnée par: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

où F est la tension de la corde et $\mu = \frac{m}{l}$ sa masse linéique.

N.B.:

* Pour l'onde sonore, la célérité augmente avec la densité du milieu de propagation. $v_{\text{gaz}} < v_{\text{liquide}} < v_{\text{solide}}$

Milieu de propagation	L'air	L'eau	L'acier
Célérité du son ($m.s^{-1}$)	340	1500	5940

* Pour les gaz, la célérité du son augmente avec la température du milieu.

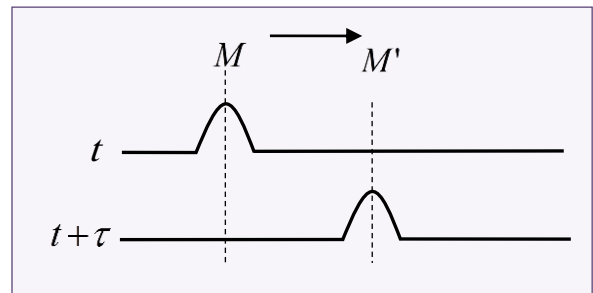
* La célérité d'une onde sur la surface de l'eau est : $v = \sqrt{gh}$, telles que

g est l'intensité de pesanteur et h est la profondeur de l'eau.

3-3 Notion de retard

Au cours de la propagation d'une onde mécanique non amortie, tous les points du milieu de propagation subissent la même perturbation que la source S mais avec un

retard τ_M tel que: $\tau_M = \frac{SM}{v}$



En général: Le retard d'un point M' par rapport un point M est donné par:

$$\tau = \frac{M'M}{v}$$

N.B: $y_M(t) = y_S(t - \tau)$ tel que y représente l'allongement.

Exercice d'application 1:

Une onde mécanique est engendrée à la date $t = 0s$, à l'extrémité d'une corde, elle se propage à une célérité $v = 5m.s^{-1}$.

Nous considérons les points M , N et P de la corde telles que: $SM = 10m$; $SN = 12m$; $SP = 15m$.

Sachant que la durée de perturbation est $\Delta t = 0,2s$, décrire l'état de ces points à l'instant $t = 2,5s$.

Solution:

- Le retard du point M par rapport à la source S est: $\tau_M = \frac{SM}{v} = 2s$

L'onde arrive au point M à l'instant $t_M = 2s$ et en considérant la durée de perturbation, elle aura dépassé ce point à l'instant $t'_M = \tau_M + \Delta t = 2,2s$ donc à l'instant $t = 2,5s$ le point M est au repos.

- Le retard du point N par rapport à la source S est: $\tau_N = \frac{SN}{v} = 2,4s$

Et en considérant la durée de perturbation l'onde arrive au point N à l'instant $t_N = 2,4s$ pour qu'elle le dépasse à l'instant $t'_N = 2,6s$ donc à l'instant $t = 2,5s$ le point N est en vibration.

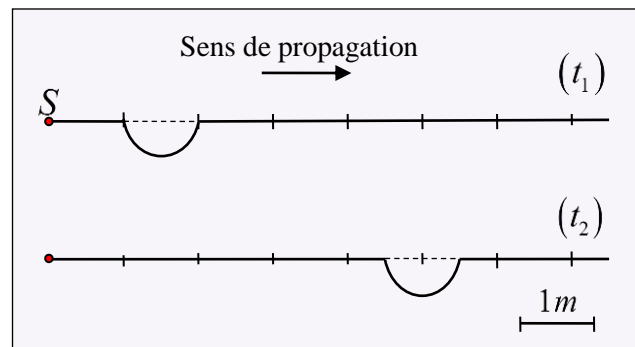
- Le retard du point P par rapport à la source S est : $\tau_P = \frac{SP}{v} = 3s$

Donc à l'instant $t = 2,5s$ le point P est encore immobile.

Exercice d'application 2:

La figure ci-dessous représente l'aspect d'une corde tendue à deux instants différents $t_1 = 3s$ et $t_2 = 6,5s$.

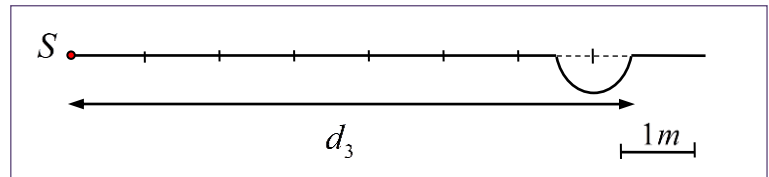
- 1- Calculer la célérité de l'onde le long de la corde.
- 2- Déduire la durée de déformation.
- 3- à quel instant la perturbation a-t-elle commencé sa course à partir de la source?
- 4- Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t_3 = 8,5s$.



Solution:

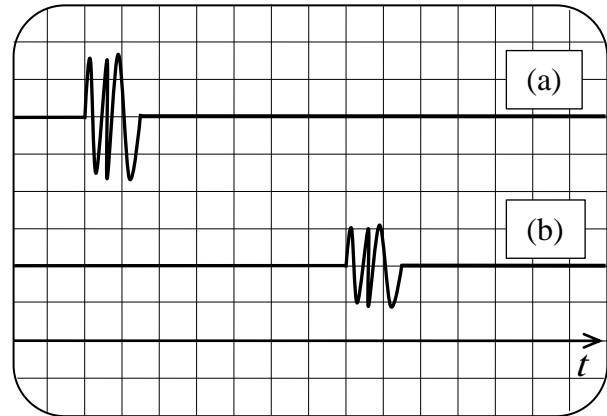
- 1- La célérité de l'onde est: $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{t_2 - t_1}$ A.N: $v = 1m.s^{-1}$
- 2- La durée de déformation θ : à partir de la figure, nous déterminons la longueur de déformation $l = 1m$, et en considérant la relation $\theta = \frac{l}{v}$ nous trouvons:
 $\theta = 1s$
- 3- Déterminons t_0 : à l'instant t_1 la perturbation (l'ébranlement) a parcouru la distance $d_1 = 2m$ et nous écrivons: $v = \frac{d_1}{t_1 - t_0}$. d'où: $t_0 = t_1 - \frac{d_1}{v}$ A.N: $t_0 = 1s$
- 4- L'aspect de la corde: à l'instant t_3 : l'onde parcourt la distance d_3 .
Et comme: $v = \frac{d_3}{t_3 - t_0}$ on trouve : $d_3 = v \cdot (t_3 - t_0)$
A.N: $d_3 = 7,5m$

D'où l'aspect de la corde est donné ci-contre:



Exercice d'application 3: Ondes ultrasonores

Devant un émetteur d'ondes ultrasonores, nous plaçons deux récepteurs R_1 et R_2 séparés par une distance $d = 23,8 \text{ cm}$. Le récepteur R_1 est le plus proche de la source. Les deux récepteurs R_1 et R_2 sont liés respectivement aux entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope. La figure ci-contre représente l'enregistrement obtenu, la sensibilité horizontale choisie vaut $100 \mu\text{s} / \text{div}$



- 1- Assigner chaque courbe à l'entrée qui lui correspond.
- 2- Déterminer la durée de la perturbation.
- 3- Calculer v_1 la célérité de l'onde ultrasonore dans l'air.
- 4- En médecine, les ondes ultrasonores sont utilisées pour faire des échographies. Nous donnons la célérité v_2 de l'onde ultrasonore dans le corps humain: $v_2 = 1500 \text{ m.s}^{-1}$.
 - 4-1- Comparer v_1 et v_2 . Interpréter.
 - 4-2- Au cours de l'échographie du cœur d'un patient, nous mesurons la durée Δt_2 entre l'émission et la réception de l'onde ultrasonore, nous trouvons: $\Delta t_2 = 20 \mu\text{s}$
Calculer la distance l entre le capteur (source) et le cœur du patient.

Solution:

- 1- La courbe (a) correspond à l'entrée Y_1 et la courbe (b) correspond à l'entrée Y_2 .
- 2- Graphiquement, la durée de la perturbation est:
 $\theta = 1,5 \times 100 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
- 3- La célérité de l'onde est: $v_1 = \frac{d}{t_2 - t_1}$

Graphiquement, nous trouvons: $t_2 - t_1 = 7.10^{-4} s$, d'où : $v_1 = 340 m.s^{-1}$

4-

4-1 $v_2 > v_1$ car le corps humain est plus dense que l'air.

4-2 La distance l : nous avons $v_2 = \frac{2l}{\Delta t_2}$ d'où: $l = \frac{v_2 \times \Delta t_2}{2}$

A.N: $l = 0,015m = 1,5cm$

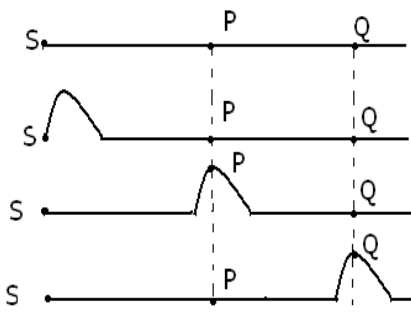
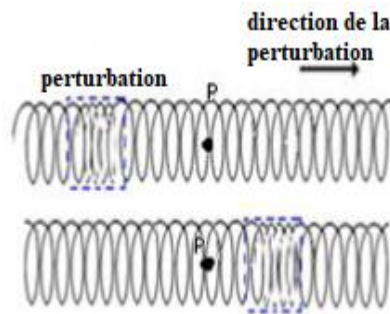
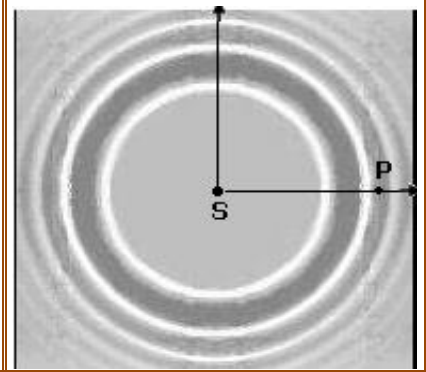
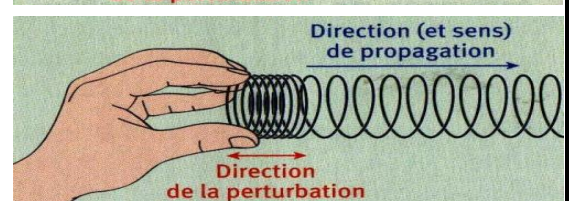
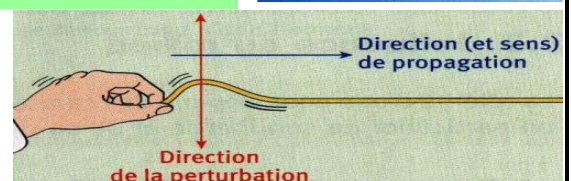
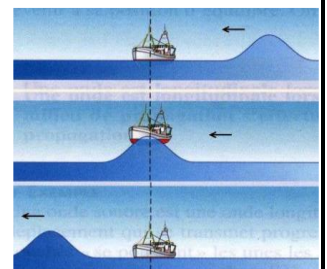
Première Partie :Les ondes

Unité 1

5 H

Les ondes mécaniques progressives

الموجات الميكانيكية المتوالية

2^{ème} Bac Sciences
PhysiqueI – Les ondes mécaniques progressives :1– Activité :**Exp 1 :** On déplace l'extrémité de la corde tendue au point S.**Exp 2 :** On comprime quelques spires du ressort puis on les libère.**Exp 3 :** On laisse tomber une pierre à la surface de l'eau.a- Dire ce qui arrive à la **corde** et au **ressort** et à la **surface de l'eau**.**Perturbation** de la **corde**, du **ressort** et de la **surface de l'eau** s'est **produite**.b- Quelle est la **nature** du **milieu** dans **chaque expérience** ?Le **milieu** de l'**expérience 1** est la **corde**, de l'**expérience 2** est le **ressort** et de l'**expérience 3** est l'**eau**.c- La **propagation** de l'onde est-elle **accompagnée** du **transport de matière** ?On observe que les **points de propagation** du **milieu** se déplacent pendant le **passage** de la **perturbation** puis **reviennent** à sa **position initiale**, on déduit que la **propagation** de l'**onde** n'est pas accompagnée du **transport de matière**.d- Proposer une **définition** de l'**onde mécanique**.Une **onde mécanique** est le **phénomène** de **propagation** d'une **perturbation** dans un **milieu matériel élastique** sans **transport de matière**.2– Définitions :**L'onde mécanique** : est le **phénomène** de **propagation** d'une **perturbation** dans un **milieu matériel élastique** sans **transport de matière** qui forme ce **milieu** mais **avec transport d'énergie**.**L'onde mécanique progressive** : est une **succession continue** des **signaux mécaniques**, résultant d'une **perturbation entretenue** et **continue** de la **source d'onde**.**Onde transversale** : est celle dont la **direction** de la **perturbation** du **milieu** est **perpendiculaire** à la **direction** de la **propagation**.**Onde longitudinale** : est celle dont la **direction** de la **perturbation** du **milieu** est **alignée** avec la **direction** de la **propagation**.

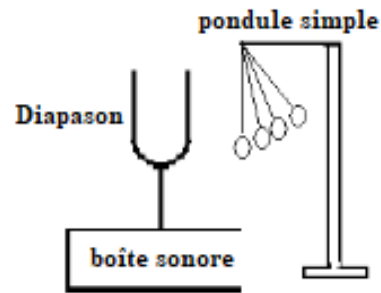
3- L'Onde sonore :

3-1- Activité :

Exp 1 : on allume le téléphone, puis on vide la cloche de l'air par une pompe.



Exp 2 : on frappe le diapason.



a- Dire ce qui arrive au **son émis** par le **téléphone** lorsqu'on **vide** de l'**air** ? Que concluez-vous ?

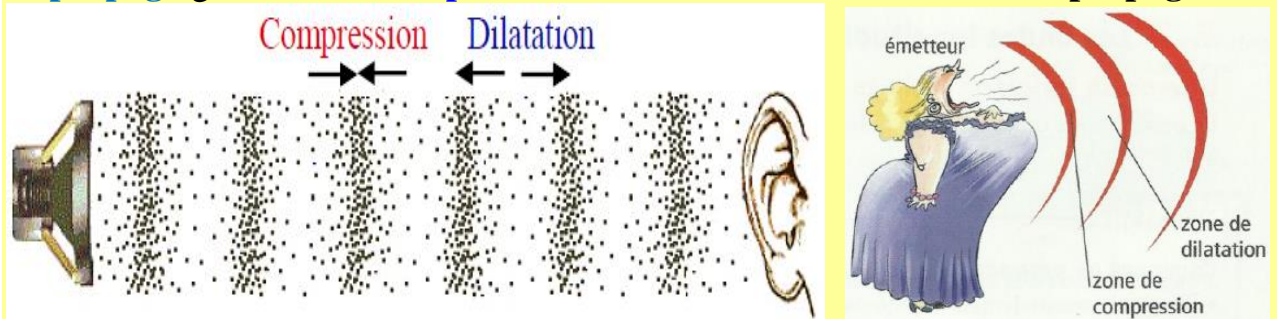
On observe l'**absence de son** Après le **vidage** de l'**air**, on conclut que le **son** ne se **propage** pas dans le **vide** mais il **nécessite** un **milieu matériel** pour se **propager**.

b- Dire ce qui arrive à la **balle** après avoir **frappé** le **diapason** ? Conclure la **nature** de l'**onde sonore** ?

Lorsqu'on **frappe** le **diapason**, la **balle** se **déplace horizontalement**, ce qui indique que la **direction de perturbation** et celle de **propagation** sont **alignées**, donc le **son** est une **onde longitudinale**.

3-2- Conclusion :

Le **son** est une **onde mécanique progressive longitudinale** se **propage** dans les **milieux matériels** (solide et liquide et gaz) et ne se propage pas dans le **vide**, et il se **propage** grâce à une **compression** et une **dilatation** du **milieu de propagation**.



II – Les propriétés générales d'une onde mécanique :

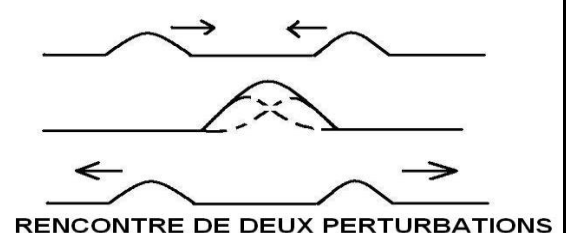
1- Direction de propagation de l'onde :

Une **onde** se **propage**, à partir de **sa source**, dans **toutes** les **directions** qui lui sont **offertes**. Dans le cas de la **corde** et le **ressort**, l'**onde** se **propage** dans un **milieu unidimensionnel**, et dans le cas de l'**eau**, l'**onde** se **propage** dans un **milieu bidimensionnel**, et dans le cas du **son**, l'**onde** se **propage** dans un **milieu tridimensionnel**.



2- La superposition de deux ondes mécaniques :

Lorsque **deux ondes mécaniques** (d'une **perturbation très faible**) se **croisent**, elles se **superposent** et **continuent** à se **propager** après leur rencontre **sans se perturber** (elle garde la **même forme** et la **même célérité**).



Lors de leur rencontre, les amplitudes des deux ondes s'ajoutent.

III – La vitesse de propagation d’une onde :

1– Définition :

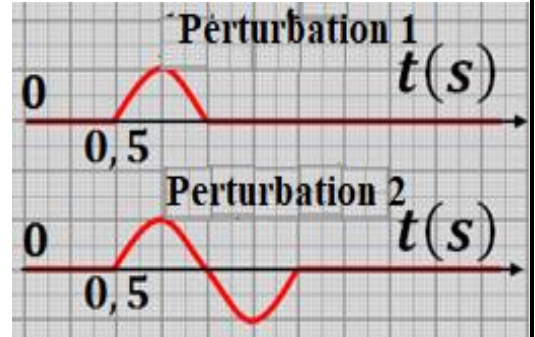
On définit la **vitesse de propagation** d’une **onde** par la relation suivante : $V = \frac{d}{\Delta t}$

avec **d** : la **distance parcourue** par l’**onde** sur la **durée Δt** .

2– Facteurs influençant la vitesse de propagation :

Effet de la forme de la perturbation :

Les **courbes** représentent les **variations d’allongement** d’un **point M** appartient à une **corde**, située à une **distance** de $SM = 5\text{ m}$ de la **source S**. On considère l’**instant de début** de vibration de la **source** comme **origine des dates** ($t_s = 0$).

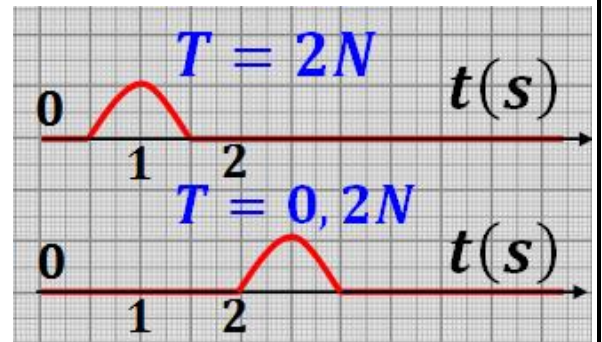


a- Est-ce que la forme de la perturbation a un effet sur la vitesse de propagation ?

On remarque que : $V_1 = V_2 = \frac{SM}{\Delta t} = cte$. donc la forme de la perturbation n’a pas un effet sur la vitesse de propagation.

Effet de la tension de la corde :

Les **courbes** représentent les **variations d’allongement** d’un **point M** où on modifie la **tension** de la **corde**. Avec $SM = 5\text{ m}$.



b- Est-ce que la tension de la corde a un effet sur la vitesse de propagation ?

La tension	$T_1 = 0,2\text{ N}$	$T_2 = 2\text{ N}$
La vitesse de propagation	$V_1 = \frac{SM}{\Delta t} = \frac{5}{2} = 2.5\text{ m/s}$	$V_2 = \frac{SM}{\Delta t} = \frac{5}{0.5} = 10\text{ m/s}$

On remarque que : $V_1 \neq V_2$, donc la tension de la corde a un effet sur la vitesse de propagation.

On a $T_2 > T_1$ et $V_2 > V_1$, donc plus la tension de la corde augmente plus la vitesse de propagation augmente.

Effet de la masse linéaire μ :

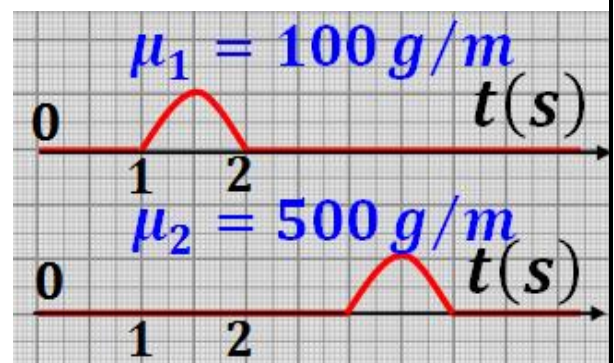
Les **courbes** représentent les **variations d’allongement** d’un **point M** où on modifie seulement la **masse linéaire**.

La **masse linéaire μ** est définie par la relation :

$$\mu = \frac{m}{l}$$

avec **m** La **masse** de la **corde**.

l La **longueur** de la **corde**.



c- Est-ce que la masse linéaire a un effet sur la vitesse de propagation ?

la masse linéaire μ	$\mu_1 = 100 \text{ g/m}$	$\mu_2 = 500 \text{ g/m}$
La vitesse de propagation	$V_1 = \frac{SM}{\Delta t} = \frac{5}{1} = 5 \text{ m/s}$	$V_2 = \frac{SM}{\Delta t} = \frac{5}{3} = 1.7 \text{ m/s}$

On remarque que $V_1 \neq V_2$, donc la masse linéaire a un effet sur la vitesse de propagation.

On a $\mu_2 > \mu_1$ et $V_2 < V_1$, donc plus la masse linéaire augmente la vitesse de propagation diminue.

Résumé :

Pour un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante et indépendante de la forme de la perturbation. Tandis qu'elle dépend de la nature du milieu : son élasticité, son inertie et de sa température.

□ La célérité d'une onde le long d'une corde est donnée par : $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

où F est la tension de la corde et $\mu = \frac{m}{l}$ sa masse linéique .

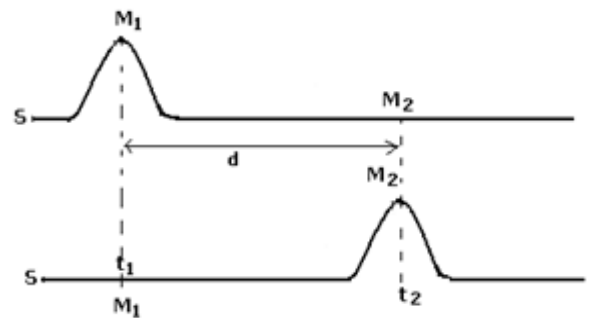
□ La célérité d'une onde sur la surface de l'eau est : $V = \sqrt{g \cdot h}$,

où g est l'intensité de pesanteur et h est la profondeur de l'eau.

3- Le retard :

On considère une onde mécanique se propage dans un milieu unidimensionnel sans amortissement, on crée une déformation à S l'une de extrémités d'une corde à l'instant $t_0 = 0$. Cette perturbation se propage avec la vitesse V et atteint un point M_1 à l'instant t_1 , et à l'instant t_2 elle atteint un point M_2 qui répète le même mouvement de M_1 avec un retard τ de sorte que

$$\tau = \frac{M_1 M_2}{V}$$



4- Comparaison du mouvement d'un corps avec la propagation d'une onde mécanique :

Mouvement du corps	Propagation de l'onde
Pendant le mouvement la matière se déplace	Pendant le mouvement l'énergie se transfert
Le mouvement effectue dans une trajectoire spécifique	L'onde se propage dans toutes les directions possibles
Peut être effectué dans le vide	Elle ne se propage pas dans le vide
La vitesse dépend des conditions initiales	La vitesse ne dépend pas des conditions initiales mais dépend de la nature du milieu

ONDES MECANQUES PROGRESSIVES



I- Propagation d'un ébranlement.

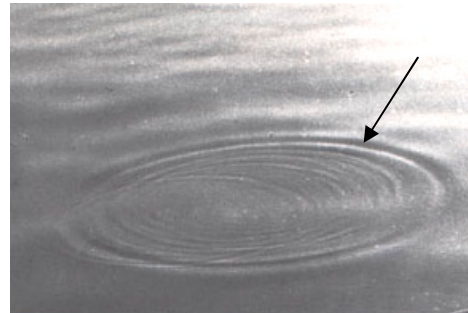
1)- Exemples de propagation d'un ébranlement:

a)- Des rides à la surface de l'eau : on fait tomber un objet dans l'eau et on enregistre le mouvement observé. On observe le déplacement d'une ride circulaire.

a₁. Quelle est la nature géométrique du milieu de propagation ?

a₂. Dans quelle direction se propage l'ébranlement ?

a₃. Comment se déplace chaque point de la surface de l'eau ? Comparer la direction de propagation de l'ébranlement avec celle du mouvement d'un point de la surface de l'eau.



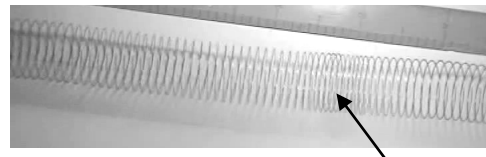
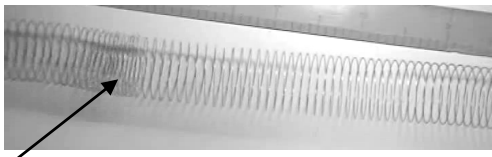
b)- Propagation d'un ébranlement le long d'une corde : On soumet une corde horizontale à une brusque secousse verticale et on observe le déplacement de l'ébranlement le long de la corde.

b₁. Représenter l'aspect de la corde à une date quelconque au cours de la propagation de l'ébranlement.

b₂. Comparer la direction de la propagation de l'ébranlement à celle de la corde. Quelle est la nature géométrique du milieu de propagation ?

b₃. Comment se déplace chaque point de la corde ? Comparer la direction de propagation de l'ébranlement avec celle du mouvement d'un point de la corde.

c)- Compression des spires d'un ressort : On comprime quelques spires à une extrémité, d'un ressort tendu horizontalement puis on lâche brusquement. On observe le déplacement de la compression le long du ressort.



c₁. Schématiser approximativement l'aspect du ressort à une date quelconque au cours de la propagation de l'ébranlement.

c₂. Comparer la direction de la propagation de l'ébranlement à celle du ressort. Quelle est la nature géométrique du milieu de propagation ?

c₃. Comparer la direction de propagation de l'ébranlement avec celle du mouvement des spires.

e)- Propagation du son

Le son a besoin d'un corps pour se propager et ne peut pas exister dans le vide. ex : lorsqu'on installe une sonnerie électrique sous une cloche en verre reliée à une pompe à vide

le son de la sonnerie disparaît progressivement lorsqu'on actionne la pompe. Une explosion sur la lune pourra être vue mais pas entendue. Si le vide est le seul obstacle absolu au propagation du son, plusieurs matériaux sont très mauvais conducteurs : les corps mous (cire, plomb etc.) et les corps poreux (tissus, coton, laine de verre etc.) Par contre de



nombreux corps naturels conduisent bien le son. L'air mais aussi l'eau, l'acier, le béton armé, canalisations d'acier etc.

Une perturbation sonore a une propagation radiale (longitudinale), comme la perturbation provoquée par une pierre tombant dans l'eau, mais dans le cas du son, cette propagation radiale est sphérique et non plane. Elle se fait parallèlement à la direction de propagation.

La propagation d'une perturbation sonore peut être démontrée comme une propagation de condensations (compression) et de raréfactions (dilatation) des particules.



- Le son se propage-t-il dans le vide ?
- Citer quelques matériaux bons conducteurs du son.
- Dans quelle direction se propage le son ? Quelle est la nature géométrique du milieu de propagation du son ?
- Schématiser dans l'espace une perturbation sonore.
- La perturbation sonore est elle longitudinale ou transversale ? Justifier par une phase du texte.
- Colorer par deux couleurs différentes la zone de compression des particules et la zone de dilatation. D'après le texte qu'est ce que la propagation d'une perturbation sonore ?

2)- Définitions : Ebranlement transversal et ébranlement longitudinal

Dans les exemples a) et b) on est en présence d'un ébranlement transversal, dans l'exemple c) on est en présence d'un ébranlement longitudinal. Dédurre de ce qui précède une définition :

- d'un ébranlement,
- d'un ébranlement transversal,
- d'un ébranlement longitudinal.

3)- Milieu de propagation et ces caractéristiques.

- Le milieu de propagation est-il un milieu matériel ? Citer des exemples ?
- Le milieu de propagation reprend-il sa forme après le passage de l'ébranlement ?
Qu'appelle-t-on un tel milieu ?
- Quel type d'ébranlement peut se propager dans un milieu solide ? Fluide ?

4)- Le transport de l'énergie.

On laisse tomber un caillou à la surface libre d'une nappe d'eau, des rides se forment et se propagent à la surface de l'eau.

Quel que soit le nombre des rides qui passe sous les feuilles d'arbre, celles-ci ne quittent pas leurs positions (en absence du vent).



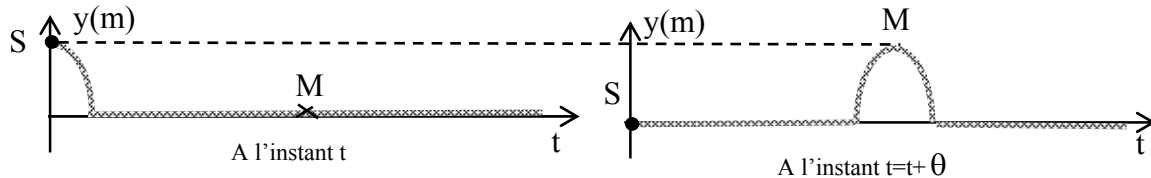
Activité 1

- Quel transfert se produit-il entre le caillou et l'eau pour donner naissance à des rides qui se propagent ?
- Pourquoi un point matériel M du milieu se soulève et revient à sa position au passage d'un ébranlement ?

c-) Au cours de sa propagation la perturbation transporte-t-elle de la matière ? Justifier par des exemples.

Activité 2

On soulève à l'instant t l'extrémité S d'une corde tendue horizontalement. La figure suivante donne l'aspect de la corde à l'instant t et à l'instant $t+\theta$.



- Comparer le mouvement de (S) à $t=0$. A celui d'un point M du milieu après un retard de θ seconde(s).
- Désignant par $y_s(t)$ l'élongation de S à l'instant t . Trouver une relation entre $y_s(t)$ et l'élongation du point M l'instant $t+\theta$.

Activité 3

Recopier les propositions correctes.

- Si l'on néglige les pertes lors de la propagation, on dit que l'énergie se conserve.
- Dans le cas d'un milieu à une dimension, chaque point du milieu recupère intégralement l'énergie de la source au passage de la perturbation.
- Dans le cas d'un milieu à deux dimensions, l'énergie se répartie sur la surface. L'énergie qui arrive en un point donné est d'autant plus faible que l'on s'éloigne de la source.
- Cas d'un milieu à trois dimensions : idem.

5)- La célérité d'un ébranlement.

- Un ébranlement est une déformation de courte durée imposé localement à un milieu de propagation.
- La vitesse à laquelle l'ébranlement se propage s'appelle la célérité.
- Cette vitesse est évaluée dans le référentiel lié au milieu.
- On appelle célérité la vitesse de propagation de l'ébranlement, pour la distinguer de la vitesse de déplacement d'un corps, elle s'exprime dans le système international des mesures en $m.s^{-1}$.

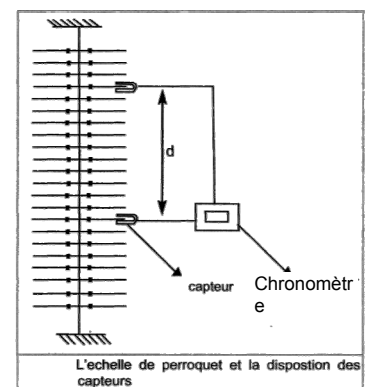
5.1- Expression de la célérité

a-) Etude expérimentale

Expérience n°1

Pour différentes valeurs de la distance d séparant les deux capteurs mesurer la durée Δt de la propagation de l'ébranlement. Consigner les résultats dans le tableau suivant et faite les calculs nécessaires.

d (.....)	
Δt (.....)	
$\frac{d}{\Delta t}$ (.....)	



Expérience n°2

Remplacer le chronomètre par le mesureur de vitesse. Pour les mêmes valeurs de la distance d séparant les deux capteurs mesurer la vitesse v de propagation de l'ébranlement. Consigner les résultats dans le tableau suivant.

d(.....)	
v(.....)	

Expérience n°3

Fixer la distance d . Pour différentes valeurs de l'angle α de la tige supérieur mesurer la vitesse de propagation de l'ébranlement.

Consigner les résultats dans le tableau suivant.

α	
v(.....)	

Expérience n°4 : Voir TP Etude chronophotographique

b-) Exploitation des résultats

D'après les résultats des expériences et des propositions données au début du paragraphe formuler une définition de la célérité d'un ébranlement dans milieu élastique.

5.2- Influence du milieu sur la valeur de la célérité

La célérité de l'ébranlement augmente avec la valeur de la tension du fil de torsion portant les barreaux de l'échelle de perroquet.

La vitesse de propagation du son dépend de la compressibilité du milieu. Elle est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.

Exemples

Type d'ébranlement	Célérité (m.s ⁻¹)
Ebranlement à la surface de l'eau	0,3
Ebranlement le long d'une échelle de perroquet	1
Ebranlement le long d'une corde	10
Ebranlement sonore dans l'air à 20°C	342
Ebranlement sonore dans l'eau à 20°C	1500
Ebranlement sonore dans l'acier	5000
Ebranlement sismique	8000

Autres exemples

Dans CNTP (conditions normales de température et de pression : $p=1 \text{ atm}$ - $t=0^\circ\text{C}$)

$C = 331,4 \text{ m.s}^{-1}$ dans l'air ; $C = 1430 \text{ m/s}$ dans l'eau ; $C = 5200 \text{ m/s}$ dans l'acier.

Le son va d'autant plus vite que le milieu est rigide

Savoir plus : Vitesse supersonique

Tout objet qui se déplace à une vitesse plus grande que celle du son va à une vitesse supersonique.

1 fois la vitesse du son : Mach 1 ; 2 fois la vitesse du son : Mach 2
Mach 1: $v = 330 \text{ m.s}^{-1} = 1188 \text{ km.h}^{-1}$

☒ A partir du tableau et des exemples, dégager influence de la nature du milieu de propagation sur la célérité d'un ébranlement.

II- Propagation d'une onde sinusoïdale entretenue.

Activité 4 : Des définitions

« Une onde mécanique correspond au phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu, sans déplacement de matière. De manière générale, on peut définir une onde comme étant le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements. : Comme ondes mécaniques on peut citer (tremblements de terre, ressort, vagues, houles (1)), les ondes sonores, les ondes de choc...

Les ondes mécaniques se propagent uniquement dans la matière (lorsqu'elle constitue un milieu élastique) avec la célérité 'v' des ébranlements qui se propagent dans le milieu de propagation. Elle est égale à la distance 'd' parcourue par la perturbation divisée par la durée Δt du parcours.

Une onde peut être transversale ou longitudinale selon le caractère longitudinal ou transversal des ébranlements créant l'onde.

Une onde se propage dans un milieu ouvert, progresse indéfiniment en s'éloignant de la source tant que l'énergie qu'elle transporte se conserve ; une telle onde est dite progressive. » »

(1) La houle, est une suite infinie d'ondulations parallèles presque identiques qui se propagent de façon sensiblement uniforme vers le rivage.

Dégager à partir du texte les définitions :

- d'une onde,
- de la célérité de l'onde,
- d'une onde transversale et une onde longitudinale,
- d'une onde progressive.

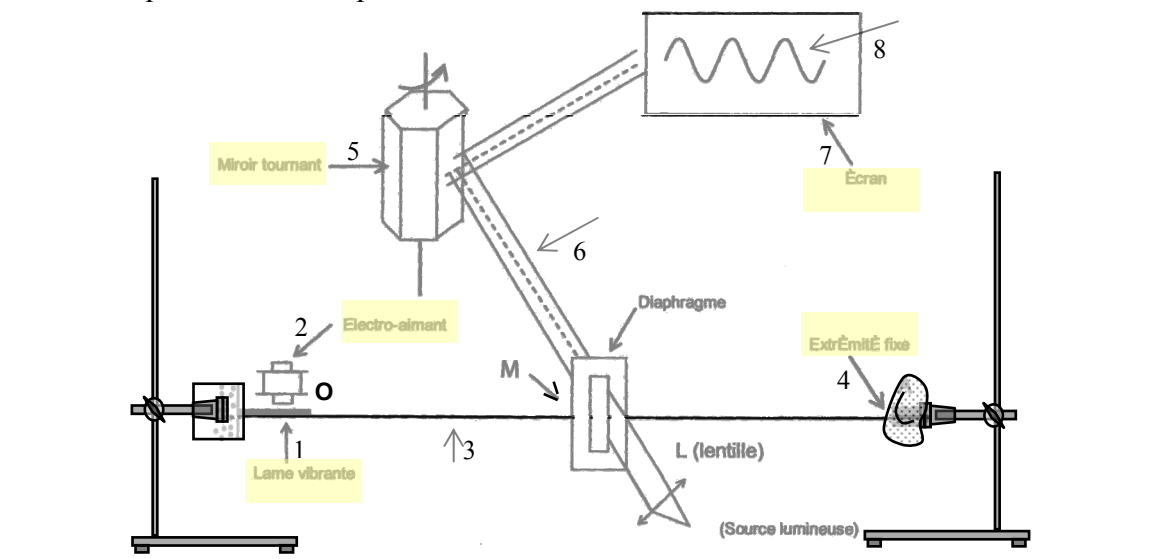
II-1 Propagation d'une onde le long d'une corde élastique tendu.

1- Nature du mouvement d'un point de la corde

Activité 5

On attache une corde élastique entre l'extrémité O d'un vibreur et un support fixe enrobé de coton.

A l'aide d'un dispositif optique on observe sur un écran le mouvement d'un point M de la corde lorsque le vibreur impose à l'extrémité O de la corde des vibrations.



- a-) Légènder la figure ci-dessus.
- b-) Quelle est le rôle du coton ?
- c-) Pourquoi faut-il tendre la corde?
- d-) Au cours de la propagation des ondes à travers la corde, celle-ci parait floue.

Interpréter cette observation.

- e-) Quelle est le rôle du montage optique?
- f-) Quelle est la nature du mouvement d'un M quelconque de la corde ?

2 – Courbe du mouvement et Aspect de la corde

Activité 6

L'animation multimédia permet de simuler le mouvement de chaque point de la corde par contre l'enregistrement vidéo permet de visualiser au ralenti le mouvement d'ensemble de la corde de même qu'une observation stroboscopique.

- a-) Quelle est la nature du mouvement de la source (le point O commun entre la corde et le vibreur).
- b-) Comparer le mouvement d'un point M de la corde à celui de la source.
- c-) Désignons par y_S l'élongation de la source à une date t quelconque et par y_M l'élongation du point M à l'instant t. Représenter la courbe $y_S(t)$ du mouvement de la source et la courbe $y_M(t)$ du mouvement d'un point M de la corde.
- d-) La corde gardera-t-elle le même aspect au cours de la propagation des ondes ?
- e-) Représenter l'aspect de la corde à une date t quelconque.

3 – La double périodicité de l'onde.

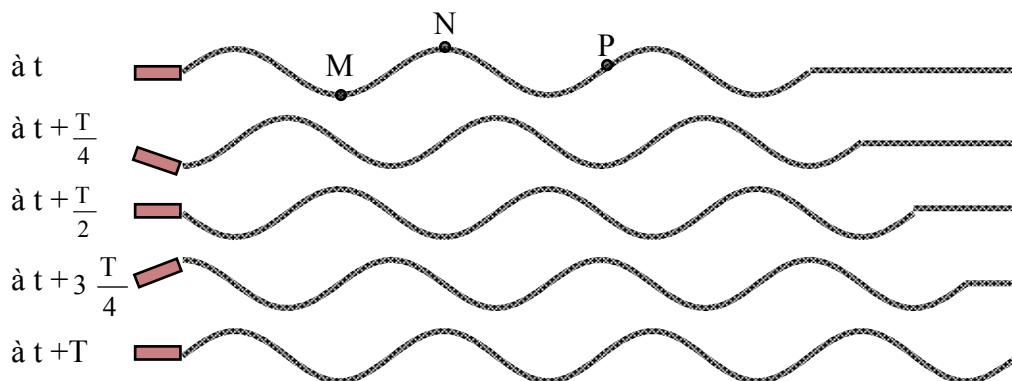
3-1 La période temporelle.

Activité 7

On éclaire une corde affectée par une onde progressive sinusoïdale à l'aide d'un stroboscope émettant des éclairs périodique de période T_e .

Pour une période des éclairs du stroboscope égale à un multiple entier de la période T de vibration du vibreur soit $T_e = p.T$ avec $p \in \mathbb{N}^*$, on observe **l'immobilité apparente** de la corde.

- a-) Les points de la corde vibrent-ils avec la même période ?
- b-) Ainsi que la corde la lame vibrante parait aussi immobile. Comparer la période du mouvement d'un point de la corde avec celle du mouvement de la source.
- c-) La figure suivante représente les aspects de la corde à différentes dates.

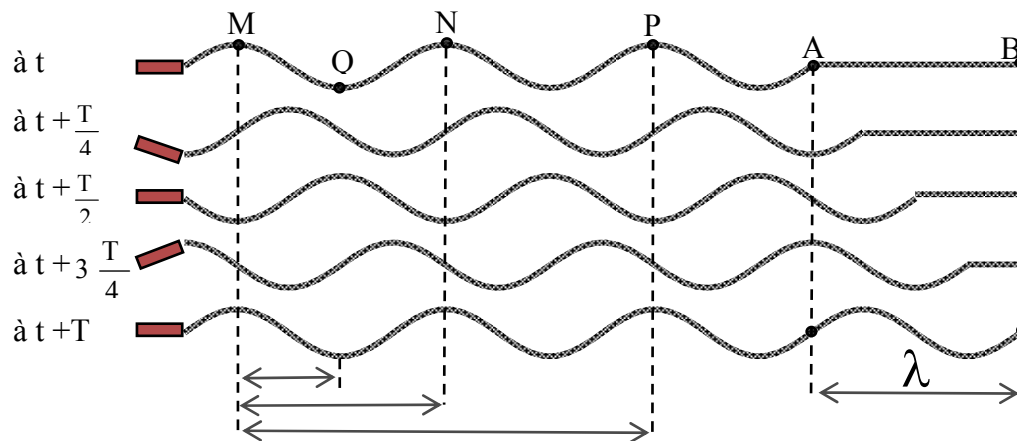


- Marquer la position du point M sur chaque corde. Idem pour les point N et P.
 - **Un point du milieu de vibration se trouve dans le même état vibratoire, lorsqu'il occupe la position en se prêtent à ce déplacer dans le même sens.** Après quelle durée chaque point de la corde retrouve son état vibratoire.
 - On supposant que le vibreur ne s'arrête pas, quelles sont les dates pour le quelle le point M retrouve le même état vibratoire que celui qu'il possède dans la première corde ?
- d-) D'après les questions a-),b-) et c-) déduire une définition de la période temporelle de l'onde.

3-2 La période spatiale ou la longueur d'onde.

Activité 8

La figure suivante représente les aspects à différentes dates d'une corde élastique affectée par une onde progressive sinusoïdale se propageant à la célérité v .

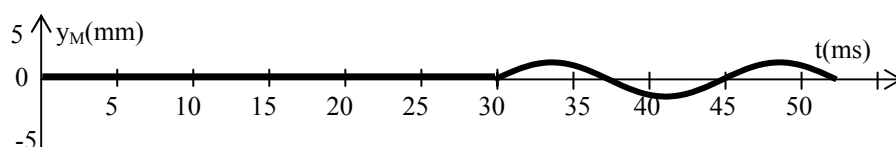


- Quelle durée doit mettre l'onde pour se propager de A vers B ? Déduire une relation entre la distance λ , la vitesse de propagation v et la période temporelle de l'onde T .
- Comparer à chaque instant l'état vibratoire des points M et N, des points M et P puis de M,N et P.
- Quelle est le déphasage entre le points M et N, puis les points M et P.
- Exprimer les distances $d(M,N)$, $d(N,P)$, $d(M,P)$ et $d(M,Q)$ en fonction de la distance λ .
- Comparer la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle à la distance séparant deux point vibrant en phase.
- On appelle λ la longueur d'onde de l'onde ou la période spatiale de l'onde. Déduire des questions précédentes une définition de la longueur d'onde de l'onde.

Exercice :

La courbe suivante représente, la sinusoïde traduisant le mouvement d'un point M d'une corde élastique tendue entre un vibreur alimentée par une tension sinusoïdale et un point fixe absorbant les ondes incidentes.

Pour la tension de la corde choisie, la célérité des ondes est $v=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



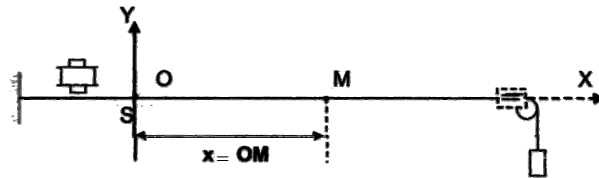
- a-) Quelle est la période temporelle de l'onde.
- b-) Calculer la longueur d'onde de l'onde.
- c-) Quelle est le retard θ mis par l'onde pour atteindre le point M.
- d-) A quelle distance d de la source se trouve le point M ?
- e-) Comparer le mouvement de la source des ondes à celui du point M. Justifier la réponse par deux méthodes.

4- Etude théorique

4-1 Etablissement théorique de l'équation du mouvement d'un point M du milieu de vibration.

Activité 9

A l'extrémité S d'une lame vibrante, on attache une corde horizontale qui passe sur la gorge d'une poulie et au bout de laquelle on suspend un solide. Du côté de la poulie, on met un dispositif qui absorbe l'énergie des ondes incidentes. Le repère d'étude (O,X,Y) a une origine O confondue avec la position de S au repos



L'extrémité S est une source d'onde animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdale d'amplitude a de pulsation ω et de phase initiale φ_s . Le mouvement de la source S démarre à $t_0 = 0$ s ; avant la date $t_0 = 0$ s la corde est entièrement au repos.

- a-) Ecrire l'équation horaire du mouvement du point (S).
- b-) Rappeler le principe de propagation.
- c-) Un point M se trouvant à la distance x de la source, débute son mouvement après un retard θ du démarrage de la source.
 - Exprimer l'élongation $y_M(t)$ du point M à l'instant t en fonction de l'élongation y_s .
 - Dédire l'expression l'élongation $y_M(t)$ en fonction de a , ω , t , θ et φ_s .
 - Exprimer le retard θ en fonction de x et la célérité v de l'onde.
 - Dédire en fonction de a , ω , t , x , φ_s et λ la longueur d'onde de l'onde l'équation horaire du mouvement du point M.

4-2 Déphasage entre la source et un point du milieu de propagation.

Activité 10 :

D'après l'activité 9 l'élongation à chaque instant :

- de la source s'écrit : $y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$.

- de la source s'écrit : $y_M(t) = a \sin(\omega t + \varphi_M)$ avec $\varphi_M = \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda}$

a-) Ecrire l'expression du déphasage entre le mouvement de la source et celui d'un point du milieu de propagation.

Ce résultat restera-t-il valable dans le cas où l'amortissement n'est pas négligeable ?

b-) **Point de la corde vibrant en concordance de phase avec la source:**

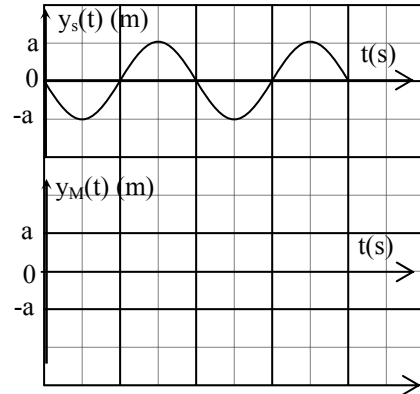
b₁-) Etablir en fonction de longueur d'onde la relation donnant les abscisses des points de la corde vibrant en concordance de phase avec la source.

b₂-) Application : On donne l'aspect à une date t d'une portion de corde en vibration. Marquer sur cet aspect les points qui vibrent en phase avec la source.



b₃-) Etablir en fonction de la période T le retard θ mis par l'onde pour se propager de la source vers ces points.

b₄-) Application : Déduire à partir de la courbe de mouvement de la source celle du mouvement du premier point de la corde vibrant en phase avec la source.



c-) **Point de la corde vibrant en opposition de phase avec la source:**

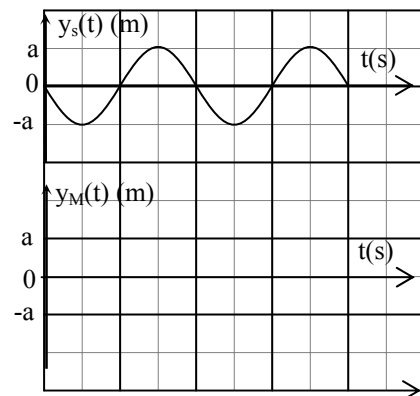
b₁-) Etablir en fonction de longueur d'onde la relation donnant les abscisses des points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source.

b₂-) Application : On donne l'aspect à une date t d'une portion de corde en vibration. Marquer sur cet aspect les points qui vibrent en opposition de phase avec la source.



b₃-) Etablir en fonction de la période T le retard θ mis par l'onde pour se propager de la source vers ces points.

b₄-) Application : Déduire à partir de la courbe de mouvement de la source celle du mouvement du second point de la corde vibrant en phase avec la source.



d-) **Point de la corde vibrant en quadrature retard de phase avec la source.**

d₁-) Montrer que les points de la corde vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source sont définis par leur position de repos :

$$x = (4k + 1) \frac{\lambda}{4}, \text{ avec } \lambda \in \mathbb{N}$$

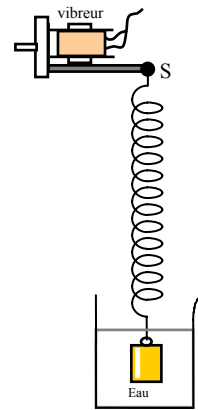
d₂-) Application : On donne l'aspect à une date t d'une portion de corde en vibration. Marquer sur cet aspect les points qui vibrent en quadrature retard de phase avec la source.



II-2 Propagation d'une onde sinusoïdale le long d'un ressort.

Activité 11

On dispose du montage donner par la figure ci-contre. Après la mise en marche du vibreur en marche on observe à la lumière continue, puis à la lumière stroboscopique le mouvement du ressort.



a-) Quel est le but d'immersion de l'extrémité inférieure du ressort dans l'eau ?

b-) Comment apparaissent les spires en lumière ordinaire ? Quelle information peut-on déduire de cette observation ?

c-) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique :

c₁- quand la période $T_e = kT$, T_e étant la période des éclairs et T la période du vibreur ;

c₂- quand la période T_e est légèrement inférieure ou légèrement supérieure à kT .

c₃- déduire :

- la relation entre la période de vibration du vibreur et celle d'un point M appartenant à une spire quelconque du ressort.

- Si l'onde qui se propage le long du ressort est longitudinale ou transversale.

d-) Sachant que le mouvement du point S (point commun entre le ressort et la lame vibrante) est rectiligne sinusoïdal. Donner l'expression de l'élongation de S et celle d'un point M du ressort.

II-3 Propagation d'une onde sinusoïdale progressive à la surface de l'eau.

Activité 12

En un point O de la surface libre de l'eau contenue dans une cuve à onde, une pointe reliée à un vibreur effectue un mouvement rectiligne sinusoïdale verticale de fréquence N .

Des ondes entretenues de forme circulaire se propagent à la surface de l'eau et disparaissent au niveau des bords de la cuve.

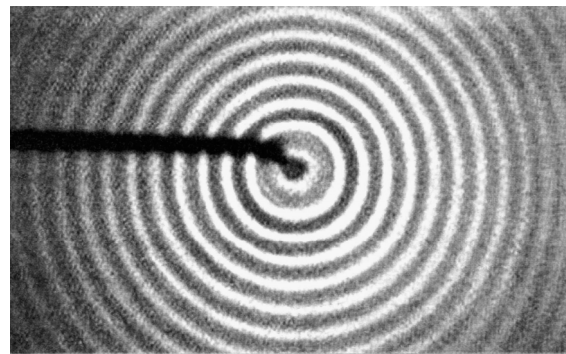
a-) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique quand la période $T_e = kT$, T_e étant la période des éclairs et T la période du vibreur :

- A la surface de l'eau.

- Sur l'écran de la cuve.

Quelle information peut-on déduire ?

b-) Représenter la coupe de l'eau par un plan perpendiculaire à la surface de propagation passant par le point O .



c-) Comment vibrent les points de l'eau se trouvant sur le même cercle ? Quelle distance sépare deux rides concentriques consécutives de même nature ?

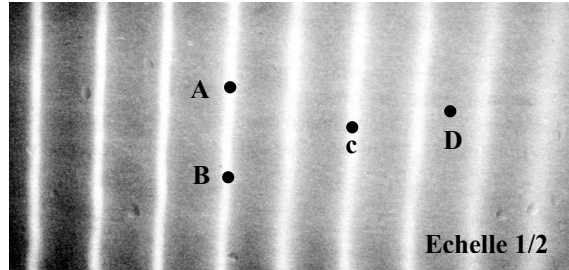
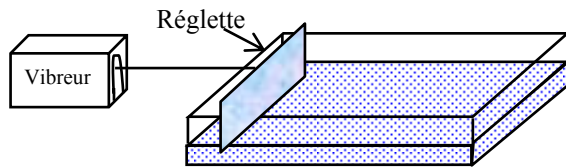
d-) Montrer que la célérité de l'onde qui se propage à la surface de l'eau est la même en tout dans les directions ?

e-) Donner l'expression de l'élongation de S et celle d'un point M de la surface de l'eau appartenant à une ride de rayon $r = OM$.

d-) Expliquer pourquoi l'amplitude du mouvement des points de l'eau diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source même si on néglige les frottements.

Activité 13

Une réglette frappe régulièrement la surface d'une nappe d'eau. Le mouvement de la réglette est rectiligne sinusoïdal de fréquence T d'équation : $y_s(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t)$.



- a-) Représenter la coupe de l'eau par un plan perpendiculaire à la surface de propagation et à la surface de la réglette.
- c-) Comment vibrent les points :
 - A et B l'un par rapport à l'autre ;
 - B et C l'un par rapport à l'autre ;
 - A et C l'un par rapport à l'autre ;
- d-) En négligeant les frottements comparer l'amplitudes de vibration des point A et D.
- e-) Déterminer la valeur de la célérité des ondes qui se propagent à la surface de l'eau.
- f-) Le retard mis par l'onde pour se propager de la source d'onde au point C est de 130 ms. Ecrire l'équation du mouvement du point C.

II-3 Propagation d'une onde sonore.

Activité 14

Une source sonore quasiment ponctuelle est à l'origine d'une onde sphérique acoustique qui se propage dans l'air environnant et affecte de façon continue chacun des points du milieu de propagation. Les vibrations de l'air sont des vibrations longitudinales qui s'accompagnent de variations périodiques de sa pression.

Cette variation de pression peut être capté à l'aide des microphones.

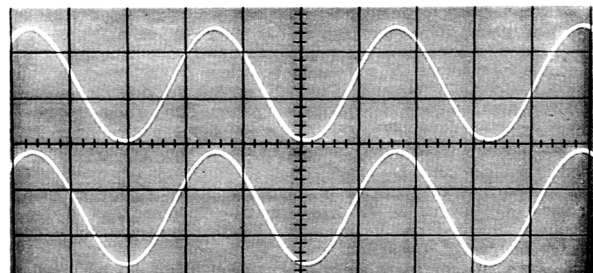
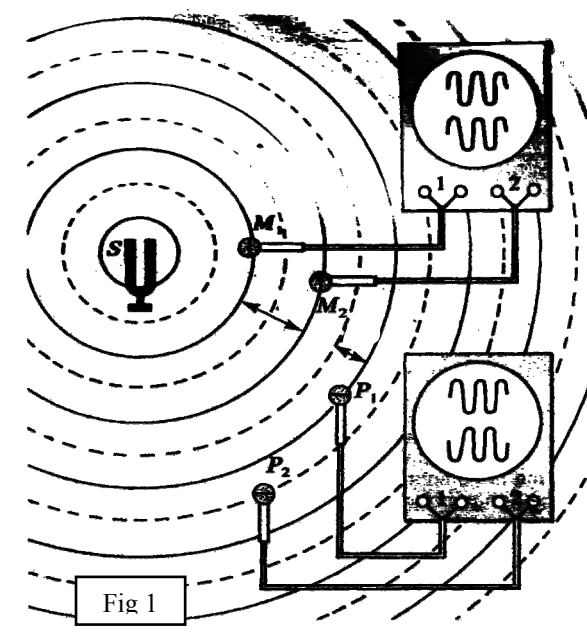


Fig2 : Visualisation à l'oscilloscope des vibrations des points M₁ et M₂.

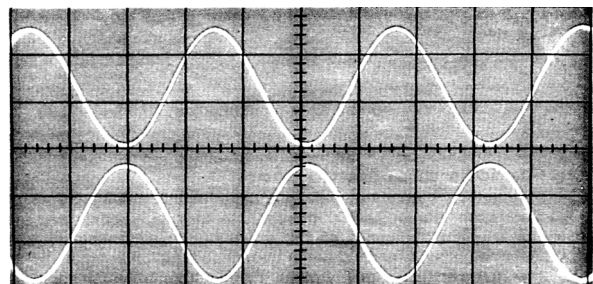


Fig3 : Visualisation à l'oscilloscope des vibrations des points P₁ et P₂.

A fin d'étudier les propriétés d'une onde sonore émis par un diapason et se propageant dans l'air, on branche aux entrées d'un oscilloscope deux microphones (voir figure 1).

a-) Comment peut on vérifier que l'onde sonore est sinusoïdale ?

b-)

b₁-) Expliquer comment les deux écrans de l'oscilloscope prouvent la périodicité temporelle de l'onde sonore.

b₂-) Le balayage horizontal de l'oscilloscope est de $100\mu\text{s}/\text{div}$. Déterminer la fréquence du son émis par le diapason.

c-)

c₁-) Disposons les micros côte à côte. Sur l'écran de l'oscilloscope, les deux sinusoïdes sont superposables (comme ceux de la figure2).

Que peut-on déduire à propos de l'amplitude et du déphasage du mouvement des points de l'air ou sont placés les deux microphones ?

c₂-) Écartons maintenant les micros sur une même droite passant par la source; les sinusoïdes se décalent : les signaux reçus ne sont plus en phase .Pour une certaine distance d minimale entre les micros, les sinusoïdes sont décalées exactement d'une période (les minimums et les maximums des deux sinusoïdes se correspondent) : les signaux reçus sont à nouveau en phase. Si nous continuons à écarter les deux micros, nous constatons que les signaux sont en phase pour des distances égaux à D .

- Quelle caractéristique de l'onde représente la distance d ?
- Exprimer le distance D en fonction de cette caractéristique.

c₃-) La différence entre les rayons SP_1 et SP_2 est $d'=54,4\text{mm}$. Calculer la vitesse de l'onde sonore dans les conditions de l'expérience.

PROPAGATION D'UNE ONDE SONORE

Activité 1

On se propose d'étudier la propagation d'une onde sonore se propageant dans l'air. Pour chacune des questions, inscrire en toutes lettres, « VRAI » ou « FAUX »

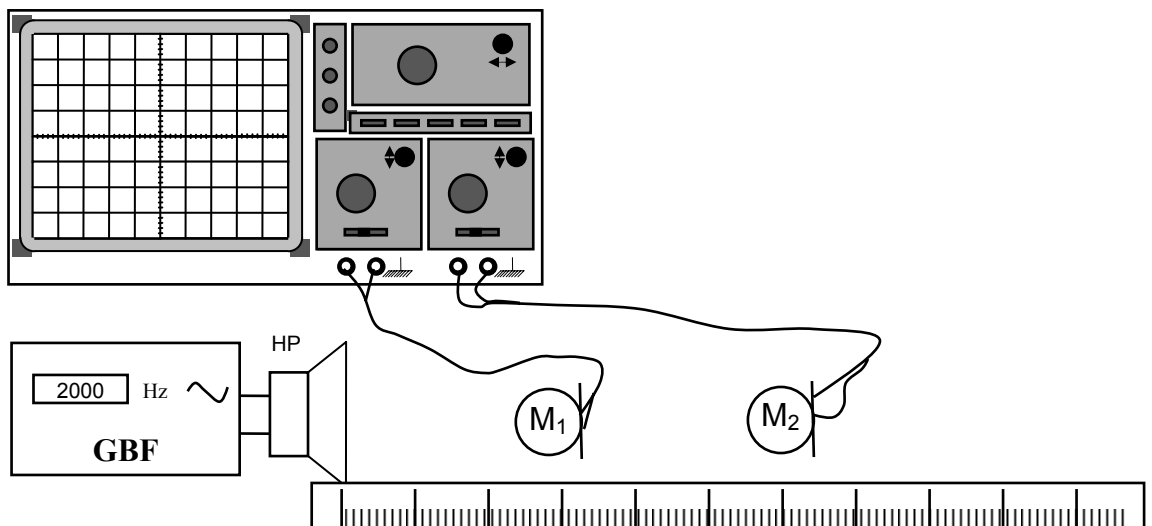
- La propagation s'accompagne d'un transfert de matière.
- La vitesse de propagation dépend de la nature du milieu.
- Le son se propage dans le vide.
- il s'agit de la transmission de proche en proche de la vibration des molécules constituant l'air.
- Une vibration sonore s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.
- La longueur d'onde d'une onde acoustique est indépendante de sa fréquence.
- Dans le même milieu, un observateur entend les sons aigus plus rapidement que les sons graves issus simultanément de la même source.

Etude expérimentale de la propagation du son dans l'air.

Matériels :

- Un G.B.F
- Un HP (haut parleur)
- 2 Microphones.
- Un oscilloscope
- Une règle.

Montage :



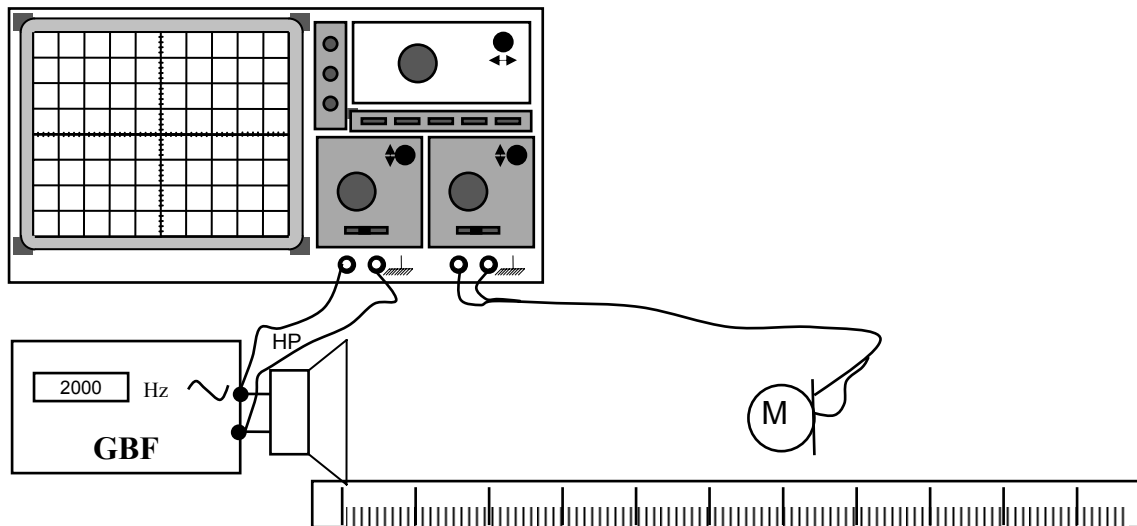
Activité 2 :

- Vérifier que l'onde sonore est tridimensionnelle. Noter une description la méthode utiliser.
- Vérifier si l'onde sonore garde la même amplitude en s'éloignant de la source (HP). Noter le résultat. Donner une justification du résultat.
- Mesurer la distance minimal d qui sépare les deux microphone M_1 et M_2 et qui correspond à un décalage horaire $\Delta t = \frac{T}{2}$ entre les deux signaux visualisés à l'oscilloscope.

- f-) Quelle caractéristique de l'onde peut-on déduire de cette distance ?
 g-) Mesurer la période temporelle de l'onde. Calculer la vitesse de propagation de l'onde sonore issue du haut parleur.

Activité 3 :

- a-) Réaliser le montage de la figure suivante



- b-) Mesurer la longueur d'onde de l'onde sonore issue du HP. Noter la méthode sur votre copie.
 c-) Déterminer la vitesse de propagation de l'onde sonore.
 d-) Modifier la fréquence du signal délivré par le G.B.F et déterminer la nouvelle longueur d'onde de l'onde sonore. Calculer la vitesse de propagation de l'onde dans ce cas. Conclure.

Savoir plus : Mesure de la vitesse du son dans l'eau.



Expériences faites en 1826 sur le lac de Genève par les physiciens Colladon et Sturm : les expérimentateurs se trouvent dans deux bateaux séparés de 13 km. A l'un des bateaux est suspendue une cloche de bronze, frappée par un marteau articulé. Une lance à feu fixée au manche du marteau allume une masse de poudre à l'instant du coup sur la cloche. Dans l'autre bateau, l'expérimentateur porte un cornet acoustique dont le pavillon est dirigé vers l'autre bateau. L'expérience se déroule de nuit, de manière à ce que l'observateur muni du cornet acoustique voie la lueur de l'éclair.

Gravures en provenance de " Les phénomènes de la physique ", par Amédée Guillemin, édition Hachette, Paris 1868.

ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES PERIODIQUES

1- L'onde mécanique progressive périodique

1-1 Définition

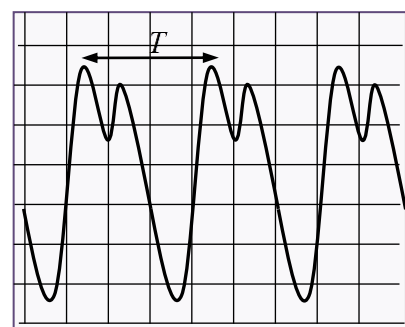
Une onde progressive est dite périodique si l'évolution temporelle de chaque point du milieu de propagation est périodique.

Exemple: le son émis par l'instrument musique est une onde progressive périodique.

1-2 La double périodicité temporelle et spatiale

- L'onde mécanique progressive périodique se caractérise par une périodicité temporelle dont la grandeur physique caractéristique est la période T , c'est la durée minimale nécessaire pour qu'un point du milieu retrouve le même état de vibration.

- L'onde mécanique progressive périodique se caractérise aussi par une périodicité spatiale, c'est la distance constante, séparant deux motifs identiques consécutifs.



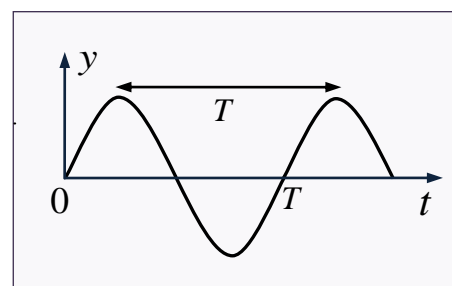
2- L'onde mécanique progressive sinusoïdale

2-1 Définition d'une onde sinusoïdale

Une onde mécanique progressive périodique est dite sinusoïdale si l'évolution temporelle de la source peut être associée à une fonction sinusoïdale.

Exemple:

- * Le son émis par le diapason est une onde progressive sinusoïdale.
- * L'extrémité de la lame du vibreur génère une onde progressive sinusoïdale qui se propage le long de la corde.

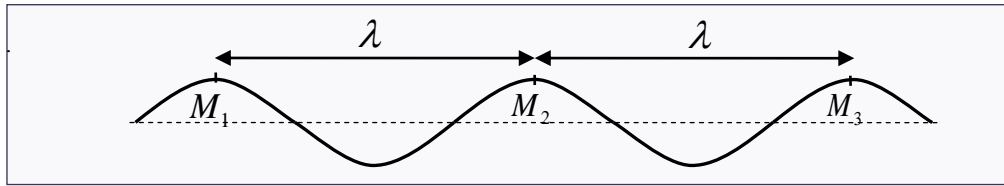


2-2 Caractéristiques de l'onde sinusoïdale

a- Longueur d'onde

La longueur d'onde λ est la distance séparant deux points consécutifs du milieu de la propagation présentant le même état vibratoire.

L'unité de λ dans le système international est le mètre (m)



Les points M_1 , M_2 et M_3 présentent le même état vibratoire, on dit qu'ils vibrent en phase.

En générale:

- ✓ Si $MM' = k\lambda$ on dit que M et M' vibrent en phase.
- ✓ Si $MM' = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ on dit que M et M' vibrent en opposition de phase.

b- La période et la fréquence

- **La période T** est la durée nécessaire pour que l'onde parcoure une distance égale à λ
- **La fréquence N** est le nombre de périodes par unité de temps.

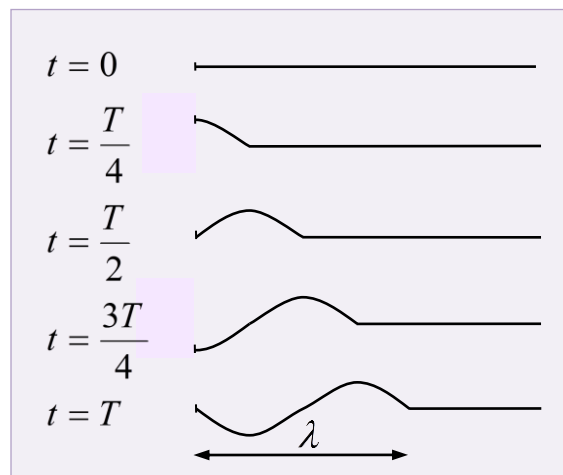
Nous écrivons:
$$N = \frac{1}{T}$$

L'unité de N dans le système international est le Hertz (Hz)

c- Célérité d'une onde sinusoïdale

Pendant la période T l'onde parcourt la distance λ . Donc nous écrivons:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda N$$



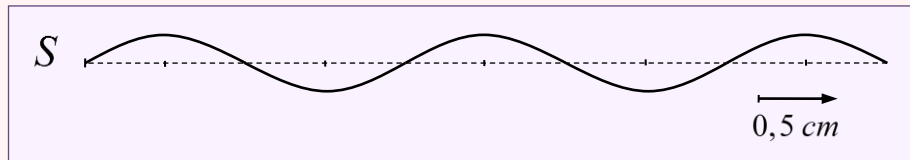
Exercice d'application 1:

Un vibreur génère une onde progressive sinusoïdale le long d'une corde élastique. On note N la fréquence de l'onde et v sa célérité.

On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence réglable N_e . La corde affiche une apparence immobile pour les fréquences suivantes :

$$N_e = \{100 ; 50 ; 33,33 ; 25 \text{ Hz}\}$$

Le schéma suivant représente l'aspect de la corde à un instant t



- 1- Calculer la période T de l'onde.
- 2- Calculer la célérité de l'onde.
- 3- On règle la fréquence du stroboscope sur les valeurs $N_e = 99\text{Hz}$ et $N_e = 101\text{Hz}$. Décrire l'aspect de la corde pour chaque fréquence.

Solution:

1- **La période T :** On sait que: $T = \frac{1}{N}$ et comme N est la plus grande valeur de fréquences du stroboscope pour laquelle la corde apparaît immobile, on trouve $N = 100\text{Hz}$. D'où: $T = 0,01\text{s}$

2- **La célérité v :** On a $v = \frac{\lambda}{T}$. L'extraction graphique nous donne une longueur d'onde $\lambda = 4 \times 0,5 = 2\text{cm}$

D'où: $v = 2\text{m.s}^{-1}$

3- **L'aspect de la corde:**

* Si la fréquence des éclairs est légèrement inférieure à celle de l'onde ($N_e = 99\text{Hz}$). La corde apparaît en mouvement ralenti dans le même sens de la propagation de l'onde.

* Si la fréquence des éclairs est légèrement supérieure à celle de l'onde ($N_e = 101\text{Hz}$). La corde apparaît en mouvement ralenti dans le sens inverse du sens réel de la propagation de l'onde.

3- Le phénomène de diffraction

Lorsqu'une onde progressive sinusoïdale traverse une ouverture de largeur a ou lorsqu'elle rencontre un obstacle de largeur a , il peut y avoir une modification de la structure de l'onde si la largeur a vérifie certaines conditions. (voir activité 4)

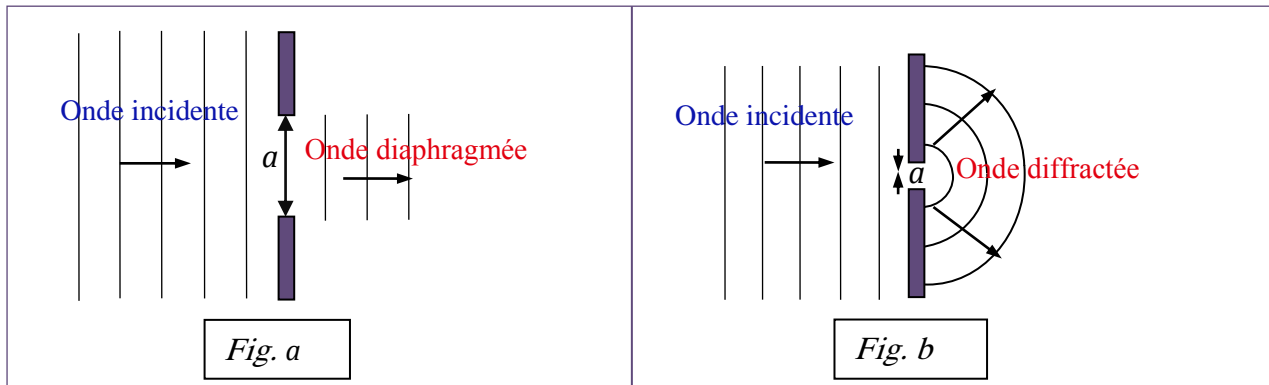
- **Premier cas:** la largeur a de l'ouverture (fente) est grande par rapport à la longueur d'onde λ ($a \gg \lambda$): l'onde est arrêtée par l'obstacle et se propage sans modification à



Diffraction à la surface de la mer

travers la fente on dit que l'onde est *diaphragmée* par la fente. (fig. a)

- **Deuxième cas:** la largeur a de la fente est de même ordre de grandeur ou inférieure que la longueur d'onde λ de l'onde ($a \leq \lambda$): l'onde plane est transformée en une *onde circulaire* centrée sur l'ouverture qui se propage dans une large partie du milieu au-delà de la fente. (Il n'y a plus de "zone d'ombre" derrière l'obstacle). On dit que l'onde est *diffractée* par la fente (fig. b).



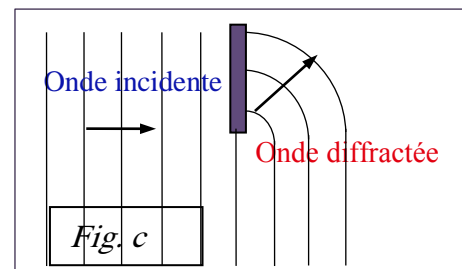
Remarque:

✓ L'onde diffractée et l'onde incidente ont la même fréquence, même célérité et, par conséquent, même longueur d'onde.

✓ La diffraction est d'autant plus marquée que l'ouverture est petite.

✓ Nous observons aussi le phénomène de diffraction lorsque nous disposons sur le trajet des ondes le bord d'une règle. Les ondes contournent la règle (fig. c).

✓ Le phénomène de diffraction révèle la nature ondulatoire de toute perturbation qui se propage.



Exercice d'application 2:

Les ondes sonores audibles par l'oreille humaine ont une fréquence comprise entre 20Hz et 20kHz

Au-delà de 20kHz il s'agit d'ultrasons qui ne peuvent pas être entendus par l'Homme, certains animaux comme les chauves-souris, les dauphins ou les baleines sont capable de les percevoir.

1- Sachant que la célérité des ondes sonores dans l'air est égale à 340m.s^{-1} dans les conditions ordinaires de la température, déterminer le domaine de longueur d'onde des ondes sonores audibles par l'oreille humaine.

2- Nous dirigeons, vers une fente, une onde ultrasonore de fréquence 24kHz

2-1 Quelle est la célérité des ultrasons dans l'air?

2-2 Calculer l'ordre de grandeur de la largeur d'une fente qui permet de

mettre en évidence le phénomène de diffraction.

2-3 Sur cette même fente, on dirige une onde ultrason de fréquence 2MHz le phénomène de diffraction est-il mis en évidence? Justifier.

Solution:

1- Appliquons la formule: $\lambda = \frac{v}{N}$ et calculons les longueurs d'ondes extrêmes:

$$\text{- Pour } N = 20\text{Hz}, \lambda = \frac{340}{20} = 17\text{m}$$

$$\text{- Pour } N = 20\text{kHz}, \lambda = \frac{340}{20 \cdot 10^3} = 1,7 \cdot 10^{-2}\text{m} = 1,7\text{cm}$$

Le domaine de longueur d'ondes sonores audibles par l'oreille humaine est compris entre $1,7\text{cm}$ et 17m .

2-1 Comme toutes les ondes sonores, les ultrasons ont une célérité dans l'air égale à 340m.s^{-1}

2-2 Le phénomène de diffraction se manifeste si la largeur a de la fente est de même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ de l'onde, et comme

$$\lambda = \frac{v}{N} = \frac{340}{24 \cdot 10^3} = 0,0141\text{m} \text{ donc: } a = 1,36\text{cm}$$

2-3 Pour une onde ultrason de fréquence 2MHz . la longueur d'onde associée est: $\lambda = \frac{v}{N} = \frac{340}{2 \cdot 10^6} = 1,7 \cdot 10^{-4}\text{m}$

Et comme $a \gg \lambda$ nous pouvons conclure qu'il n'y aura pas le phénomène de diffraction.

4- Milieu dispersif

Un milieu est dit dispersif si la célérité des ondes progressives dépend de leur fréquence.

Exemple:

- La surface de l'eau est un milieu dispersif pour les ondes qui s'y propagent.
- L'air est un milieu non dispersif pour les ondes sonores.

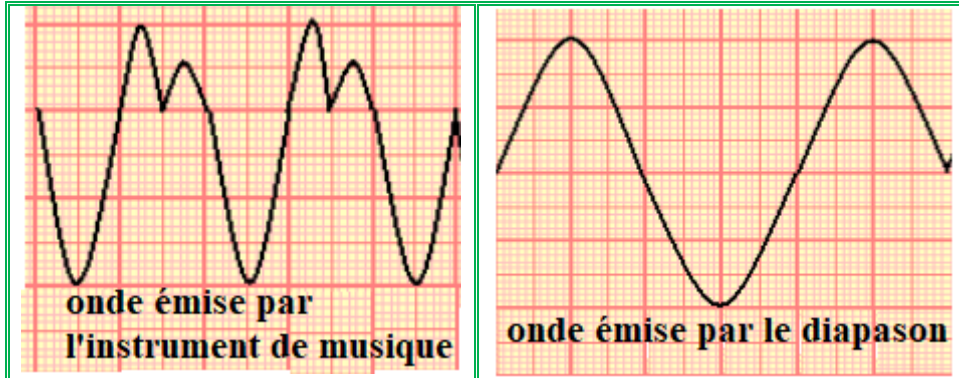
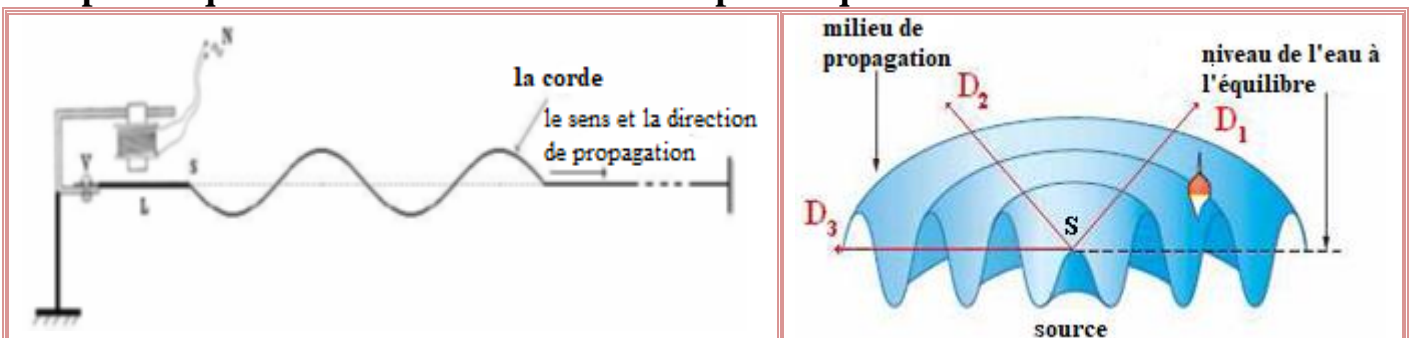
Première Partie :Les ondes

Unité 2

5 H

Les ondes mécaniques progressives périodiques

الموجات الميكانيكية المتوالية الدورية

2^{ème} Bac Sciences
PhysiqueI – Les ondes mécaniques progressives périodiques :1– Activité :On branche deux **microphones** à l'**oscilloscope**, et on voit **deux ondes sonores** :a- Est-ce que les **ondes** obtenues sont **périodiques** ?**Oui**, parce que la **perturbation** de **chaque point** du **milieu** de **propagation** change d'une **manière périodique** avec le **temps**.b- Comparer les **deux courbes** obtenues.L'**onde émise** par l'**instrument de musique** est une **onde mécanique progressive périodique** tandis que l'**onde émise** par le **diapason** est une **onde mécanique progressive sinusoïdale**, parce que la **variation** de la **perturbation** se fait selon une **fonction sinusoïdale** par rapport au **temps**.c- Calculer la **période T** de cette **onde sonore**, sachant que $S_x = 0,5 \text{ ms/div}$.L'**onde émise** par l'**instrument de musique** : $T = 2 \times 0,5 \cdot 10^{-3} = 10^{-3} \text{ s}$ L'**onde émise** par le **diapason** : $T = 4 \times 0,5 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ d- En déduire la **fréquence ν** de l'**onde sonore** émise par le **diapason**.On a $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500 \text{ Hz}$.2– Définition :**Onde mécanique progressive périodique** est une **onde** dans laquelle l'**évolution temporelle** de la **perturbation** de **chaque point** du **milieu** de **propagation** est **périodique**.Exemple : l'**onde** propagée le **long** d'une **corde** ou à la **surface d'eau** peut être **périodique** si la **source** a un **mouvement périodique**.

3- Périodicité temporelle :

La **période T** d'une **onde mécanique progressive périodique** est la **petite durée** au bout de laquelle la **perturbation** se **reproduit identique** à elle-même.

4- Périodicité spatiale :

La **périodicité spatiale** d'une **onde mécanique progressive périodique** est la **petite distance** séparant **deux points successifs** ayant le **même état** de **vibration**.

II – L'onde mécanique progressive sinusoïdale :

1- Activité :

On fixe l'un de l'**extrémité** de la **corde** à la **lame** d'un **vibreur** où son **mouvement rectiligne sinusoïdale** de **fréquence $\nu = 100 \text{ Hz}$** , et l'autre **extrémité** à une **masse marquée** plongée dans un **bécher** plein d'**eau** pour **absorber l'onde**. On fait fonctionner le **vibreur** et on **éclaire la corde** avec un **stroboscope**.

La **courbe** ci-contre représente la **forme de la corde** à l'**instant t** dans une **échelle réelle**.

a- Qu'observez-vous lorsqu'on change la **fréquence** du **stroboscope** ?

Les **points** de la **corde** apparaissent en **mouvement ralenti** lorsqu'on change la **fréquence** du **stroboscope**, et apparaissent **immobiles** lorsque la **fréquence** de la **corde** est égale à la **fréquence** du **stroboscope**.

b- Qu'elle est la **forme** de la **corde** ?

La **forme** de la **corde** correspond à une **fonction sinusoïdale**.

c- Quelle est la **nature** du **mouvement** du **point M** de la **corde** ?

Quelle est la **nature** de l'**onde** ?

Le **mouvement** est **rectiligne sinusoïdale** c'est-à-dire $Y_M = f(t)$

est une **fonction sinusoïdale** par rapport au **temps**, on dit que l'**onde** est **progressive sinusoïdale**.

d- La **corde** se caractérise par une **périodicité spatiale** appelée **longueur d'onde λ** , mesurer la **longueur d'onde λ** .

On a $\lambda = 4 \text{ cm}$.

e- Calculer $\frac{\lambda}{T}$, quelle est son **unité** ? Que représente **cette grandeur** ?

On a $\frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu = 4 \cdot 10^{-2} \times 100 = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Elle représente la **vitesse de l'onde $V = \frac{\lambda}{T}$** .

f- Ecrire les **distances M_1M_2 , M_2M_3 et M_1M_3** en fonction de λ , et comparer les **états vibratoires** de M_1 , M_2 et M_3 .

On a $M_1M_2 = M_2M_3 = \lambda$ et $M_1M_3 = 2\lambda$, on remarque que **ces points** ont le **même mouvement** au **même instant**.

2- Définition :

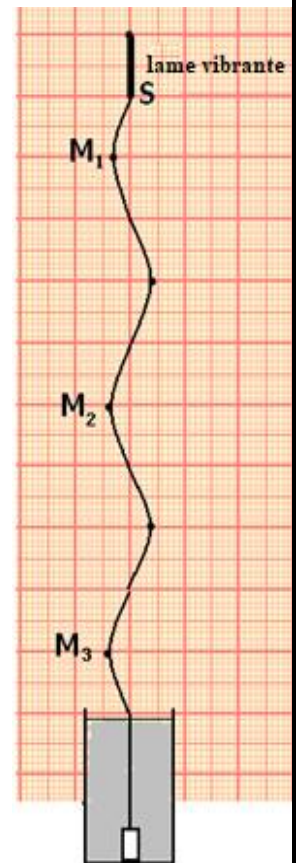
Une **onde mécanique progressive** est dite **sinusoïdale** si la **grandeur physique** qui mesure la **perturbation** variée selon une **loi sinusoïdale**.

3- Longueur d'onde :

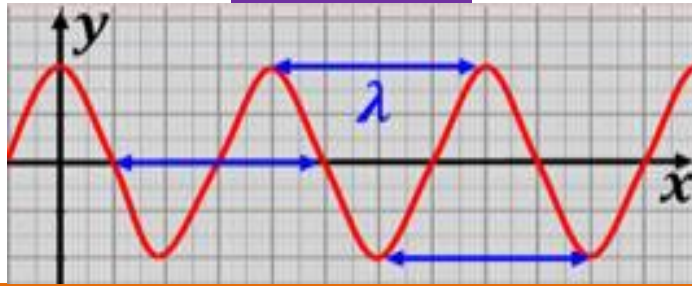
La **longueur de l'onde λ** s'appelle la **distance parcourue** par l'**onde**

progressive sinusoïdale sur une **durée** égale à **sa période T** , tel que $\lambda = V \cdot T = \frac{V}{\nu}$

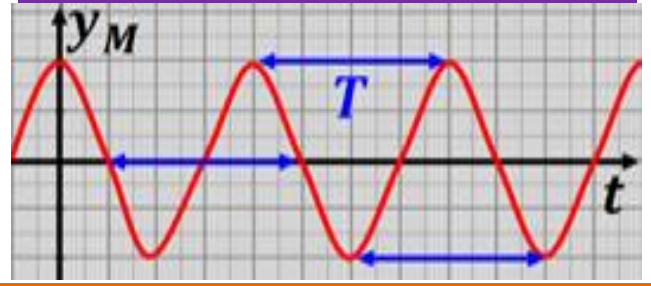
avec λ **longueur d'onde** (m) et V **vitesse de propagation** ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et ν sa **fréquence** (Hz).



Représentation de la forme de la corde à certain instant.



Représentation du mouvement d'un point de la corde en fonction du temps.



Si $MN = K \cdot \lambda$ avec $K \in \mathbb{Z}$, les deux points M et N vibrent en phase.

Si $MN = (2K + 1) \frac{\lambda}{2}$ avec $K \in \mathbb{Z}$, les deux points M et N vibrent en opposition de phase.

La longueur de l'onde λ représente la **petite distance** séparant deux points du milieu de propagation qui **vibrent en phase**.

III – Phénomène de diffraction :

1- Activité :

On fait créer des **ondes rectilignes** dans la **cuve à ondes** qui se propagent avec une **vitesse $V = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$** , puis on **éclaire** la **surface de l'eau** avec un **stroboscope** de tel sorte que sa **fréquence** soit égale à celle des **ondes (10 Hz)**, et on voit que **tous les points** de la **surface de l'eau** apparaissent **immobiles**. On Place **deux plaques parallèles** dans la **cuve** de manière à former une **fente de largeur a** modifiable.

On **varie a** et on obtient les **deux figures suivantes** :

Figure 1 : $a = 0,1 \text{ m}$

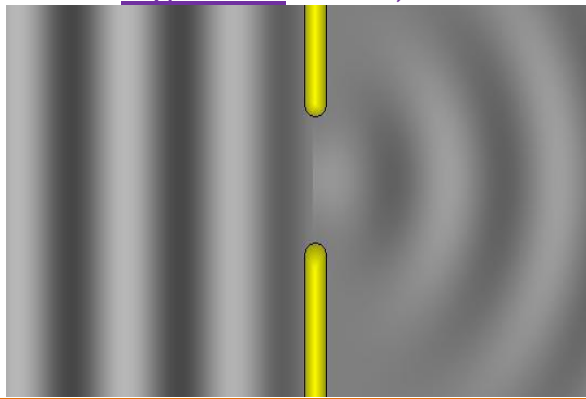
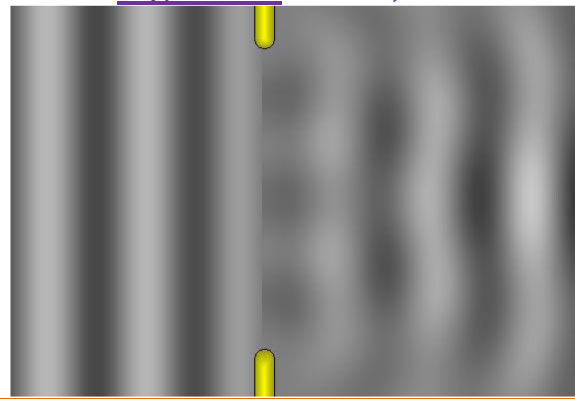


Figure 2 : $a = 0,3 \text{ m}$



a- Calculer la **longueur d'onde incidente** et la comparer à la **largeur a** de la **fente** dans **chaque figure**.

On a $a = \frac{v}{\nu} = 0,1 \text{ m}$. Dans **la figure 1** on observe que $a = \lambda$ et dans **la figure 2** on observe que $a > \lambda$.

b- Décrire, pour chaque figure, ce qui arrive aux **ondes** lorsqu'elles **traversent** la **fente**. Dans la **figure 1**, on obtient une **onde circulaire** après avoir **traversé** la **fente** tandis que dans la **figure 2**, l'**onde reste rectiligne** après avoir **traversé** la **fente**.

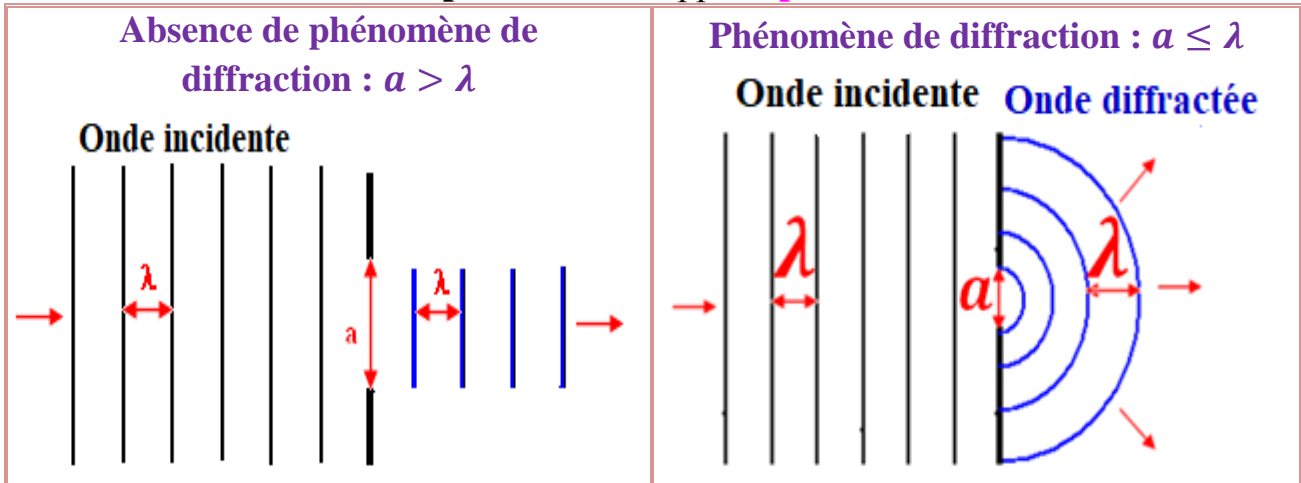
c- L'**onde circulaire** est appelée l'**onde diffractée** et le **phénomène** s'appelle **phénomène de diffraction**. Quelle sont les **conditions** pour que les **ondes** soient **diffractées** ?

Pour que le **phénomène** se **produira** il faut que : $a \leq \lambda$

d- Comparer la **longueur d'onde diffractée** avec la **longueur de l'onde incidente**. On remarque qu'elles ont la **même longueur d'onde**.

2- Définition :

Lorsqu'une onde progressive sinusoïdale rencontre un obstacle avec ouverture de largeur a , une **modification** de la **structure de l'onde** se produit (c-à-d un changement de **direction de sa propagation**), si $a \leq \lambda$ où λ est la **longueur d'onde incidente** sur l'obstacle, ce **phénomène** s'appelle **phénomène de diffraction**.



3- Propriétés de l'onde diffractée :

Les **ondes incidente et diffractée** ont la **même longueur d'onde**, la **même fréquence** et la **même vitesse** si le **milieu de propagation** n'est pas **changé**.

IV – Le milieu dispersif :

1- Activité :

On fait créer une **onde circulaire** dans la **cuve à ondes**, on ajuste la **fréquence ν** de l'onde circulaire à **différentes valeurs**, et à chaque fois on **éclaire** la **surface** de l'eau avec un **stroboscope** réglé à la **même fréquence** de l'onde, on observe que **tous les points** de la **surface de l'eau** apparaissent **immobiles**, puis on mesure la **longueur d'onde correspondante**.

a- Donne la **relation** entre la **vitesse V** de **propagation** de l'onde et la **fréquence d'onde ν** et sa **longueur d'onde λ** .

On a $V = \lambda \cdot \nu$

b- Donner les résultats sous forme du tableau suivant :

ν (Hz)	20	25	30	35
λ (m)	1	0,9	0,8	0,7
V (m/s)	20	22,5	24	24,5

c- On dit qu'un **milieu** est **dispersif** si la **vitesse de propagation** d'une **onde** dans ce **milieu** dépend de sa **fréquence**. L'eau est-elle un **milieu dispersif** ?

On remarque que la **vitesse de propagation** d'une **onde progressive** à la **surface de l'eau** dépend de la **fréquence ν** , donc on dit que l'eau est un **milieu dispersif**.

2- Définition :

On dit que **le milieu est dispersif**, si la **vitesse de propagation** de l'onde dans ce **milieu** dépend de sa **fréquence**.

Exemple :

- La **surface de l'eau** est un **milieu dispersif**.
- L'**air** est un **milieu non dispersif** pour les **ondes sonores**.

II. les ondes mécanique progressives périodiques

1. Définition.

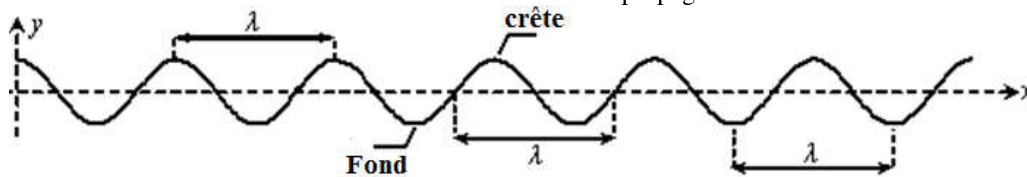
Une **onde progressive mécanique périodique** est le phénomène qui accompagne la propagation, dans un milieu matériel d'un signal (perturbation) se répétant identique à lui-même à intervalles de temps identiques appelés période T.

2. Double périodicité du phénomène.

λ : La longueur d'onde (**période spatiale**)
 : La distance parcourue pendant un intervalle de temps égal à la période T
 : La distance entre deux crêtes (sommets) consécutifs (ou entre deux fonds (creux) consécutifs)
 : La distance entre deux points qui vibrent de la même manière à un instant donné
 : La distance séparant deux perturbations consécutives

T : Période (**période temporelle**)
 : La durée nécessaire pour parcourir une distance égale à la longueur d'onde λ
 : La durée séparant l'arrivée de deux perturbations successives en un point

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot N \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} \lambda : \text{Longueur d'onde en mètre (m)} \\ T : \text{Période en seconde (s)} \\ N : \text{Fréquence en Hertz (Hz)} \\ V : \text{vitesse de propagation en m.s}^{-1} \end{array}$$



**

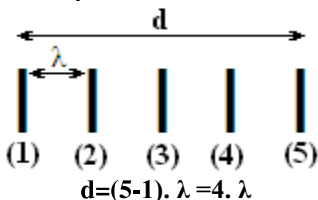
Comment déterminer la longueur d'onde λ ?????

Une phrase

Déterminant le nombre de répétition de la période spatiale (λ) ou la période temporelle (T)

Exemple :

d est la distance entre la première et la cinquième crête

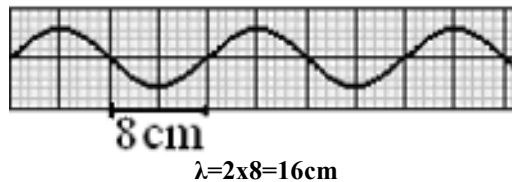


Avec une échelle

? cm/cm ou ?cm/div
 div est la division et représentée par un carré ou un rectangle

Exemple :

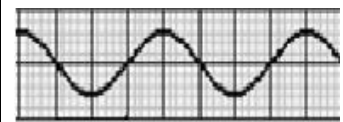
L'échelle $\frac{1}{8}$: chaque cm sur la figure représente 8cm dans le réel



Avec une règle

Echelle authentique (réelle)

Exemple :



**

Comment déterminer l'instant t_1 d'arrivée de l'onde à un point ?????

L'onde débute son mouvement de la source (S) et souvent à l'instant $t_0=0$, la figure représente l'aspect de la corde à l'instant t_1

1^{ère} méthode

Par la vitesse $V = \frac{d}{\Delta t}$
 $d = S \cdot M = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$
 D'où
 $\Delta t = \frac{d}{V} = t_1 - t_0 = t_1$



2^{ème} méthode

On détermine le nombre multiple de la longueur d'onde λ dans la distance d

$$\frac{d}{\lambda} = 2 \quad \text{donc} \quad \frac{\Delta t}{T} = 2$$

alors $\Delta t = 2 \cdot T = t_1 - t_0 = t_1$

NB :

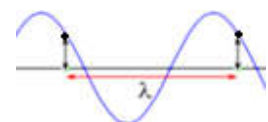
$V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \cdot d$ où $\frac{d}{\lambda} = \frac{\Delta t}{T} = C^{te} = k$ avec k le nombre de répétition de λ dans la distance d (ou le nombre de répétition de T dans la durée Δt)

**

Comment comparer le mouvement de deux points M1 et M2 ?????

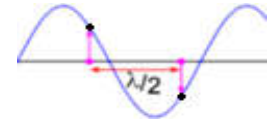
Deux points, M_1 et M_2 d'un milieu à une dimension (corde ressort, ...), vibrent en phase si

- Elles vibrent au même instant et de la même manière $Y(M_1) = Y(M_2)$
- Leur distance d est égale à un nombre entier de longueurs d'onde λ : $d = k \cdot \lambda$, ($k \in \mathbb{N}$)



Deux points, M_1 et M_2 d'un milieu à 1 dimension, vibrent en opposition de phase si

- Elles vibrent en opposition de phase $Y(M_1) = -Y(M_2)$
- Leur distance d est égale à un nombre entier impair de demi-longueurs d'onde λ : $d = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$



***** Comment Vibrent deux points ?????**

$$\frac{M_1 M_2}{\lambda} = \frac{d}{\lambda} = \frac{SM_2 - SM_1}{\lambda} = k \text{ Ou bien } \frac{\Delta t}{T} = \Delta t \cdot N = k$$

Si k

$k = \dots, 00$
Un nombre entier naturel
alors les points vibrent en phase

$K = \dots, 50$
Un nombre décimal (... ,50 = ... virgule 50)
alors les points vibrent en opposition de phase

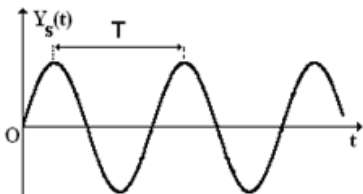
NB :

Pour comparer la source (S) avec un point M du milieu de propagation on calcul $\frac{SM}{\lambda}$

***** Equation horaire d'un point du milieu de propagation ?????**

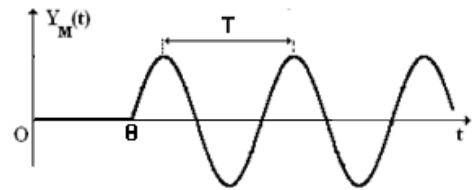
$$Y_M(t) = Y_S(t - \theta)$$

- On détermine la durée θ soit directement $\theta = \dots$ ou on calcule sa valeur $\theta = \frac{SM}{v}$
- La perturbation au point M reproduit la perturbation de la source (S) avec un retard θ , car la perturbation met un certain temps pour progresser de S à M



$Y_S(t)$: Elongation de la source (S)

Une translation de $Y_S(t)$ d'une durée θ et on obtient $Y_M(t)$



$Y_M(t)$: Elongation de la source (M)

III. Phénomène de diffraction

1. Phénomène de diffraction:

Une onde plane périodique rencontre un obstacle ou une ouverture ou une fente d'épaisseur a :

$a \gg \lambda$

Onde diaphragmée

Onde Incidente

$a \gg \lambda$

L'onde traverse la fente sans changer ni de forme ni de fréquence ni de vitesse et ni de longueur d'onde juste une partie est bloquée

$a \leq \lambda$: Phénomène de diffraction

$a < \lambda$: Phénomène de diffraction

- L'onde change de forme et devient circulaire
- La fente d'épaisseur a se comporte comme une source ponctuelle d'onde circulaire
- L'onde diffractée et l'onde incidente ont la même période, la même célérité et, par conséquent, la même longueur d'onde

Onde diaphragmée :

Onde mécanique progressive périodique se propageant sans modification à travers une ouverture.

Onde diffractée :

Onde mécanique progressive périodique se propageant avec étalement spatial à travers une ouverture

NB :

- $a \leq \lambda$: l'onde est limitée dans une portion angulaire circulaire d'angle θ (angle de diffraction) $\sin(\theta) \approx \theta = \frac{\lambda}{a}$
- Pour une longueur d'onde donnée, la diffraction est d'autant plus importante que la dimension l'ouverture a est faible

1. Milieu dispersif

Un milieu est **dispersif** si la vitesse (célérité) de l'onde dans le milieu dépend de la fréquence de la source



EXERCICE 1

Les vents créent dans les hautes mers des vagues qui se propagent vers les côtes .
Cet exercice a pour objectif l'étude du mouvement de ces vagues .

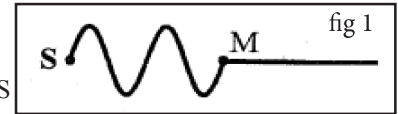
On considère que les vagues qui se propagent à la surface de la mer sont des ondes sinusoïdales de période $T = 7 \text{ s}$.

1- L'onde étudiée est-elle transversale ou longitudinale ? justifier votre réponse .

2- Calculer la célérité de cette onde sachant que la distance entre deux crêtes successives est $d = 70 \text{ m}$.

3- La figure 1 représente la coupe longitudinale de l'aspect de la surface de la mer à un instant t .

On néglige la dispersion , et considère S source de l'onde et M le front d'onde distant de S de la distance SM .

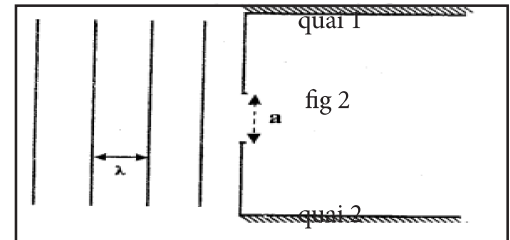


3-1- Écrire en se basant sur la figure 1 , l'expression du retard du point M par rapport à la source S en fonction de la longueur d'onde λ . Calculer la valeur τ .

3-2- Donner en justifiant le sens du mouvement de M au moment où l'onde l'atteint .

Les ondes arrivent sur une ouverture de largeur $a = 60 \text{ m}$ se trouvant entre deux quais d'un port (figure 2) .

Recopier la figure 2 , et représenter après leur passage à travers l'ouverture ;
et donner le nom du phénomène observé .



EXERCICE 2

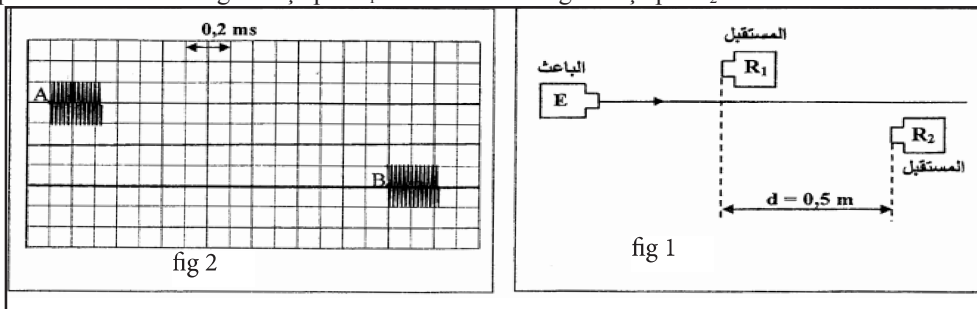
La prospection par échographie qui utilise les ondes ultra sonores est l'une des méthodes utilisées pour déterminer l'épaisseur des couches souterraines .

L'exercice a pour but de déterminer la célérité des ondes ultra sonores dans l'air et l'épaisseur d'une couche souterraine de pétrole .

1- Détermination de la célérité des ondes ultra sonores dans l'air :

On met sur une même ligne droite un émetteur d'ondes sonores E et deux récepteurs R_1 et R_2 séparés par la distance $d = 0,5 \text{ m}$.

On visualise sur un oscilloscope à travers les entrées Y_1 et Y_2 les deux signaux reçus par R_1 et R_2 et on obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 2 . A représente le début du signal reçu par R_1 et B le début du signal reçu par R_2 .



1-1- En se basant sur la figure 2 , déterminer le retard temporel τ entre les signaux reçus par R_1 et R_2 .

1-2- Déterminer V_{air} la célérité des ondes ultra sonores dans l'air .

1-3- Écrire l'expression de l'élongation y du point B à l'instant t en fonction de l'élongation du point A .

2- Détermination de l'épaisseur d'une couche souterraine de pétrole :

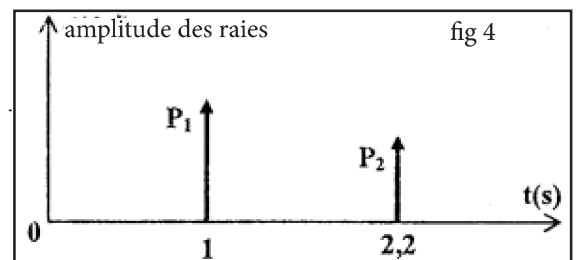
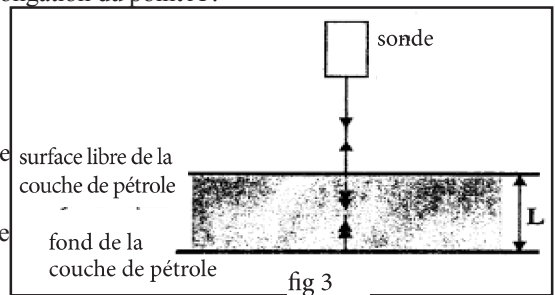
Pour déterminer l'épaisseur L d'une couche souterraine de pétrole , un des ingénieurs a utilisé une sonde de prospection par échographie .

La sonde émet à l'instant $t_0 = 0$ un signal ultra sonore de courte durée dans la direction perpendiculaire à la surface libre de la couche de pétrole . Une partie de ce signal est réfléchi par la surface libre , tandis que la deuxième partie se propage dans la couche pour subir une deuxième réflexion sur le fond de la couche et revenir vers la sonde en se transformant en un signal de courte durée aussi . (fig 3)

La sonde détecte à l'instant t_1 la raie P_1 qui correspond à l'onde réfléchi sur la surface de la couche de pétrole , et à l'instant t_2 la raie P_2 qui correspond à l'onde réfléchi sur le fond de la couche de pétrole .

La figure 4 représente le diagramme des deux raies correspondant aux deux ondes réfléchies .

Déterminer l'épaisseur L de la couche de pétrole sachant que la célérité des ondes ultra sonore dans le pétrole brute est $v = 1,3 \text{ km.s}^{-1}$



EXERCICE 3

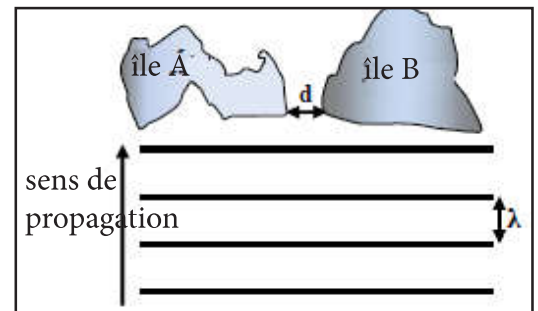
Les tremblements de terre dont l'épicentre se trouve dans la mer provoquent souvent le phénomène connu sous le nom de tsunami . Le tsunami est sous formes d'ondes mécaniques qui se propage à la surface des océans pour arriver aux côtes avec une grande énergie destructrice .

On modélise le tsunami par des ondes mécaniques progressives périodiques qui se propagent à la célérité v qui varie selon la profondeur h de l'océan suivant la relation $v = \sqrt{g \cdot h}$ dans le cas des faibles profondeurs par rapport à la longueur d'onde λ ($\lambda \gg h$) , g l'intensité de la pesanteur .

Données: $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

On étudie la propagation de l'onde de tsunami dans une partie de l'océan de profondeur constante $h = 6000 \text{ m}$.

- 1- Expliquer que les ondes qui se propagent à la surface de l'océan.
- 2- Calculer la célérité des ondes dans cette partie de l'océan.
- 3- Sachant que la durée qui sépare le passage de deux crêtes consécutives en un point est $T = 18 \text{ min}$, calculer la longueur d'onde λ .
- 4- Dans le cas ($\lambda \gg h$), la fréquence des ondes du tsunami restent constantes pendant leur propagation vers les côtes, comment varie la célérité de ces ondes lorsqu'elles approchent des côtes. Justifier votre réponse.
- 5- Le tsunami passe près de deux îles A et B séparées par un détroit de largeur $d = 100 \text{ km}$. On suppose que la profondeur près des îles resta constante est que la longueur d'ondes des ondes du tsunami est $\lambda = 120 \text{ km}$.
- 5-1- Est ce que la diffraction des ondes se produit lorsqu'elles franchissent le détroit ? justifier votre réponse.
- 5-2- Dans le cas de l'affirmative :
 - a) Donner en justifiant votre réponse la longueur d'onde de l'onde diffracté.
 - b) Calculer l'écart angulaire θ .



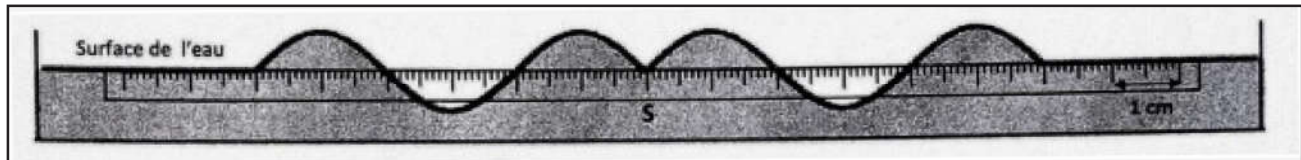
EXERCICE 4

Recopier le numéro de la question et écrire à côté, parmi les quatre réponses proposées, la réponse juste sans justification ni explication.

- Propagation d'une onde à la surface de l'eau :

On crée, à l'instant $t = 0$, en un point S de la surface de l'eau, une onde mécanique progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$. La figure ci-dessous représente une coupe verticale de la surface de l'eau à un instant t .

La règle graduée sur le schéma indique l'échelle utilisée.



- 1- La longueur d'onde est : **(0,5pt)**
 - $\lambda = 0,2 \text{ cm}$
 - $\lambda = 4 \text{ cm}$
 - $\lambda = 5 \text{ cm}$
 - $\lambda = 6 \text{ cm}$
- 2- La vitesse de propagation de l'onde à la surface de l'eau est : **(0,5pt)**
 - $V = 2 \text{ m.s}^{-1}$
 - $V = 200 \text{ m.s}^{-1}$
 - $V = 3 \text{ m.s}^{-1}$
 - $V = 8.10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$
- 3- L'instant t , où la coupe de la surface de l'eau est représentée, a pour valeur : **(0,75pt)**
 - $t = 8 \text{ s}$
 - $t = 0,03 \text{ s}$
 - $t = 0,3 \text{ s}$
 - $t = 3 \text{ s}$
- 4- On considère un point M de la surface de l'eau, éloigné de la source S d'une distance $SM = 6 \text{ cm}$. Le point M reprend le même mouvement que celui de S avec un retard temporel τ .
La relation entre l'élongation du point M et celle de la source s'écrit : **(0,75pt)**
 - $y_M(t) = y_S(t - 0,3)$
 - $y_M(t) = y_S(t + 0,03)$
 - $y_M(t) = y_S(t - 0,03)$
 - $y_M(t) = y_S(t + 0,3)$

EXERCICE 5

Le but de l'exercice est de reconnaître quelques propriétés des ondes ultrasonores et des ondes lumineuses à partir de leur propagation dans différents milieux.

1. propriétés des ondes ultrasonores et des ondes lumineuses

Recopier sur votre copie, le numéro de la question, et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie parmi :

a	les ondes ultrasonores sont des ondes longitudinales.
b	Le domaine de fréquences de la lumière visible est limité entre 400 nm et 1000 nm.
c	les ondes ultrasonores et les ondes lumineuses ont même célérité de propagation dans le même milieu.
d	La fréquence des ondes lumineuses varie d'un milieu à un autre.

2. Propagation des ondes ultrasonores

On place en une même position, un émetteur E et un récepteur R des ondes ultrasonores, à la distance $d = 42,5 \text{ cm}$ d'un obstacle. Les ondes ultrasonores qui se propagent à partir de E, se réfléchissent sur l'obstacle puis sont reçues par R.

Un système d'acquisition informatique permet de visualiser l'onde émise (a) et l'onde reçue (b). La figure (1) donne l'oscillogramme obtenu.

2.1. Déterminer la valeur du retard temporel τ entre les ondes (a) et (b).

2.2. Vérifier que la valeur de la célérité de propagation dans l'air est $v_{\text{air}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

2.3. On répète l'expérience en utilisant le même dispositif, et l'eau comme milieu de propagation. On obtient avec le même système d'acquisition informatique l'oscillogramme représenté sur la figure (2). Dans quel milieu (air/eau), la propagation des ondes ultrasonores est plus rapide ? Justifier votre réponse.

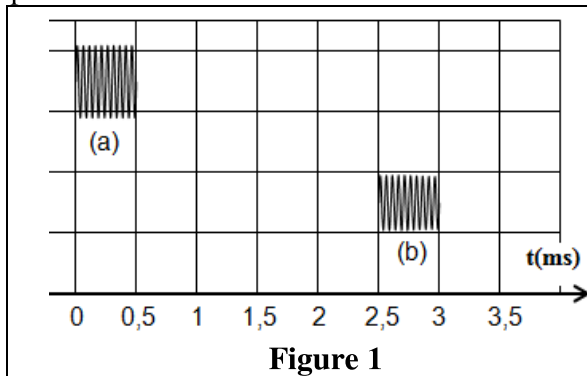


Figure 1

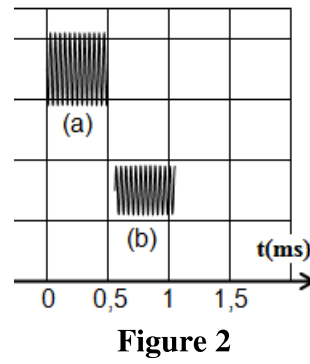


Figure 2

EXERCICE 6

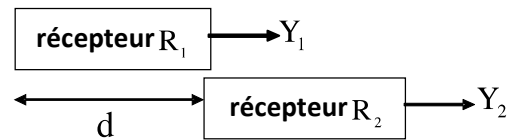
1-Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air

On place un émetteur E d'ondes ultrasonores et deux récepteurs R_1 et R_2 comme l'indique la figure 1.

L'émetteur E envoie une onde ultrasonore progressive sinusoïdale qui se propage dans l'air. Celle-ci est captée par les deux récepteurs R_1 et R_2 .



Figure 1



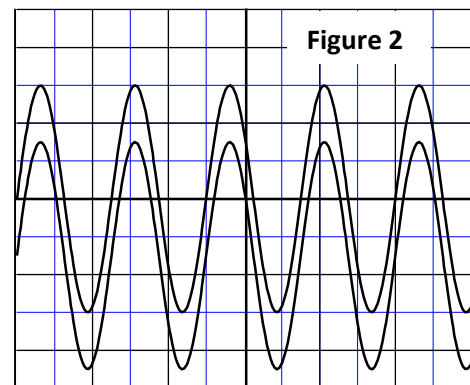
On visualise, à l'oscilloscope,

sur la voie Y_1 le signal capté par R_1 et sur la voie Y_2 le signal capté par R_2 .

Lorsque les deux récepteurs R_1 et R_2 se trouvent à la même distance de l'émetteur E, les deux courbes correspondant aux signaux captés sont en phase (figure 2).

En éloignant R_2 de R_1 , on constate que les deux courbes ne restent plus en phase.

En continuant d'éloigner R_2 de R_1 , on constate que les deux courbes se retrouvent à nouveau en phase et pour la quatrième fois, lorsque la distance entre les deux récepteurs R_1 et R_2 est $d = 3,4 \text{ cm}$ (figure 1).



$S_H = 10 \mu\text{s.div}^{-1}$

1-1- Choisir la proposition juste, parmi les propositions suivantes :

- a- Les ondes ultrasonores sont des ondes électromagnétiques.
- b - Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans le vide .
- c- Le phénomène de diffraction ne peut pas être obtenu par les ondes ultrasonores.
- d- Les ondes ultrasonores se propagent dans l'air avec une vitesse égale à la célérité de la lumière.

1-2- Déterminer la fréquence N de l'onde ultrasonore étudiée.

1-3 -Vérifier que la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans l'air est $V_a = 340 \text{ m.s}^{-1}$.

2-Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'eau de mer

L'émetteur envoie l'onde ultrasonore précédente dans deux tubes, l'un contenant de l'air l'autre étant rempli d'eau de mer (figure 3).

Le récepteur R_1 capte l'onde qui se propage dans l'air et le récepteur R_2 capte l'onde qui

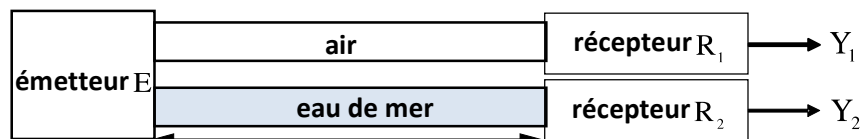


Figure 3

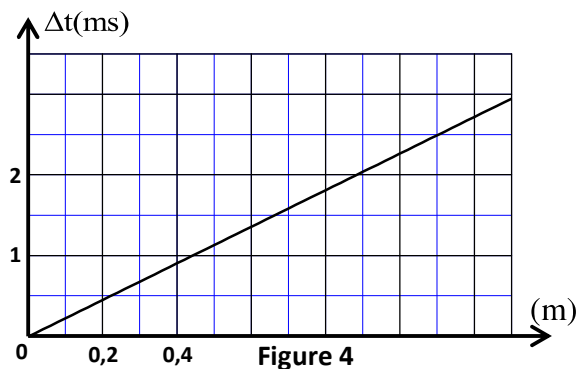
se propage dans l'eau de mer.

Soient Δt le retard temporel de réception de l'onde qui se propage dans l'air par rapport à celle qui se propage dans l'eau de mer et ℓ la distance entre l'émetteur et les deux récepteurs.

En mesurant le retard Δt pour différentes distances ℓ entre l'émetteur et les deux récepteurs (figure 3), on obtient la courbe de la figure 4.

2-1- Exprimer Δt en fonction de ℓ , V_a et V_e vitesse de propagation de l'onde dans l'eau de mer.

2-2 -Déterminer la valeur de V_e .



EXERCICE 7

1-Propagation d'une onde ultrasonore

une onde ultrasonore de fréquence $N=50\text{Hz}$ se propagent dans une eau calme avec une vitesse $v_0=1500\text{ms}^{-1}$.

1.1- Calculer la longueur d'onde λ de cette onde ultrasonore se propageant dans une eau calme.

1.2- La valeur de λ varie-t-elle si cette onde se propage dans l'air ? Justifier la réponse.

2- Mesure de la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite

Une onde ultrasonore se propage à la vitesse v dans une eau qui coule à la vitesse v_e dans une conduite tel que $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_e$ avec \vec{v}_0 vecteur vitesse de propagation de cette onde dans une eau calme.

Pour déterminer la vitesse v_e d'écoulement de l'eau dans une conduite horizontale, on y place un émetteur E et un récepteur R d'ondes ultrasonores.

L'émetteur E et le récepteur R sont situés sur la même droite horizontale et parallèle à la direction du mouvement de l'eau et sont séparés d'une distance $d=1,0\text{m}$.

L'émetteur E émet une onde ultrasonore de faible durée qui est reçue par le récepteur R.

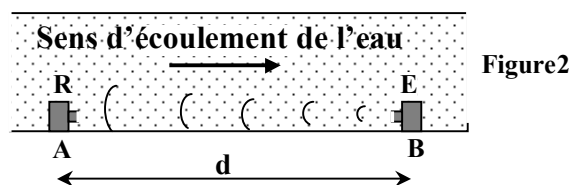
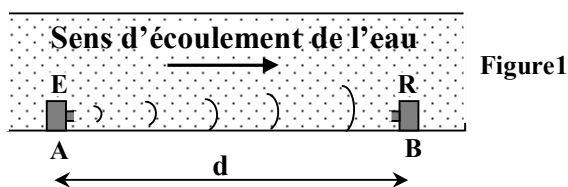
Un dispositif adéquat permet d'enregistrer le signal $u(t)$ reçu par le récepteur R.

On enregistre le signal $u(t)$ dans les deux cas suivants :

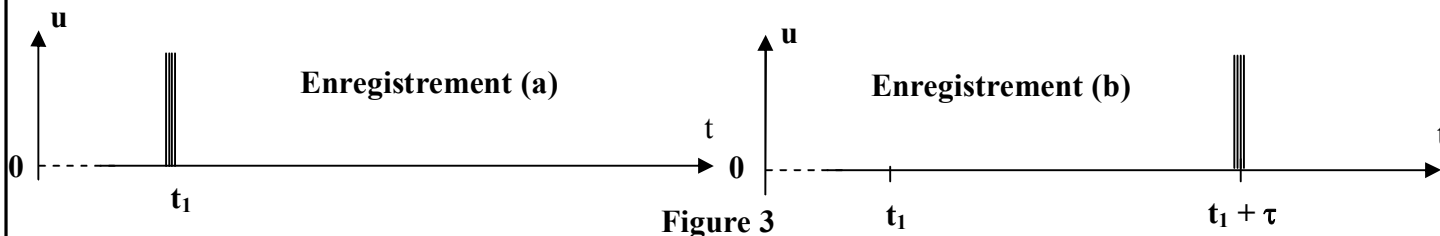
- **1^{er} cas :** L'émetteur E est à la position A, et le récepteur R est à la position B (figure1).

- **2^{eme} cas :** L'émetteur E est à la position B, et le récepteur R est à la position A (figure2).

On considère, pour chaque cas, l'instant de l'émission de l'onde ultrasonore par l'émetteur E comme origine des dates.



La figure 3 représente les deux enregistrements obtenus (a) et (b).



3. Propagation des ondes lumineuses

On éclaire une fente verticale de largeur $a=0,1\text{ mm}$, à l'aide d'un laser qui donne une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda=632,8\text{ nm}$. On observe sur un écran placé à la distance D de la fente, des taches lumineuses mettant en évidence le phénomène de diffraction. La largeur de la tache centrale s'exprime par : $L = \frac{2\lambda.D}{a}$. La célérité de la lumière dans le vide (ou l'air) est $c=3.10^8\text{m.s}^{-1}$.

3.1. Déterminer la valeur de la fréquence ν de la lumière utilisée.

3.2. On refait l'expérience en utilisant un fil très fin vertical de diamètre a_0 , on obtient une tache centrale de largeur $L_0=2.L$. Déterminer la valeur de a_0 .

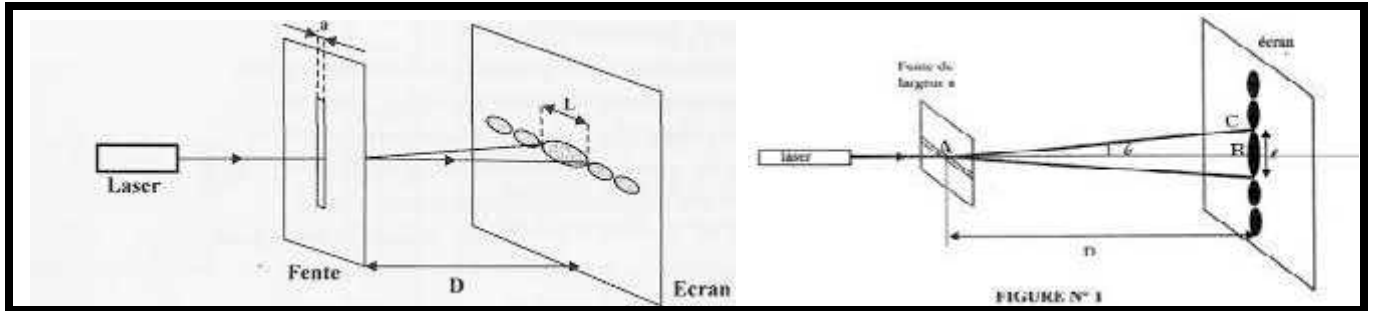
Propagation des ondes lumineuses

I) Le modèle ondulatoire de la lumière :

1) Phénomène de diffraction de la lumière :

On appelle diffraction, le phénomène au cours duquel une onde qui traverse une petite ouverture ou rencontre un petit objet change de direction sans modification de fréquence ou de longueur d'onde λ .

Le phénomène est d'autant plus important que la taille de l'obstacle ou de l'ouverture est faible.



Par comparaison avec les ondes mécaniques, on peut dire que la lumière a un aspect ondulatoire.

2) La lumière : une onde électromagnétique :

La lumière peut être décrite comme une onde progressive appartient à une catégorie d'ondes, appelées ondes électromagnétiques.

Les ondes lumineuses peuvent se propager dans le vide et dans les milieux transparents.

II) Propriétés des ondes lumineuses.

1) Onde lumineuse monochromatique:

Une onde lumineuse monochromatique est une onde progressive sinusoïdale caractérisée par :

- ✓ Sa fréquence ν (ou sa période T) imposée par la source de l'onde.
- ✓ Sa vitesse V , qui dépend du milieu dans lequel elle se propage.

2) Célérité de la lumière - indice de réfraction:

La célérité de la lumière dans le vide: c'est une constante fondamentale dont la valeur est indépendante de la fréquence de la radiation lumineuse.

$$C \approx 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Dans un milieu matériel, l'onde lumineuse se propage avec une vitesse V inférieure à la célérité C .

On définit l'indice de réfraction dans un milieu transparent pour une lumière monochromatique par la relation :

$$n = \frac{C}{V}$$

L'indice de réfraction \rightarrow n
 \leftarrow Célérité (m.s⁻¹)
 \leftarrow Vitesse (m.s⁻¹)

Remarque :

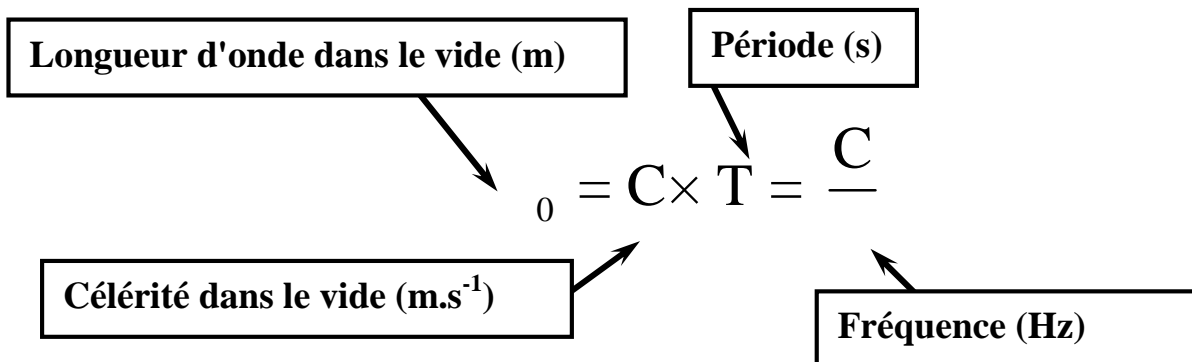
- L'indice de réfraction n'a pas d'unité.
- L'indice de réfraction n est supérieur à 1

Exemples :

Milieu	Vitesse de propagation (m.s ⁻¹)	Indice n
Vide	3,00×10 ⁸	1,00
Air	3,00×10 ⁸	1,00014 ≈ 1,00
Eau	2,26×10 ⁸	1,33
Verre	2,00×10 ⁸	1,50
Diamant	1,24×10 ⁸	2,42
Indice de réfraction de quelques milieux dispersifs pour une onde monochromatique de longueur d'onde } = 589 nm		

3) La fréquence et la longueur d'onde:

- La couleur de la lumière monochromatique dépend de la fréquence.
- L'onde lumineuse monochromatique est caractérisée par sa fréquence ν qui ne dépend pas du milieu de propagation.
- On exprime la longueur d'onde λ_0 de la lumière monochromatique dans le vide par la relation :



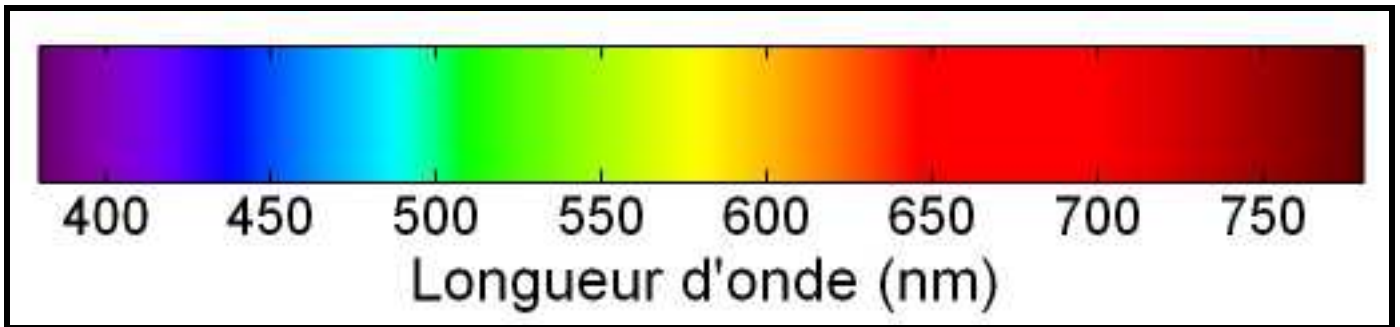
- Dans un milieu bien défini, on exprime la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique par la relation :

$$\lambda = \nu \times T = \frac{V}{\nu}$$

- La longueur d'onde λ de la lumière monochromatique de fréquence ν , dépend de la nature du milieu de propagation.

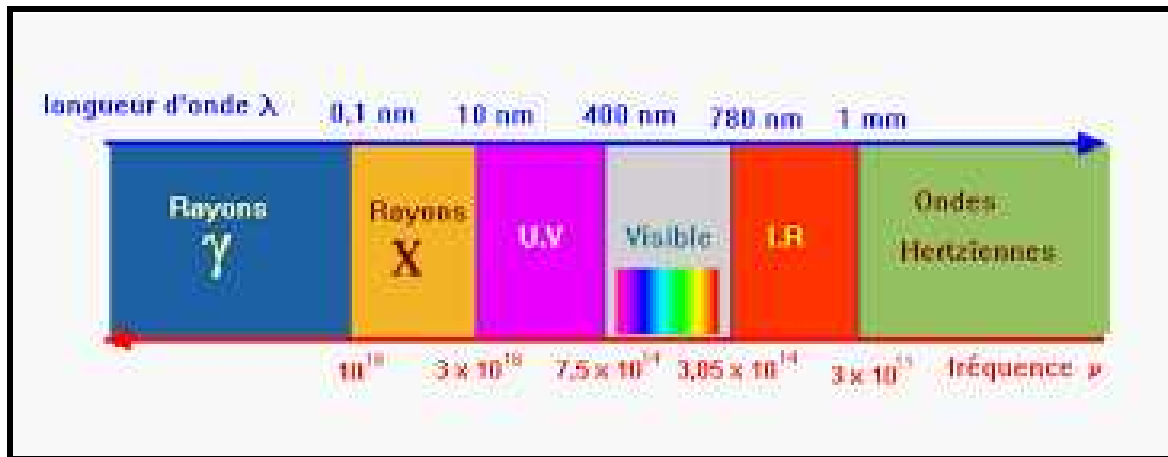
4) Domaine des ondes lumineuses visibles :

Le mot "*lumière*" décrit les ondes électromagnétiques que l'œil humain peut percevoir. Cela correspond à un domaine de longueurs d'onde λ dans le vide comprise entre 400 nm (le violet) et 800 nm (le rouge), soit un domaine de fréquence comprise entre $3,75 \cdot 10^{14}$ Hz et $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz.



Remarque :

Le spectre électromagnétique des longueurs d'onde et des fréquences correspondantes de différents domaines.



III) Diffraction d'une onde lumineuse monochromatique :

1) Caractéristiques de la diffraction d'une onde lumineuse monochromatique par fente:

Le phénomène de diffraction est visualisable si la largeur a des ouvertures ou des obstacles interposés sur le fuseau est *inférieur* ou du *même ordre de grandeur* que la longueur d'onde λ dans le milieu de propagation, mais également si la largeur a est 10 à 100 fois plus grande que λ .

La diffraction de la lumière monochromatique par une fente dépend de deux facteurs :

✓ *Influence de la largeur a.*

Plus la fente est petite et plus la figure de diffraction s'étale : la tache centrale deviens de plus en plus large.

✓ *Influence de la longueur d'onde λ .*

Plus la longueur d'onde de la lumière monochromatique est grande et plus la largeur de la tache centrale est large.

2) Ecart angulaire " :

L'écart angulaire (angle de diffraction) θ entre le milieu de la tache centrale et la première extinction est $\theta = \widehat{OKM}$

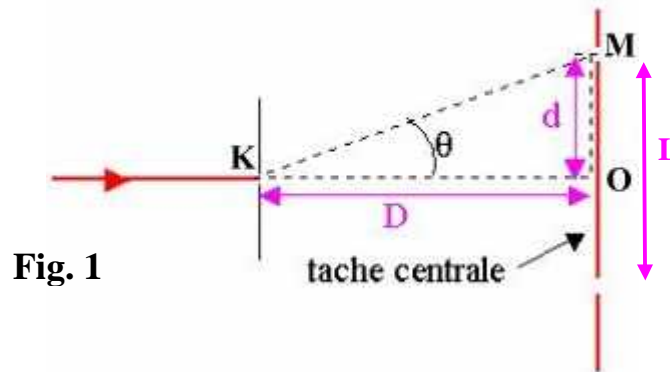


Fig. 1

On se place dans le cas de la diffraction d'une lumière monochromatique, de longueur d'onde λ par une fente de largeur a (ou par un fil d'épaisseur a)

L'expression de l'écart angulaire est :

Ecart angulaire (rad)	=	}	Longueur d'onde (m)
"			a

3) Relation entre la largeur de la tache centrale et la longueur d'onde:

D'après la figure 1 : $\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$ et puisque $L \ll D$ donc $\tan(\theta) \cong \theta(\text{rad})$

On a $\theta = \frac{\lambda}{a}$

donc $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$ c.à.d $L = \frac{2 \times \lambda \times D}{a}$

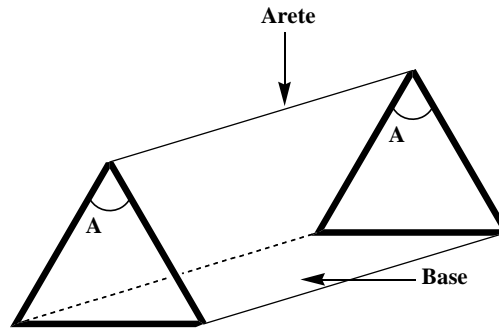
Remarque :

La diffraction de la lumière blanche (polychromatique) entraîne l'obtention d'une tache lumineuse centrale blanche et d'autres taches lumineuses sont bordées d'un côté de rouge, de l'autre de violet

IV) **Dispersion des ondes lumineuses :**

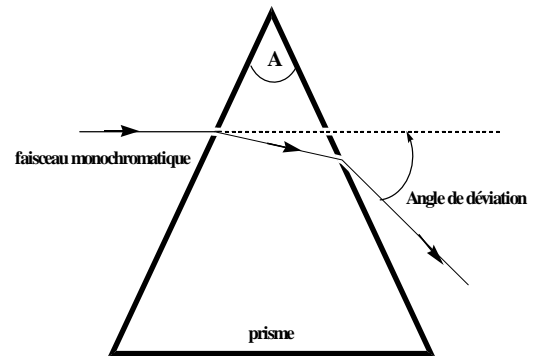
1) Définition du prisme:

Un prisme est un polyèdre qui a deux faces parallèles, superposables, qui se coupent suivant une droite qui s'appelle l'arête du prisme et dont les autres faces sont rectangulaires.

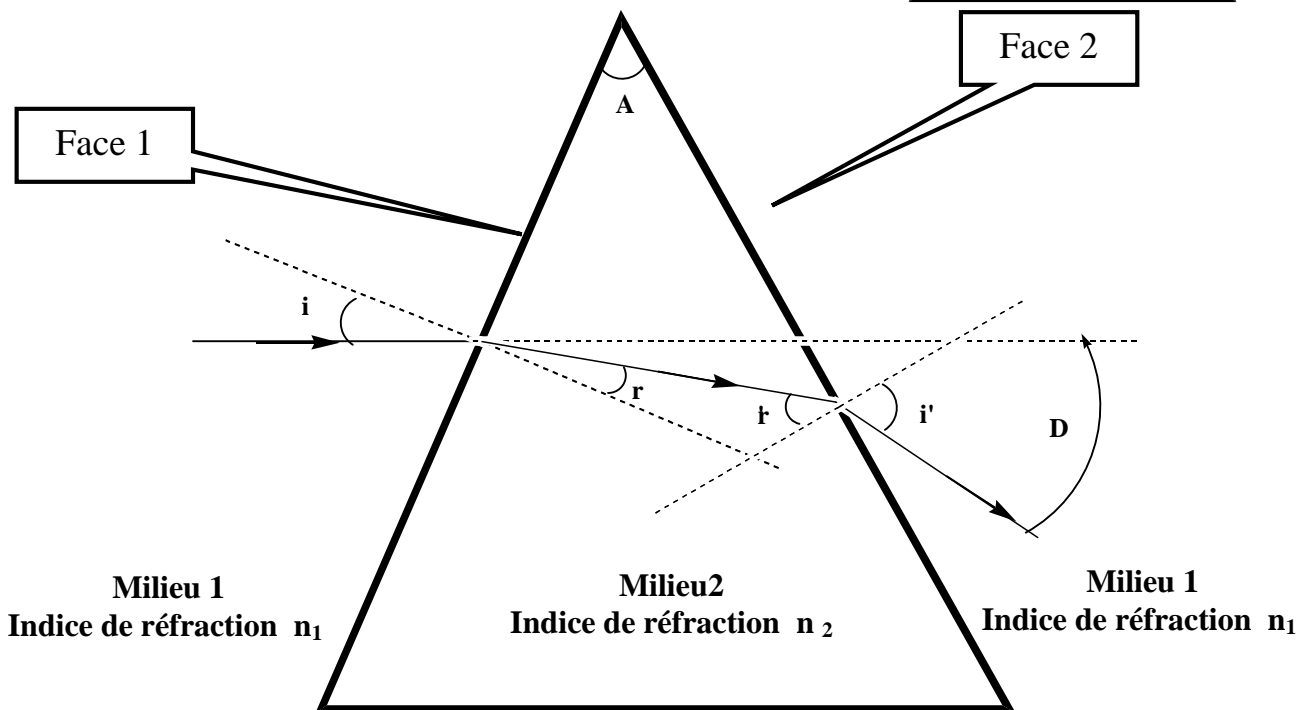


2) Réfraction d'un faisceau lumineux par un prisme:

Lorsqu'un faisceau lumineux monochromatique traverse un prisme, d'indice n , il est dévié à cause du changement du milieu (air-verre; verre-air) cela crée 2 réfractions successives une sur chaque face de prisme



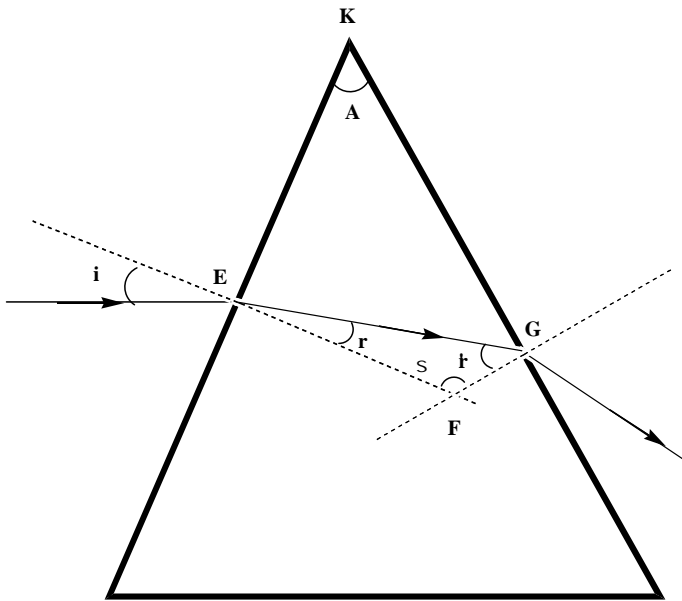
3) Formules d'un prisme :



- ✓ i : Angle d'incidence sur la surface 1.
- ✓ r : Angle de réfraction sur la surface 1.
- ✓ r' : Angle d'incidence sur la surface 2.
- ✓ i' : Angle de réfraction sur la surface 2.
- ✓ D : Angle de déviation.
- ✓ n_1 : Indice de réfraction
- ✓ n_2 : Indice de réfraction

①	$n_1 \times \sin(i) = n_2 \times \sin(r)$	③	$A = r + r'$
②	$n_2 \times \sin(r') = n_1 \times \sin(i')$	④	$D = i + i' - A$

Démonstration de la relation N° ③



Dans le quadrilatère EFGK :

$$A + \beta = 180^\circ$$

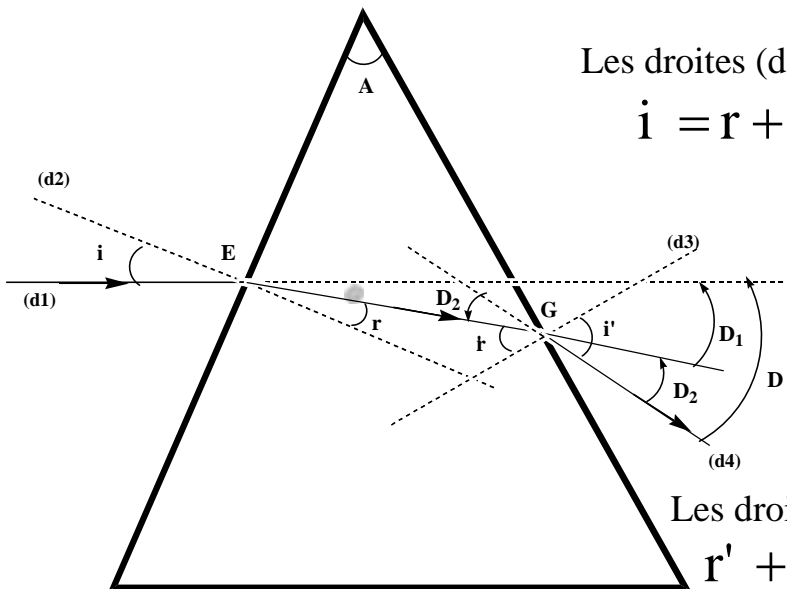
Dans le triangle EFG :

$$r + r' + \beta = 180^\circ$$

Donc :

$$A = r + r'$$

Démonstration de la relation N° ④



Les droites (d1) et (d2) se coupent en E :

$$i = r + D_1 \Rightarrow D_1 = i - r$$

Les droites (d3) et (d4) se coupent en E :

$$r' + D_2 = i' \Rightarrow D_2 = i' - r'$$

$$D = D_1 + D_2 = i - r + i' - r' \Rightarrow D = i + i' - (r + r')$$

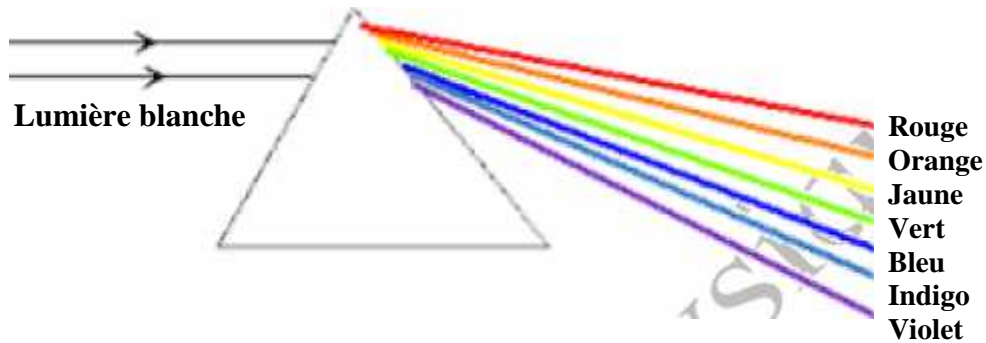
$$D = i + i' - A$$

4) Dispersion de la lumière blanche par un prisme:

Lorsqu'un faisceau de lumière blanche traverse un prisme on obtient une figure colorée appelée spectre, chaque radiation correspond à une couleur précise et qui est caractérisée par sa longueur d'onde dans le vide c.à.d par sa fréquence.

Puisque les radiations de différentes longueurs d'onde λ_0 dans le vide composant la lumière blanche ne sont pas dévié de la même façon par le prisme, cela signifie que l'indice de réfraction n du verre dans lequel il est taillé dépend de λ_0 , et donc de la fréquence.

Comme $n = \frac{c}{V}$, V est la vitesse de la lumière dans le verre dépend de la fréquence de radiation. le verre set donc un milieu dispersif.



Remarque :

L'air et la vide sont deux milieux non dispersifs pour la lumière

Première Partie :Les ondes

Unité 3

5 H

Propagation d'une onde lumineuse

انتشار موجة ضوئية

2^{ème} Bac Sciences
PhysiqueI – Diffraction de la lumière :1– Activité :

On éclaire une **fente**, de **largeur a variable**, par un **faisceau de laser** comme illustré par la **figure** ci-contre.

a- Qu'observez-vous sur l'**écran** lorsque la **largeur** de la **fente** devient **grande** ?

On voit une **seule tache lumineuse**.

b- Qu'observez-vous sur l'**écran** lorsque la **largeur** de la **fente** devient **petite** (voir la **figure**) ?

On observe **plusieurs taches** avec des **éclaircissements maximaux (franges brillantes)** séparées par des **taches sombres (franges foncées)**.

c- Est-ce que la **direction** de **propagation** de la **lumière** a changé dans les **deux cas** ?

Dans le **premier cas**, on observe que la **direction** de la **propagation** des **rayons lumineux** ne change pas, alors que la **direction** de la **propagation** des **rayons lumineux** change dans le **deuxième cas** afin qu'il puisse **atteindre** les endroits au-delà de l'**obstacle** ce qui est contraire au **principe** de **propagation rectiligne** de la **lumière**.

d- Avez-vous déjà rencontré comme ce **phénomène** dans le cas des **ondes mécaniques** ?
Donne le **nom** de ce **phénomène**.

Oui, il s'appelle **phénomène de diffraction**.

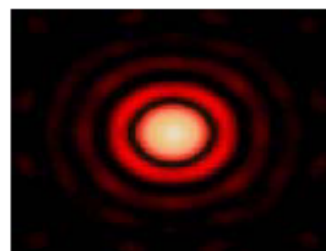
e- Que peut-on conclure a propos de la **nature** de la **lumière** ?

Par analogie avec les **ondes mécaniques**, on considère que la **lumière** est une **onde électromagnétique**.

2– Concept de diffraction de la lumière :

Dans le vide ou dans un milieu matériel, la lumière se propage à partir de la source en ligne droite.

Lorsqu'on éclaire une **fente** de **petite largeur a** , on observe sur l'**écran** des **taches lumineuses (franges brillantes)** et autres **sombres (franges foncées)** où la **fente** se comporte comme une **source lumineuse** et ce **phénomène** est appelé **phénomène de diffraction** où la **direction** de la **diffusion** des **rayons lumineux** **change** pour atteindre des **endroits** au-delà de l'**obstacle**.

L'écran dans le cas d'une ouverture rectangulaireL'écran dans le cas d'un trou circulaire

3- Modèle ondulatoire de la lumière :

Si on se limite à la **propagation rectiligne de la lumière**, on ne peut pas expliquer l'arrivée de la **lumière** à des **endroits** situés au-delà de l'**obstacle**. Et **par analogie** avec les **ondes mécaniques**, on considère que la **lumière est une onde longitudinale électromagnétique** (association d'un **champ électrique** et d'un **champ magnétique**) se propage dans les **milieux transparents matériels et non matériels**.

Elle a une **double périodicité** :

✍ **Périodicité temporelle** : est caractérisée par la **période T** ou la **fréquence ν** telle que $\nu = \frac{1}{T}$ et elles ne dépendent pas de la **nature de milieu de propagation**.

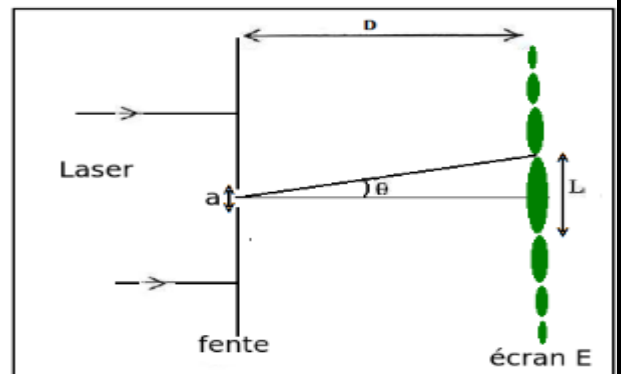
✍ **Périodicité spatiale** : est caractérisée par la **longueur d'onde λ** et elle dépend de la **nature de milieu de propagation**.

Remarques :

⊕ On obtient la **diffraction** de la **lumière** par une **fente** de **largeur a** lorsqu'elle est : $10 \lambda \leq a \leq 100 \lambda$.

⊕ Si le **milieu de propagation** ne change pas, l'**onde incidente** et l'**onde diffractée** ont la **même longueur d'onde λ** , la **même période T** et la **même vitesse de propagation V** , telle que : $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$.

⊕ Au cours de la **diffraction d'une onde lumineuse monochromatique** de **longueur d'onde λ** , par une **fente** de **largeur a** (ou un **fil** de **diamètre a**), l'**écart angulaire de diffraction θ** est le **demi-angle** qui délimite le **centre de la tâche centrale** jusqu'au **centre du première tâche sombre** tel que : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ ou $\theta = \frac{L}{2D}$.



⊕ Le **phénomène de diffraction** est **plus important** lorsque la **largeur de la fente** est **petite** ou la **longueur d'onde** de la **lumière monochromatique** utilisée est **grande**.

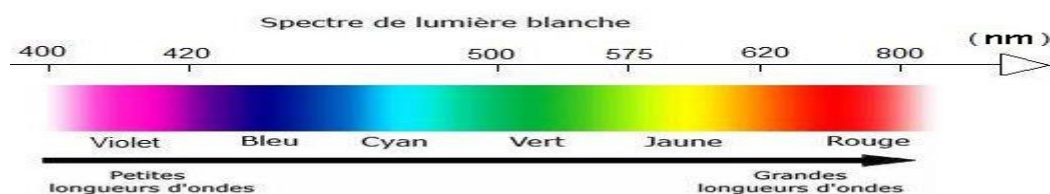
4- Propriétés de l'onde lumineuse :

🏠 On appelle une **lumière monochromatique** chaque **lumière** qui ne **disperse** pas après avoir traversé un **prisme**, c'est une **onde progressive sinusoïdale** caractérisée par la **fréquence ν** et **vitesse V** .

🏠 La **lumière** se **propage** dans le **vide** avec une **vitesse** (nommée **célérité**) $c = 29979245 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, mais dans un **milieu matériel**, cette **vitesse V** devient **inférieure** à c .

🏠 On appelle la **vitesse de propagation** d'une **onde lumineuse** dans un **milieu matériel**, la **grandeur $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$** mais dans le **vide** c'est $c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 \cdot \nu$.

🏠 **Domaine des ondes lumineuses visibles** :



II – Dispersion des ondes lumineuses :

1– Indice de réfraction :

Le **rayon lumineux** est **réfracté** en passant d'un **milieu de propagation** à l'autre, et **chaque milieu** est caractérisé par un **indice de réfraction** noté n , et défini par la relation suivante : $n = \frac{c}{v}$ ($n \geq 1$).

Où c célérité de l'onde dans le vide $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ avec $c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 \cdot \nu$
 λ_0 la longueur de l'onde dans le vide .

V vitesse de propagation de l'onde dans le milieu $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu$

λ la longueur de l'onde dans le milieu .

Alors $n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{\lambda \nu}$, donc l'**indice de réfraction** d'un certain **milieu** dépend de la **fréquence** de l'**onde lumineuse** dans lequel se propage.

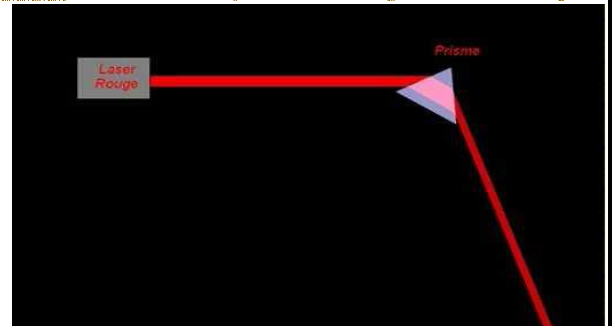
Rayon	Rouge	Orange	Jaune	Bleu	Violet
Longueur d'onde $\lambda(\text{nm})$	768	656	589	486	434
Indice de réfraction n	1,618	1,627	1,629	1,641	1,652

2– Loi de réfraction de Descartes :

2-1- Activité :

On envoie un **faisceau** émis de la **source** du **laser** à la **face** du **prisme**.

a- Décrire ce que vous regardez à l'écran. Est-ce que le **principe** de **propagation rectiligne** de la **lumière** est **vérifié** ?



Une **tache rouge** apparaît à l'écran et le **principe** de **propagation rectiligne** de la **lumière** n'est pas **vérifié** car il y avait des **réfractions** du **faisceau**.

b- Combien de **réfraction** a subi le **faisceau lumineux** après avoir traversé le **prisme** ?

Le **faisceau lumineux** a subi **deux réfractions** .

c- Rappeler la **deuxième loi** de **Descartes**.

L'**angle d'incidence** et l'**angle de réfraction** sont liés par : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$

2-2- Loi de réfraction de Descartes :

Le **rayon lumineux** change la **direction** en passant d'un **milieu de propagation** à l'autre **milieu de propagation**, cette **transition** est soumise à la **loi de réfraction** de **Descartes** : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

avec n_1 : indice de réfraction du milieu 1 n_2 : indice de réfraction du milieu 2

et i_1 : angle d'incidence sur le milieu 1 i_2 : angle de réfraction sur le milieu 2

3– Relations caractéristiques de prisme :

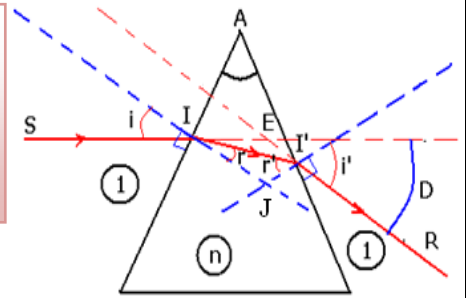
Le **prisme** est un **milieu transparent et homogène**, limité par **deux plans inclinés** définis entre eux un **angle A** s'appelle l'**angle du prisme**.

Soit n l'**indice de réfraction** de **milieu** formant le **prisme** et on considère $n = 1$ l'**indice de réfraction** de l'**air** où il y a le **prisme**.



Le prisme est caractérisé par les relations suivantes :

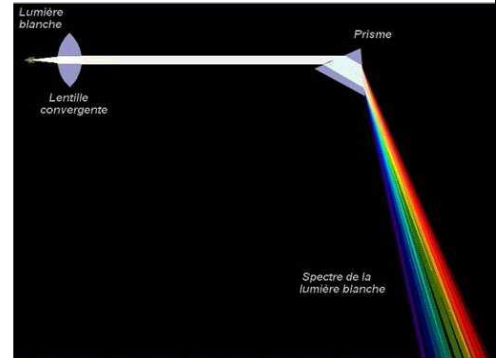
$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r \\ \sin i' &= n \sin r' \\ A &= r + r' \\ D &= i + i' - A \end{aligned}$$



D : L'angle de déviation du rayon lumineux par le prisme.

4- Dispersion de la lumière par le prisme :

Lorsqu'on envoie un faisceau de *lumière blanche* sur une face d'un **prisme**, cette onde a subi le phénomène de *réfraction deux fois*, et on observe sur l'écran la formation des taches colorées s'appelle *spectre de la lumière blanche*, et on appelle ce phénomène qui permet la *séparation des rayonnements* de différentes couleurs par *la dispersion de la lumière*, et on appelle le prisme *un milieu dispersif de la lumière*.



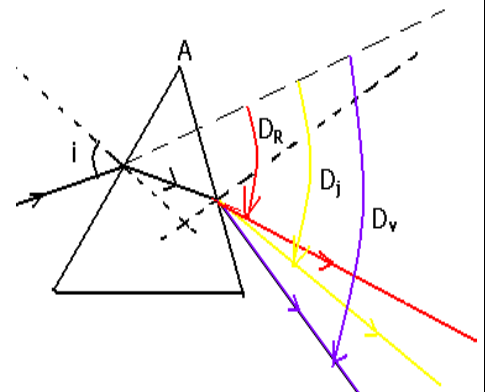
Le phénomène de **dispersion** de la **lumière** par **prisme** montre que la **lumière blanche** est composée de **plusieurs couleurs** du **spectre de la lumière visible**. On dit que la **lumière blanche** est **polychromatique** et que chaque **lumière (couleur)** du spectre est appelée **lumière monochromatique**.

5- Explication du phénomène de dispersion :

On sait que l'indice de **réfraction n** du milieu est lié à la longueur d'onde du rayon qu'il le traverse

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \text{ c-à-d la couleur.}$$

Le **faisceau lumineux incident** au **prisme** est **cylindrique**, c-à-d les **rayons** sont **parallèles entre eux**, alors tous les **lumières monochromatiques** formant la **lumière blanche** ont le **même angle d'incidence i**.



Par exemple : pour les **rayons rouge et violet**, on a $n_R = n_V$ (car ont pas la même longueur d'onde)

En appliquant les relations du prisme :

$$\begin{aligned} \sin i &= n \sin r \Rightarrow r_R \neq r_V \\ A &= r + r' = cte \Rightarrow r'_R \neq r'_V \\ \sin i' &= n \sin r' \Rightarrow i'_R \neq i'_V \\ D &= i + i' - A \Rightarrow D_R \neq D_V \end{aligned}$$

Ainsi, les **deux rayons rouge et violet** n'ont pas la **même direction finale**. Donc on remarque que :

$$\begin{aligned} D_V &> D_B > D_{Vr} > D_J > D_{Or} > D_R \\ \text{violet} & \text{bleu} \text{ vert} \text{ Jaune} \text{ Orange} \text{ Rouge} \\ \lambda_V & < \lambda_B < \lambda_{Vr} < \lambda_J < \lambda_{Or} < \lambda_R \end{aligned}$$

Donc, l'indice de réfraction d'un milieu transparent est lié à la fréquence des rayons lumineux, ce qui provoque le phénomène de dispersion de la lumière.

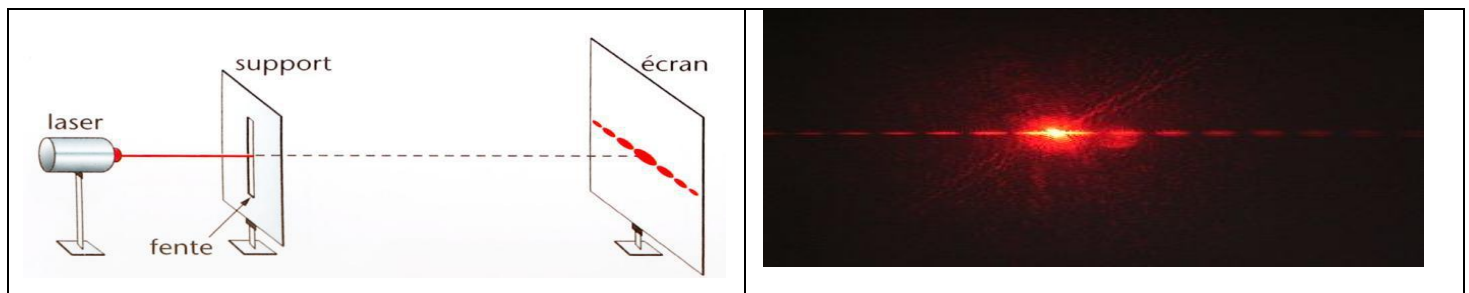
Savoirs et savoir - faire exigibles : (cadres de référence de l'examen national du baccalauréat - 2015) :

- Savoir que la lumière a un aspect ondulatoire, en se basant sur le phénomène de diffraction.
- Connaître l'influence de la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle sur le phénomène de diffraction.
- Exploiter un document ou une figure de diffraction dans le cas des ondes lumineuses.
- Connaître et savoir utiliser la relation $\lambda=c/v$, la signification et l'unité de chaque terme.
- Définir une lumière monochromatique et une lumière polychromatique.
- Connaître les limites des longueurs d'onde dans le vide du spectre visible et les couleurs correspondantes.
- Savoir que la fréquence d'une radiation monochromatique ne change pas lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre.
- Savoir que les milieux transparents sont plus ou moins dispersifs.
- Connaître et exploiter la relation $n=c/v$.
- Déterminer l'indice de réfraction d'un milieu transparent pour une fréquence donnée.
- Proposer le schéma d'un montage expérimental permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction dans le cas des ondes lumineuses.
- Connaître et exploiter la relation $\theta=\lambda/a$, et connaître la signification et l'unité de chaque terme.
- Exploiter des mesures expérimentales pour vérifier la relation $\theta=\lambda/a$.
-

I. Mise en évidence expérimentale de la diffraction de la lumière :

Activité :

On dirige un laser rouge (source) vers un écran. On observe sur l'écran, une tache ponctuelle rouge. On interpose alors entre la source et l'écran, une plaque percée d'une fine fente verticale. On observe un étalement de la lumière rouge, perpendiculairement à la fente : plusieurs taches lumineuses rouges sont observées séparées par des zones d'obscurité (La tâche rouge centrale est plus lumineuse que les autres tâches et deux fois plus large).



Lorsqu'un faisceau de lumière monochromatique passe à travers un trou circulaire de faible diamètre, l'observation est similaire.



Conclusion : La lumière subit une diffraction dans les deux expériences précédentes.

II . Modèle ondulatoire de la lumière :

1 . La lumière est une onde électromagnétique :

Le phénomène de diffraction permet d'affirmer que la lumière présente un caractère ondulatoire. Par conséquent, la lumière possède toutes les caractéristiques et les propriétés d'une onde progressive périodique.

Rem. : Comme toute onde mécanique progressive, l'onde lumineuse se propage dans tout milieu matériel (solide, liquide ou gazeux). Mais, au contraire des ondes mécaniques, elles peuvent également se propager dans le vide (la lumière du Soleil traverse le vide interstellaire avant de pénétrer dans l'atmosphère terrestre).

On dit que l'onde lumineuse possède les propriétés de propagation d'une onde électromagnétique.

Une radiation lumineuse est une onde électromagnétique périodique sinusoïdale susceptible de se propager dans le vide ou un milieu matériel transparent (air, verre,...). L'onde lumineuse n'est donc pas une onde mécanique, cependant, comme toute onde, elle transporte de l'énergie (énergie lumineuse).

2. Propriétés des ondes lumineuses :

2.1. Double périodicité de la radiation lumineuse :

Comme toute onde périodique la radiation lumineuse présente une double périodicité : spatiale (longueur d'onde) et temporelle (période).

On a alors la relation : $\lambda_{\text{vide}} = c T$ où c est la célérité de la lumière dans le vide exprimée en $m.s^{-1}$, λ_{vide} la longueur d'onde dans le vide de la radiation lumineuse exprimée en mètre et T sa période exprimée en seconde.

2.2. Fréquence lumineuse et couleur :

Bien que l'on caractérise habituellement une radiation lumineuse par sa longueur d'onde (dans le vide), cette caractérisation est ambiguë car la longueur d'onde dépend, par l'intermédiaire de la célérité, du milieu de propagation.

La caractéristique « invariante » d'une radiation lumineuse, comme de toute onde périodique, **est en fait sa fréquence** (éventuellement sa période) qui est imposée par la source lumineuse et qui ne dépend pas du milieu de propagation.

L'œil étant sensible à la fréquence de la radiation lumineuse, c'est également cette fréquence qui est caractéristique de la couleur.

La couleur d'une radiation lumineuse (onde monochromatique sinusoïdale) est caractérisée par sa fréquence ν .

La longueur d'onde dans le vide λ_0 d'une lumière monochromatique est liée à la fréquence ν par la relation : $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$

Dans le système international des unités : λ_0 longueur d'onde dans le vide (m), ν la fréquence (Hz) et C vitesse de la lumière dans le vide (célérité) dont la valeur approchée est $C = 3.10^8 m.s^{-1}$.

Exercice d'entraînement : Déterminer les fréquences lumineuses correspondant aux limites du spectre visible, pour $\lambda = 400 \text{ nm}$ (violet) et $\lambda = 800 \text{ nm}$ (rouge).

$$\nu_{\text{violet}} = \frac{3.10^8}{400.10^{-9}} = 7,50 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 750 \text{ THz} \quad (1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz})$$

$$\nu_{\text{rouge}} = \frac{3.10^8}{800.10^{-9}} = 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 375 \text{ THz} \quad (1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz})$$

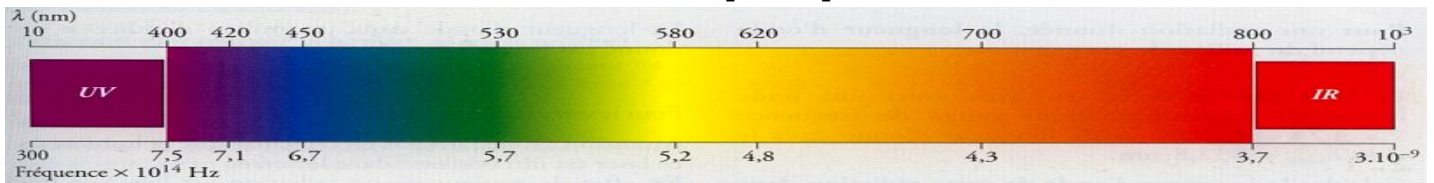
Les fréquences lumineuses du spectre visible sont de l'ordre 10^{14} Hz ou encore de la centaine de THz.

2.3. Lumières monochromatiques et polychromatiques :

Une lumière monochromatique est constituée d'une seule radiation lumineuse (une seule fréquence). Une lumière polychromatique est constituée de plusieurs radiations lumineuses ; son spectre (ensemble des fréquences lumineuses ou couleurs présentes) peut être continu ou discontinu.

2.4. Le spectre lumineux :

Les radiations lumineuses visibles ne constituent qu'une partie de l'ensemble des ondes lumineuses.



Les ondes électromagnétiques dont la fréquence est inférieure à 375 THz (rouge) (donc de longueur d'onde dans le vide supérieure à 800 nm) correspondent au rayonnement infrarouge (I.R.) ; celui-ci s'étend jusqu'à des longueurs d'onde dans le vide de l'ordre du millimètre.

Les ondes électromagnétiques dont la fréquence est supérieure à 750 THz (violet) (donc de longueur d'onde dans le vide inférieure à 400 nm) correspondent au rayonnement ultraviolet (U.V.) ; celui-ci s'étend jusqu'à des longueurs d'onde dans le vide de l'ordre de 10 nm.

Rem. : Les radiations ultraviolettes ($\lambda_0 < 400 \text{ nm}$) et les radiations infrarouges ($\lambda_0 > 800 \text{ nm}$) sont donc invisibles pour l'œil humain.

III. Etude de la diffraction d'une lumière monochromatique

1. Etude qualitative :

1.1- Influence de la longueur d'onde λ_0 :

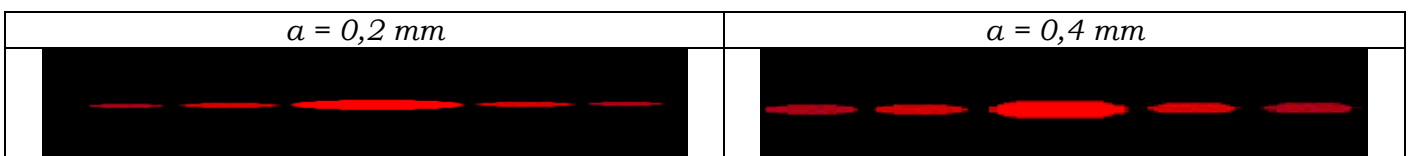
On remplace le laser rouge ($\lambda_0 = 650 \text{ nm}$) par le laser vert ($\lambda_0 = 540 \text{ nm}$). On remarque que les radiations rouges sont plus déviées (tache centrale plus grande) que les radiations vertes.



On conclut que le phénomène de diffraction dépend de la longueur d'onde. La déviation est proportionnelle à la longueur d'onde.

1.2- Influence de la largeur de la fente :

On interpose cette fois entre la source et l'écran, une autre plaque percée d'une fine fente verticale d'ouverture différente. On observe que la déviation de la lumière, perpendiculairement à la fente diffère.

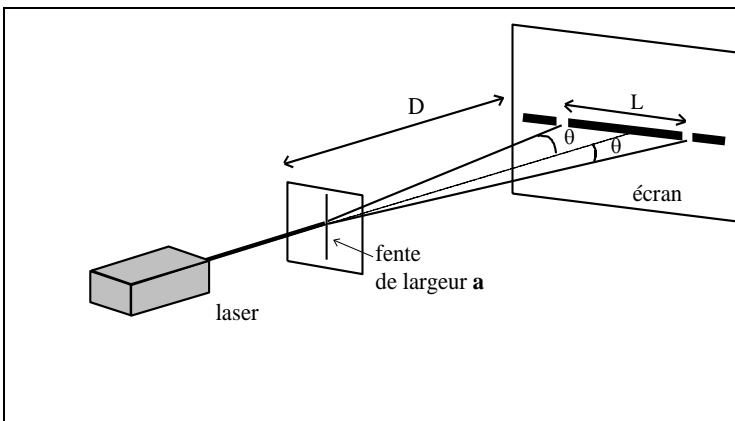


On conclut que le phénomène de diffraction dépend de la largeur de la fente.

La largeur de la tache centrale est d'autant plus grande que la fente est plus fine : La déviation est inversement proportionnelle à la largeur de la fente.

1.3- Relation de l'écart angulaire θ :

On appelle θ l'écart angulaire entre le centre de la tache centrale et le milieu de la première extinction (zone sombre la plus proche de la tache centrale). θ est aussi appelé demi-largeur angulaire.



-La figure de diffraction présente une symétrie par rapport à la tache centrale
 -Si la fente est verticale, les taches de diffraction sont alignées suivant la direction horizontale.
 -Dans un même côté, l'écart angulaire entre les milieux respectifs de deux zones sombres consécutives est θ .
 On définit la largeur L de la tache centrale comme la distance entre les milieux des deux zones d'extinction les plus proches de cette tache.

L'écart angulaire θ entre la direction de propagation du rayon incident et la direction correspondant à la première extinction est donné par la relation : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ avec θ : écart angulaire (en radian), λ longueur d'onde de la radiation (en mètre) et, a la largeur de la fente (en mètre)

Remarque : plus L est grande, plus θ est grand et, plus la lumière est déviée.

2. Etude quantitative :

2.1- Activité expérimentale (voir page 8) : DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

2.2- Exercice : En deux parties A et B

On réalise une expérience en utilisant un LASER, une fente de largeur réglable et un écran blanc. Le dispositif (vu de dessus) est représenté ci-dessous .

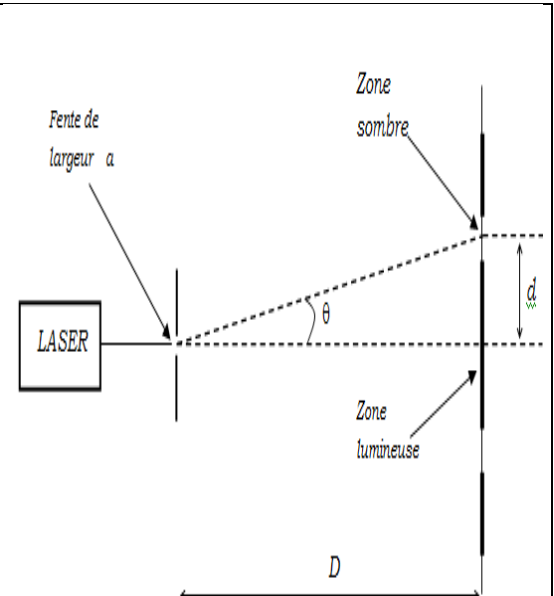
Les mesures de la largeur de la fente a , de la distance de la fente à l'écran D et de la largeur de la zone lumineuse centrale $2d$ conduisent aux résultats suivants : $a = 0,200 \text{ mm}$, $D = 2,00 \text{ m}$ et $d = 6,3 \text{ mm}$.

Questions : Partie A

1. Quel est le nom du phénomène observé ?
2. L'angle θ étant « petit », on peut faire l'approximation : $\tan \theta \approx \theta$ (en rad).
 2.1. En utilisant les résultats des mesures, calculer la valeur de l'écart angulaire θ en radians.
 2.2. Donner la relation qui lie les grandeurs θ (écart angulaire), λ (longueur d'onde de la lumière) et a (largeur de la fente). Calculer la valeur de la longueur d'onde λ .
3. Quelle est la relation entre λ (longueur d'onde de la lumière), c (célérité de la lumière) et ν (fréquence de la lumière) ?
4. Indiquer comment varie d lorsque :
 - on remplace la lumière émise par le LASER (lumière rouge) par une lumière bleue ?
 - on diminue la largeur de la fente a ?
5. Qu'est-ce qui différencie une lumière monochromatique d'une lumière polychromatique ?

On donne :

célérité de la lumière dans le vide $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$



Réponse :

1. Il se produit le phénomène de **diffraction**.

2.

2.1. Géométriquement $\tan \theta = d / D$

L'angle θ étant « petit », on peut faire l'approximation : $\tan \theta \approx \theta$ (en rad) alors $\theta = d / D$

$$\theta = \frac{6,3 \cdot 10^{-3}}{2} = \mathbf{3,15 \times 10^{-3} \text{ rad}}$$

2.2. On a la relation $\theta = \lambda / a$ avec λ en mètres, θ en radians et a en mètres donc $\lambda = \theta \cdot a$

$$\lambda = 3,15 \times 10^{-3} \times 0,200 \times 10^{-3} = \mathbf{6,30 \times 10^{-7} \text{ m}} = 630 \text{ nm} .$$

3. On a $\lambda = c / \nu$ avec λ en mètres, c en mètres par seconde et ν en hertz.

4. D'après 2.1. et 2.2., on obtient $d / D = \lambda / a$, soit $d = \frac{\lambda}{a} D$

-Si on remplace la lumière émise par le LASER (lumière rouge) par une lumière bleue, alors on **diminue la longueur d'onde λ** . a et d ne variant pas, alors **d diminue**.

- Si on diminue la largeur de la fente a , avec λ et D constantes ; alors **d augmente**.

5. Une lumière monochromatique est constituée d'une seule radiation lumineuse de fréquence bien déterminée. Tandis qu'une lumière polychromatique est constituée par l'association d'au moins deux radiations monochromatiques de fréquences différentes.

IV. Propagation de la lumière dans des milieux transparents :

1. Indice du milieu :

La célérité v d'une onde lumineuse dans un milieu donnée est caractéristique de ce milieu et est toujours inférieure à la célérité c de la lumière dans le vide.

On définit l'indice de réfraction n d'un milieu transparent par la relation : $n = \frac{c}{v}$ avec $n > 1$

Rem : L'indice de réfraction n du milieu est sans unité.

2. Longueur d'onde λ dans un milieu matériel :

Une onde lumineuse monochromatique est caractérisée par sa fréquence ν , indépendante de la nature du milieu de propagation : à une couleur correspond une fréquence quelque soit le milieu de propagation.

En revanche la longueur d'onde d'une radiation dépend du milieu de propagation.

On sait que $\lambda = v / \nu$, $n = c / v$ d'où $\lambda = (c / n) / \nu = \frac{c}{n \nu}$

et comme $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ donc $\lambda = (1/n) \lambda_0$ soit alors : **$\lambda = \lambda_0 / n$**

Exercice d'entraînement :

Un laser utilisé au lycée porte l'indication « longueur d'onde dans le vide = 630 nm »

1- Quelle est la fréquence de la lumière de ce laser ?

2- Quelle est la célérité de cette lumière dans le verre ?

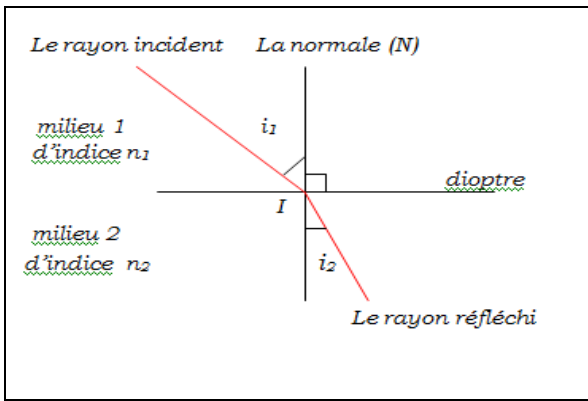
3- Quelle est la longueur d'onde de cette lumière dans le verre ?

On donne : - Indice du verre pour cette lumière $n = 1,62$ - Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

3. Le phénomène de dispersion lumineuse :

3.1. Le phénomène de réfraction :

Ce phénomène, étudié en 1 bac, se produit lorsqu'un faisceau lumineux traverse la surface de séparation (dioptre) entre deux milieux de propagation.



les lois de Snell- Descartes

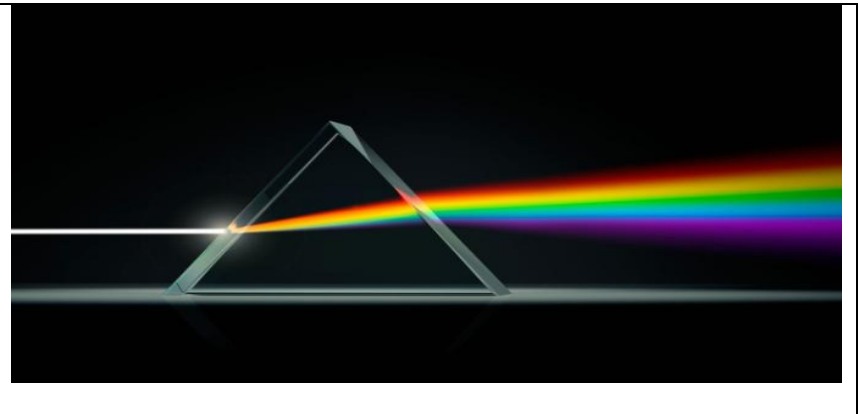
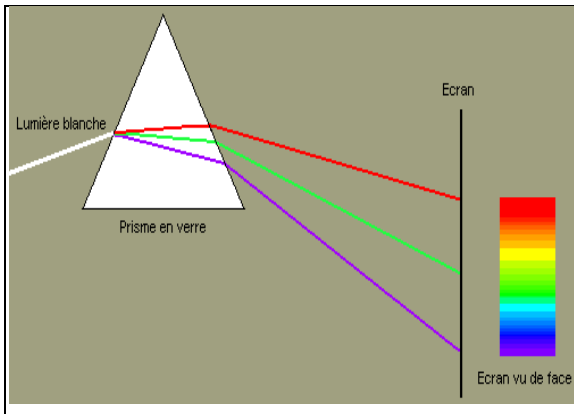
1^{ère} loi : le faisceau incident, le faisceau réfracté, et la normale (N) au dioptre au point d'incidence I sont situés dans un même plan.

2^{ème} loi : soit n_1 l'indice de réfraction du milieu 1, n_2 l'indice de réfraction du milieu 2, i_1 l'angle d'incidence et i_2 l'angle de réfraction, on a la relation : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

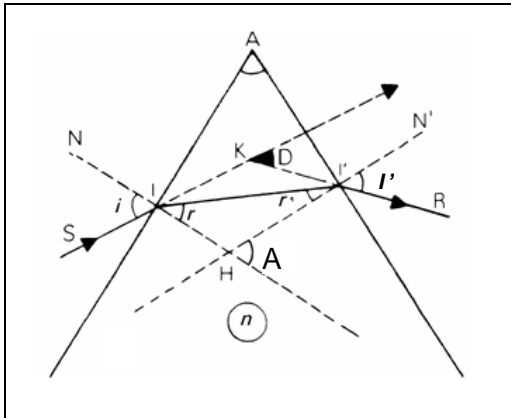
3.2. Mise en évidence expérimentale :

On observe qu'après réfraction, un faisceau de lumière blanche est décomposé en ses différentes radiations lumineuses (apparition d'un spectre continu).

Ces différentes radiations lumineuses n'ont donc pas été réfractées de la même façon : les radiations violettes sont plus déviées que les radiations rouges.



3.3. Etude du prisme :



Le prisme est un milieu transparent et réfringent limité par deux faces planes non parallèles.

- A désigne à la fois le sommet du prisme et l'angle correspondant.

- D est la déviation du rayon incident par le prisme.

- Les lois de Descartes relatives à la réfraction en I et I' donne :

$$\text{en I : } n_{\text{air}} \sin i = n \sin r \quad \text{soit} \quad \sin i = n \sin r \quad (1)$$

$$\text{en I' : } n \sin r' = n_{\text{air}} \sin i' \quad \text{soit} \quad n \sin r' = \sin i' \quad (2)$$

Démonstration géométrique

- L'angle r a pour complément l'angle $\widehat{AII'}$: $r + \widehat{AII'} = 90^\circ$

- L'angle r' a pour complément l'angle $\widehat{AI'I}$: $r' + \widehat{AI'I} = 90^\circ$

En sommant les deux expressions, on obtient : $r + r' + \widehat{AII'} + \widehat{AI'I} = 180^\circ$

- Dans le triangle $AI'I$, on écrit : $\widehat{A} + \widehat{AII'} + \widehat{AI'I} = 180^\circ$

Or des angles ayant même supplément sont égaux, d'où : $r + r' = A \quad (3)$

- L'angle D a pour supplément l'angle $\widehat{IKI'}$: $D + \widehat{IKI'} = 180^\circ$ soit $D = 180 - \widehat{IKI'}$

- Dans le triangle IKI' : $(i - r) + (i' - r') + \widehat{IKI'} = 180^\circ$

$$\text{d'où : } (i - r) + (i' - r') = 180 - \widehat{IKI'}$$

$$\text{et : } D = (i - r) + (i' - r') \quad D = i + i' - (r + r')$$

Avec $r + r' = A$, on obtient : $D = i + i' - A \quad (4)$

Si pour la même valeur de i les différentes radiations lumineuses n'ont pas la même valeur de r , c'est que la valeur de l'indice de réfraction n du prisme dépend de la couleur de la radiation lumineuse considérée, c'est-à-dire de la fréquence de la radiation lumineuse.

Or $n = \frac{c}{v}$, où v est la célérité de la lumière dans le prisme. On en déduit que la célérité v dépend de la fréquence de l'onde : c'est le phénomène de dispersion.

Ce phénomène est général : tous les milieux matériels transparents sont dispersifs, leur indice de réfraction dépend donc de la fréquence de la radiation lumineuse.

Cette dépendance est très généralement faible et peut souvent être négligée.

Le phénomène de dispersion permet d'interpréter la décomposition de la lumière par le prisme.

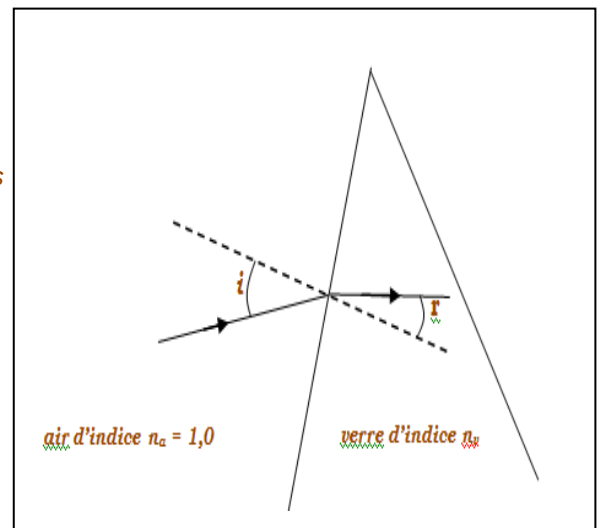
3.4. Exercice : **Partie B (suite de la page 4) Etude de la dispersion de la lumière :**

Questions :

On remplace le LASER par une source de lumière blanche et la fente par un prisme en verre.

1. Quelle est la grandeur qui ne change pas lors du passage d'une radiation de l'air dans le verre : la longueur d'onde, la fréquence ou la célérité ?
2. Donner la relation qui définit l'indice de réfraction d'un milieu transparent pour une radiation lumineuse monochromatique, en précisant la signification des symboles utilisés.
3. On donne : l'indice du verre utilisé $n = 1,50$ pour une radiation lumineuse donnée. Calculer la célérité de cette radiation dans le verre.
4. Qu'appelle-t-on milieu dispersif ?
5. Déduire des informations données, à partir de la relation De Descartes et de la définition de l'indice de réfraction que le verre est dispersif :

- Informations : - Lorsque la lumière passe de l'air dans le prisme, elle est déviée ,
- On observe que si on fixe la valeur de i , la valeur de r varie lorsque la fréquence de la radiation incidente varie.
- Relation de Descartes pour la réfraction :
$$n_a \cdot \sin i = n_v \cdot \sin r$$



Réponses :

1. Seule **la fréquence** ne change pas lors du passage d'une radiation de l'air dans le verre.
2. Soit n l'indice de réfraction du milieu transparent considéré, v la célérité de la radiation monochromatique dans ce milieu et c la célérité de la lumière dans le vide, on a $n = c / v$.
3. D'après la réponse précédente : $v = c / n$.
$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$
4. Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde dépend de sa fréquence.
5. D'après la relation de Descartes, avec $n_a = 1,0$, on obtient $\sin i = n_v \cdot \sin r$, soit $n_v = \sin i / \sin r$. L'énoncé indique qu'avec l'angle i constant, et la fréquence ν qui varie alors r varie. On en déduit que l'indice de réfraction du verre n_v varie selon la fréquence.
D'autre part $n_v = c / v$, où c est constante. Donc si n_v varie selon la fréquence alors la vitesse v aussi. Le verre est un milieu dispersif.

TP : DIFFRACTION DES ONDES LUMINEUSES

I. But de la manipulation

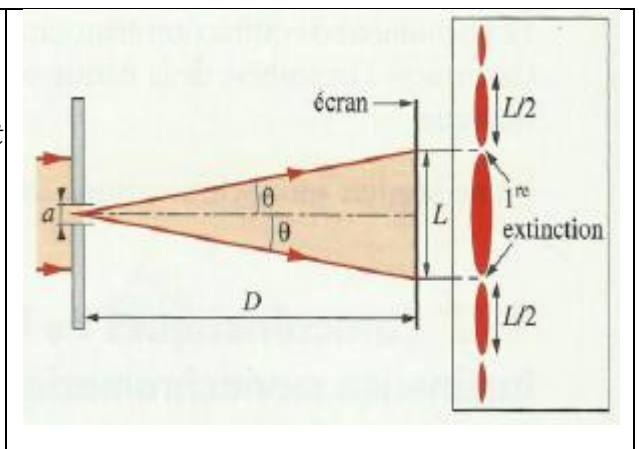
- Réaliser un montage permettant de mettre en évidence le phénomène de diffraction de lumière.
- Déterminer la longueur d'onde de la source lumineuse monochromatique à partir de la figure de la diffraction obtenue avec une fente ou un fil.

II. Partie théorique :

Comme pour toutes les ondes, le phénomène de diffraction lumineuse se manifeste lorsqu'un faisceau lumineux traverse une ouverture ou rencontre un obstacle (un fil par exemple) dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde lumineuse (approximativement de λ à 100λ).

Soit λ la longueur d'onde, D la distance entre l'obstacle et l'écran et a la largeur de la fente ou du fil (dimension de l'obstacle).

- 1- Porter θ et L sur le schéma de la figure de diffraction ci-contre.
- 2- A partir de la géométrie si un angle α est suffisamment petit alors : **$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$ exprimé en rad.**
 - Montrer que l'écart angulaire s'écrit : **$\theta \approx \tan \theta = L / 2 D$.**
 - En déduire que : **$L / 2D = \lambda / a$**



III. Détermination de la longueur d'onde de la source laser

1. Réaliser le montage ci-dessus en plaçant la fente ou le fil à quelques cm du laser.
2. Pour une largeur de la fente ou du fil choisi a , mesurer de la largeur L de la tache centrale de diffraction, la distance fente/fil - écran D .
3. Calculer la valeur de la longueur d'onde λ du laser.

IV. Influence de la largeur a de la fente sur la largeur L :

- 1- Relever la distance D et la longueur d'onde λ du laser utilisé.
- 2- Pour une distance D fixe entre la fente et l'écran, mesurer la largeur L de la tache centrale pour les diverses largeurs a de la fente. Compléter le tableau ci-dessus.

n° fente	1	2	3	4	5
a (mm)	0,40	0,28	0,12	0,10	0,05
L (mm)					
θ (rad)					

- 3- Tracer la courbe $L = f(1/a)$. Conclure.
- 4- Trouver la valeur de la longueur d'onde λ du laser.

Deuxième Partie :
Transformations
nucléaires
Unité 4
4H

Décroissance radioactive

التناقص الإشعاعي

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته
2^{ème} Bac Sciences
Physique

I – Stabilité et instabilité des noyaux :

Www.AdrarPhysic.Fr

1– Composition du noyau :

Le **noyau** d'un **atome** est constitué de **nucléons** (**protons** et **neutrons**).

Le **noyau** d'un **atome** d'un **élément chimique** est représenté par le **symbole** : $\frac{A}{Z}X$ avec :

A : **nombre de masse** et représente le **nombre de nucléons** (protons et neutrons).

Z : **nombre de charge** et représente le **nombre de protons**.

N : **nombre de neutrons** se détermine par l'expression : $N = A - Z$.

2– L'élément chimique :

L'élément chimique est constitué par l'**ensemble** des **atomes** et des **ions** ayant le **même nombre de protons**.

3– Les nucléides :

Dans la **physique atomique**, un **nucléide** est l'**ensemble** des **noyaux** ayant le **même nombre de nucléons A** et le **même nombre de protons Z**.

Exemple : $^{12}_6C$ et $^{14}_6C$ sont **deux nucléides** de l'élément **carbone**
 $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ sont **deux nucléides** de l'élément **uranium**.

4– Les isotopes :

On appelle **les isotopes** d'un **élément chimique**, les **nucléides** qui possèdent le **même nombre de protons** mais de **nombre de neutrons différent** (nombre de **nucléons A**).

Exemple : $^{12}_6C$ et $^{14}_6C$ sont **deux isotopes** du même élément de **carbone**

Remarque : l'**abondance naturelle** θ_i des **isotopes** est le **pourcentage en masse** de chacun des **isotopes** m_i dans le **mélange naturel** de **masse m** avec : $m = \sum m_i \theta_i$.

5– Dimension du noyau :

On modélise le **noyau** d'un **atome** par une **sphère** de **rayon r** varie avec le **nombre de nucléons A** selon l'expression suivante : $r = r_0 A^{1/3}$ avec $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} m$ le **rayon de l'atome d'hydrogène**.

La **valeur approximative** de la **masse volumique** du **noyau** est : $\rho = \frac{A \cdot m}{V} = \frac{A \cdot m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{A \cdot m}{\frac{4}{3}\pi (r_0 A^{1/3})^3} = \frac{3m}{4\pi \cdot r_0^3}$.

On considère la **masse approximative** du **nucléon** est : $m = 1,67 \cdot 10^{-27} kg$, on trouve la **masse volumique** $\rho \approx 2,3 \cdot 10^{17} kg \cdot m^{-3}$ et c'est ce qui explique que **la matière nucléaire est très dense** .

6– Le diagramme (N, Z) : Diagramme de Segré :

Certains **noyaux** conservent toujours la **même structure**, on dit que **ses noyaux sont stables**. Et il y a des **noyaux** qui se **transforment spontanément** à d'autres **noyaux** après l'**émission de rayonnement**, on dit que **ses noyaux sont instables ou noyaux radioactifs**. Le **diagramme Segré** montre l'emplacement des **noyaux stables** et des **noyaux radioactifs**. De sorte que chaque **noyau** est représenté par un **petit carré** d'abscisse **Z** le **nombre de protons** et d'ordonnée **N** le **nombre de neutrons**. La **zone centrale rouge** s'appelle **la vallée de stabilité** et comprend les **noyaux stables**.

a- Rappeler la **signification** de la **lettre A** qui est **mentionnée** dans la **représentation** A_ZX , et donner la **relation** entre **A** et **Z** et **N**.

La **lettre A** indique le **nombre de masse** et $A = Z + N$

b- Quels sont les **caractéristiques** des **noyaux stables** de $Z < 20$? déduire que le **rapport** $\frac{A}{Z} \approx 2$.

Pour les **noyaux stables** de $Z < 20$ on a $Z = N$ et on sait que $A = Z + N = Z + Z = 2Z$ donc $\frac{A}{Z} \approx 2$.

c- Comment devenir le **rapport** $\frac{A}{Z}$ pour les **noyaux lourds stables** c-à-d pour les **noyaux** de $Z > 70$?

Pour les **noyaux** de $Z > 70$, on a $N > Z$ alors $A > Z + Z$ c-à-d $A > 2Z$ donc $\frac{A}{Z} > 2$

d- La **zone de couleur bleue** comprend les **noyaux de radioactivité** β^- . Comparer **Z** et **N** pour cette **zone**. Que concluez-vous ?

Pour cette **zone** qui se trouve **au-dessus** de la **vallée de stabilité**, on a $N > Z$, on conclut que **ces noyaux** doivent **perdre un ou plusieurs neutrons** pour se stabiliser.

e- Comparer **Z** et **N** pour la **zone de couleur jaune**. Que concluez-vous ?

Pour cette **zone** qui se trouve **au-dessous** de la **vallée de stabilité**, on a $N < Z$, on conclut que **ces noyaux** doivent **perdre un ou plusieurs protons** pour sa stabilité.

f- Les **noyaux lourds** ($A > 200$, $Z > 82$) sont-ils **stables** ? Si la **réponse** est **non**, quel est leur **type de radioactivité** ?

Ces **noyaux** sont **instables** et leur **radioactivité** est α où ils doivent **perdre des protons** et des **neutrons** pour être **stables**.

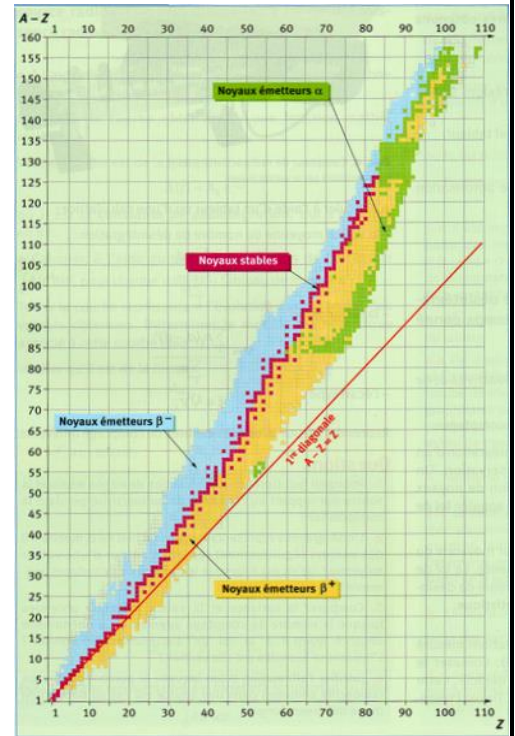
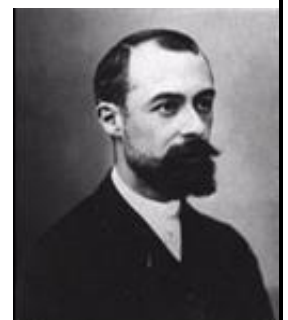
Conclusions :

- ⊕ **Différents isotopes** de **même élément chimique** se trouve sur la **même droite** parallèle à l'axe des ordonnées.
- ⊕ Pour les **nucléides** de $Z \leq 20$: la **vallée de stabilité** se situe **au voisinage** du **premier médiateur** ($Z = N$), c-à-d que les **nucléides légers stables** possèdent de **protons** que de **neutrons**.
- ⊕ Pour les **nucléides** de $Z > 20$: la **vallée de stabilité** se déplace **au-dessus** du **premier médiateur** quand la **valeur** de **Z** augmente c-à-d $N > Z$. Donc la **stabilité** du **noyau** n'est assurée que s'il contient **plus de neutrons** que de **protons**.

II – La radioactivité :

1- Activité :

Henri Becquerel s'intéresse à étudié le **phénomène** de la **fluorescence** des **sels d'uranium** qui **émet** des **rayons visibles** après une **exposition** par les **rayons solaires** pendant une **durée suffisante**. **Henri Becquerel** fait une **observation inattendue** « au hasard », en fait à un **contretemps**. Le **mercredi 26** et le **jeudi 27 février 1896**, **Becquerel** prépare ses **plaques photographiques** et ses **lamelles recouvertes** de **sels d'uranium**. Le **soleil** nécessaire, pense-t-il, pour **exciter** les **sels d'uranium phosphorescents** étant **absent**, il remet au **lendemain** ses



expériences en rangeant dans un tiroir voisin les lamelles et les plaques photographiques bien enveloppées et protégées. Le vendredi et le samedi, le temps restant couvert, l'expérimentation est encore retardée. Le dimanche 1^{er} mars, Becquerel décide de développer les plaques photographiques. Il constate alors avec surprise, que les plaques (pourtant dûment protégées) sont impressionnées. Il s'empresse de refaire l'expérience en vérifiant avec soin toutes les étapes du protocole opératoire, afin d'éliminer toute cause due à une éventuelle erreur de manipulation. Il ne peut que constater l'absence de causalité entre l'émission d'un rayonnement par les sels d'uranium et leur préalable insolation. Il venait de découvrir la radioactivité.

Le sel d'uranium émet spontanément, même en l'absence d'excitation par la lumière, un rayonnement pénétrant qui impressionne les plaques photographiques. **Henri Becquerel** montre par la suite que cette faculté d'émettre des rayons est une propriété intrinsèque de l'élément uranium. Il appelle ces rayons « rayons uraniques ».

Au début de 1898, **Marie Curie**, physicienne française d'origine polonaise, commence dans un hangar de l'école de Physique et Chimie un travail de thèse de doctorat sur les rayons de Becquerel : elle examine systématiquement un grand nombre de composés chimiques et de minéraux, et découvre que les minéraux d'uranium comme la pechblende, émettent plus de rayonnement que l'uranium

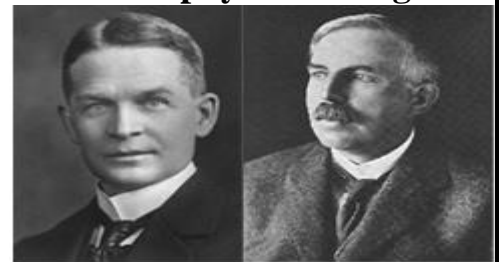


lui-même. Elle déduit de ce fait remarquable que ces substances contiennent, en très petite quantité, un élément beaucoup plus actif que l'uranium. C'est alors que **Pierre Curie**, son mari, joint ses efforts à ceux de Marie. Tous les deux parviennent à isoler l'élément inconnu, le Thorium, et à en déterminer leurs propriétés.

A cette occasion, **Marie Curie** invente le mot « radioactivité ».

Un certain nombre d'études ont suivi, menant à l'identification et à la classification des rayonnements émis par des matières radioactives, où les deux physiciens anglais **Ernest Rutherford** et **Frederick Soddy** ont identifié

les rayonnements émis par l'uranium 238, et ont montrés qui sont un noyau d'hélium ionisé, appelé rayonnement alpha α . Cette émission est exprimée par l'équation : ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_2^4\text{He}$.



En 1900, **Becquerel** a identifié un autre type de rayonnement nucléaire c'est le rayonnement β^- . C'est l'émission d'électrons de noyau de Thorium Th selon l'équation : ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + {}_{-1}^0\text{e}$.

Après cela, le Français **Paul Villard** a souligné la présence de rayonnement γ , qui sont des ondes électromagnétiques invisibles. Toutes ces découvertes et leurs applications ont enrichi les connaissances de la nature du noyau de l'atome.

a- Que signifie le mot "radiation" ?

La radiation est un phénomène dans lequel un élément chimique émet des rayons visibles après une exposition à des rayons lumineux.

b- Comment Becquerel a-t-il déduit que les sels d'uranium émettaient un rayonnement invisible ?

Il observe que les plaques photographiques sont affectées bien qu'elles ne soient pas exposées aux rayons solaires.

c- Le **phénomène** de la **radioactivité** a-t-il été **découvert au hasard** ou existe-t-il une **prédiction théorique** de sa découverte ?

La **radioactivité** a été **découverte par hasard** (involontairement).

d- Qu'est-ce que la **radioactivité** ? Comment **détecter** les **matières radioactives** ?

La **radioactivité** est une **désintégration naturelle et imprévisible** d'un **noyau instable**. Elles sont **détectées** par des **plaques photographiques** placées devant la **matière**.

e- Citer les **noms** des **deux noyaux radioactifs identifiés** à la **limite de 1898**.

Noyau d'uranium ${}_{92}^{238}\text{U}$ et **noyau de Thurium** ${}_{90}^{234}\text{Th}$.

f- Citer les **types** de **radiations nucléaires** dans le **texte** et déterminer leur **nature**.

α C'est un **noyau d'hélium ionisé** ${}_{2}^4\text{He}$ et β^- Ce sont des **électrons** ${}_{-1}^0\text{e}$
 γ Ce sont des **ondes électromagnétiques invisibles**.

g- Vérifier que le **nombre de masse A** et le **nombre de charge Z** sont **conservés** dans les **deux équations de transformation** citées dans **texte**.

On remarque que le **nombre de masse A** ($238 = 234 + 4$ et $234 = 234 + 0$) et le **nombre de charge Z** ($92 = 90 + 2$ et $90 = 91 - 1$) sont **conservés**.

2- Définitions :

↪ Un **noyau radioactif** est un **noyau instable** qui se **désintègre spontanément** en **émettant** une **particule**.

↪ La **radioactivité** est une **désintégration naturelle** d'un **noyau radioactif** à un **noyau fils plus stable** avec **émission** d'une **particule**. Elle s'exprime par l'équation

suivante : ${}_{Z_1}^{A_1}\text{X} \rightarrow {}_{Z_2}^{A_2}\text{Y} + {}_{Z_3}^{A_3}\text{P}$. Où X est le symbole du **noyau père**, Y celui du **noyau fils** et P celui de la **particule émise**.

3- Propriétés de la radioactivité :

La **radioactivité** est :

- ✍ **Aléatoire** : on ne peut pas **prédire** l'**instant exact** où un **noyau** va se **désintégrer**.
- ✍ **Spontanée** : la **désintégration** se fait **sans intervention extérieure**.
- ✍ **Inévitable** : le **noyau radioactif** sera **désintégrer** tôt ou tard, rien ne peut l'**empêcher**.
- ✍ **Ne dépend pas des facteurs extérieurs** comme la **pression**, la **chaleur**, ...
- ✍ **Ne dépend pas de liaisons chimiques formées** par l'**atome** qui contient le **noyau radioactif**.

4- Lois de conservation :

Les **transformations nucléaires** obéissent à des **lois de conservation**, appelées **lois de conservation de Soddy** : **Lors des transformations nucléaires, il y a conservation du nombre de charge Z et du nombre de nucléons A.**

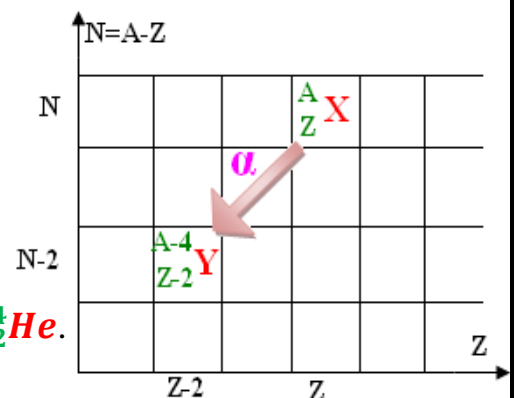
Exemple : ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_{2}^4\text{He}$ et ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + {}_{-1}^0\text{e}$.

5- Les différents types d'émissions radioactives :

A- Radioactivité α :

La **radioactivité α** est une **désintégration nucléaire naturelle spontanée** correspond aux **noyaux lourds** ($A > 200$), dans laquelle un **noyau père** ${}_{Z}^A\text{X}$ se transforme en un **noyau fils** ${}_{Z-2}^{A-4}\text{Y}$ accompagnée de l'émission d'un **noyau d'Hélium** ${}_{2}^4\text{He}$ appelé **particule α** , selon l'équation suivante : ${}_{Z}^A\text{X} \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}\text{Y} + {}_{2}^4\text{He}$.

Exemple : ${}_{88}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{222}\text{Rn} + {}_{2}^4\text{He}$.

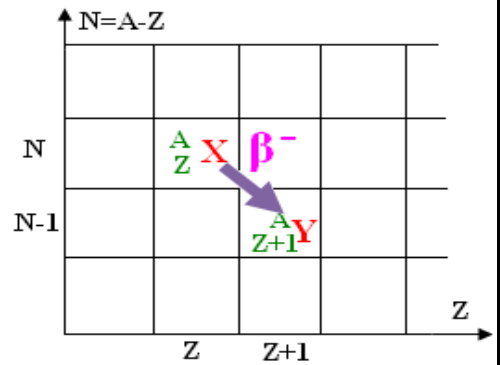


B- Radioactivité β^- :

La **radioactivité β^-** est une **désintégration nucléaire naturelle spontanée**, dans laquelle un **noyau père A_ZX** se transforme en un **noyau fils ${}^{A}_{Z+1}Y$** accompagnée de l'émission d'un **électron ${}^0_{-1}e^-$** appelé **particule β^-** , selon l'équation suivante : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e^-$.

Exemple : ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^0_{-1}e^-$.

Remarque : lors de cette **radioactivité β^-** un **neutron** se transforme en un **proton** selon l'équation suivante : ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e^-$.

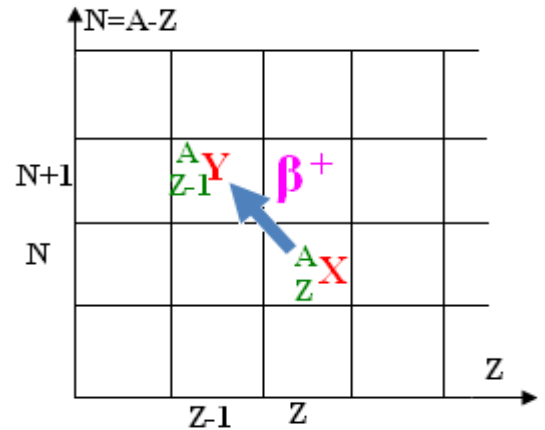


C- Radioactivité β^+ :

La **radioactivité β^+** est une **désintégration nucléaire naturelle spontanée**, Il apparaît généralement pour les **éléments radioactifs artificiels**, dans laquelle un **noyau père A_ZX** se transforme en un **noyau fils ${}^A_{Z-1}Y$** accompagnée de l'émission d'un **positron ${}^0_1e^+$** appelé **particule β^+** , selon l'équation suivante : ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_1e^+$. Le **positron** a une **masse égale** à celle de l'**électron** et une **charge opposée**.

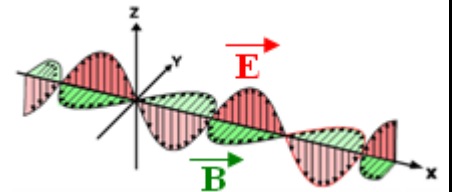
Exemple : ${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^0_1e^+$.

Remarque : lors de cette **radioactivité β^+** un **proton** se transforme en un **neutron** selon l'équation suivante : ${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + {}^0_1e^+$.



D- Le rayonnement γ :

Le **rayonnement γ** est des **ondes électromagnétiques** de très **grande énergie**, lors des **désintégrations α** et **β^-** et **β^+** , le **noyau fils** est généralement produit dans un **état excité** (il possède un **excédent d'énergie** par rapport à son **état fondamental**). Ce **noyau libère un rayonnement γ** selon l'équation suivante : ${}^A_ZY^* \rightarrow {}^A_ZY + \gamma$.



${}^A_ZY^*$: **noyau fils** dans l'état excité A_ZY : **noyau fils** dans l'état fondamental.

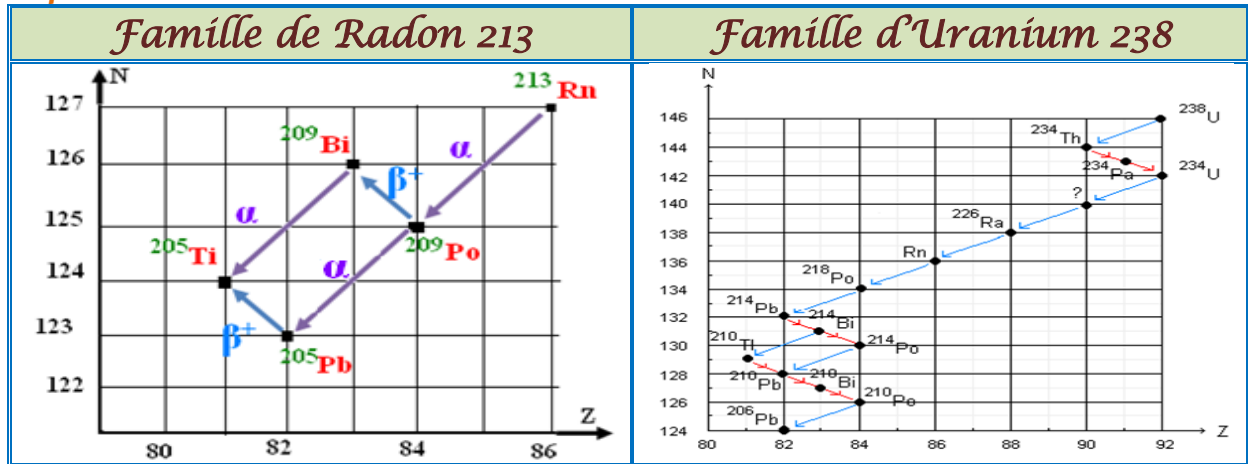
Exemple : ${}^{16}_7N \rightarrow {}^{16}_8O^* + {}^0_{-1}e^-$ radioactivité β^- .
 ${}^{16}_8O^* \rightarrow {}^{16}_8O + \gamma$ émission de rayonnement γ .

Application :	En utilisant le tableau périodique des éléments chimiques, complétez les équations suivantes avec la détermination de la nature du rayonnement.
Réponse :	${}^{80}_{35}Br \xrightarrow{\beta^+} {}^{80}_{34}Se + {}^0_1e^+$ et ${}^{87}_{38}Sr^* \xrightarrow{\gamma} {}^{87}_{38}Sr + \gamma$ ${}^{214}_{82}Pb \xrightarrow{\beta^-} {}^{214}_{83}Bi + {}^0_{-1}e^-$ et ${}^{226}_{88}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}Rn + {}^4_2He$

6- La famille radioactive :

Le **noyau fils** obtenu après **désintégration** d'un **noyau père** peut parfois, à son **tour**, se **désintégrer** en un **nouveau noyau fils**, et **ainsi de suite**, jusqu'à ce qu'on obtient un **noyau stable**. L'**ensemble** de ces **noyaux** forme ce qu'on appelle **une famille radioactive** du noyau de départ. Il existe **quatre familles radioactives naturelles** provenant des **noyaux suivants** : ${}^{232}_{90}Th$; ${}^{237}_{93}Np$; ${}^{235}_{92}U$; ${}^{238}_{92}U$.

Exemple :



III – Loi de décroissance radioactive :

La **radioactivité** est un **phénomène aléatoire spontané**, il n'est pas possible de **prévoir** à l'avance la **date de désintégration** d'un **noyau** et de **changer** les **caractéristiques** de ce **phénomène**. Cependant, l'**évolution** dans le **temps** d'un **échantillon radioactif** est soumise à une **loi statistique** appelée **loi de décroissance radioactive** (découvert par **Rutherford** et **Soddy** en 1902).

1– La loi de décroissance radioactive :

Soit N_0 le **nombre de noyaux radioactifs** à l'instant $t = 0$, et soit $N(t)$ le **nombre de noyaux radioactifs restants** (non désintégrés) à l'instant t . Soit $N(t) + dN(t)$ le **nombre de radioactifs encore présents** à l'instant $t + dt$ avec $dN(t) < 0$.

Le **nombre de noyaux** qui se sont **désintégrés** pendant la **durée dt** est :

$$N(t) - (N(t) + dN(t)) = -dN(t).$$

Les **expériences** ont **confirmé** que $-dN(t)$ est **proportionnelle** à $N(t)$ et dt .

C-à-d $-dN(t) = \lambda \cdot N(t) \cdot dt$. Alors $\frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot dt$ donc $\ln N(t) = -\lambda \cdot t + c$

donc $N(t) = e^{-\lambda \cdot t + c} = e^{-\lambda \cdot t} \cdot e^c$ on pose $e^c = \alpha$ donc $N(t) = \alpha \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

A l'instant $t = 0$ on a $N(0) = N_0$ et on a $N(0) = \alpha \cdot e^0 = \alpha$ donc $\alpha = N_0$.

Par conséquent, nous exprimons la **loi de décroissance radioactive** d'un

échantillon radioactif comme suit : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

Le **nombre de nucléides non désintégrés** $N(t)$ d'un **échantillon radioactif** soumis à la **loi de décroissance radioactive** avec λ est la **constante de désintégration**, ne dépend pas des **conditions initiales** et exprimée en s^{-1} .

2– Constante de temps d'un échantillon radioactif :

On définit la **constante de temps τ** par la **relation suivante** : $\tau = \frac{1}{\lambda}$. son **unité**

dans (S.I) est : **seconde s**. On a $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.

à l'instant $t = \tau$ on trouve : $N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau}} = N_0 \cdot e^{-1} = 0,37 N_0$. Alors τ est la **durée nécessaire pour la désintégration de 37% du nombre initial N_0 de nucléides**.

Remarque : La **tangente** de la **courbe $N = f(t)$** à l'instant $t = 0$ coupe l'axe des **abscisses** au point de l'abscisse $t = \tau$.

3– Demi-vie radioactive :

La **demi-vie** d'un **nucléide radioactif** $t_{1/2}$ est la **durée** au bout de laquelle la **moitié** des **nucléides radioactifs initialement présent** dans l'**échantillon** se sont **désintégrés**.

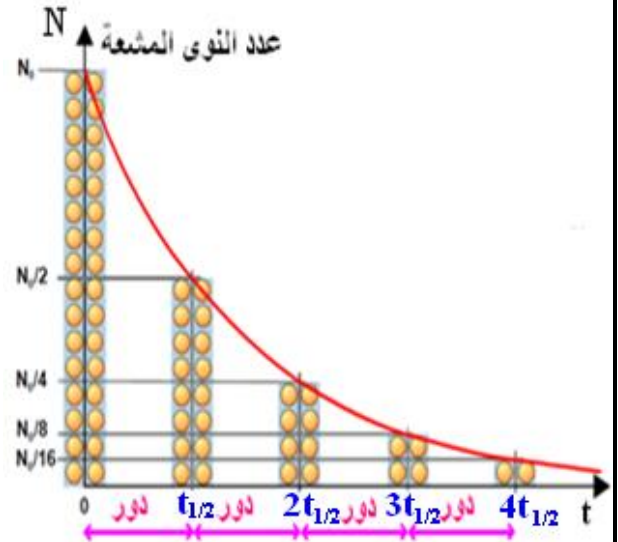
A $t = t_{1/2}$ on a $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$ donc
 $N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$ c-à-d $e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} = \frac{1}{2}$ donc
 $-\lambda \cdot t_{1/2} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$

Alors $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$.

On a $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ et $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Donc $N(t) = N_0 \cdot e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{t_{1/2}}} = N_0 \cdot e^{\ln 2 \cdot -\frac{t}{t_{1/2}}}$

Donc $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{t_{1/2}}}$.



4- Activité d'un échantillon radioactif :

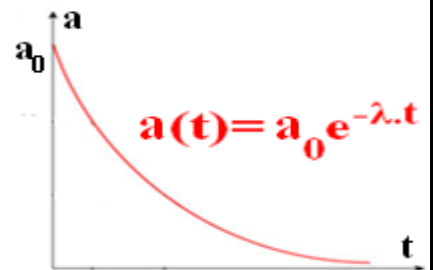
L'activité $a(t)$ d'un échantillon radioactif contient le nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs est le nombre de désintégration par seconde. Son expression est :

$a(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$ son unité dans (S.I) est : **Becquerel Bq**

(1 Bq correspond à une désintégration par seconde) et on utilise aussi **Curie Ci** tel que : $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

On a $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ c-à-d $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Donc $a(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N(t)$.



A l'instant $t = 0$, l'activité d'un échantillon radioactif est : $a_0 = \lambda \cdot N_0$

Donc $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$. L'activité d'une source radioactive peut être mesurée avec : \hookrightarrow Le compteur Geiger \hookrightarrow Le compteur Geiger-Muller

5- La datation par la radioactivité :

\hookrightarrow Les géologues et les archéologues utilisent différentes techniques pour déterminer l'âge des fossiles et des roches ... Parmi ces techniques, on compte celles qui reposent sur la radioactivité. Ainsi, un échantillon peut être daté en comparant son activité à celle d'autre échantillon témoin.

\hookrightarrow Plus l'échantillon à dater est ancien, plus la demi-vie de nucléide utilisé est élevée.

\hookrightarrow Le carbone 14 est produit en permanence par le rayonnement cosmique à partir de l'azote dans la haute atmosphère. Les échanges qui se produisent entre l'atmosphère et le monde vivant maintiennent quasiment constant le rapport entre la quantité de carbone 14 et celle de carbone 12. Mais, dès qu'un organisme meurt, le carbone 14 qu'il contient n'est plus renouvelé puisque les échanges avec le monde extérieur cessent, sa proportion se met à décroître car il est radioactif

selon l'équation $^{14}_6\text{C} \xrightarrow{\beta^-} ^{14}_7\text{N} + ^0_{-1}\text{e}$. On applique la loi de décroissance radioactive : $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t}$ On sait que : $t_{1/2} = 5600 \text{ ans}$ et $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ alors

$a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) = -\lambda t \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) = \lambda t$

On mesure l'activité $a(t)$ d'une masse d'échantillon connue, et connaître a_0 l'activité de la même masse d'un échantillon témoin existant. Alors, on peut

déterminer son âge t par la relation suivante : $t = \frac{\ln\left(\frac{a_0}{a}\right)}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a}\right)$.

Niveaux: SM PC SVT Matière: Physique

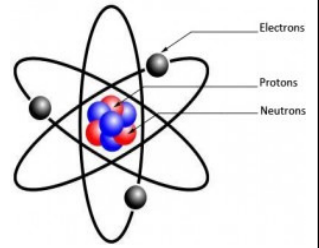
PROF: Zakaryae Chriki Résumé N:5

Décroissance radioactive



1. Composition du noyau d'un atome.

- Le noyau de l'atome est 100 000 fois plus petit que l'atome.
- De plus, il rassemble pratiquement toute la masse de l'atome.
- Le noyau est constitué de particules appelées nucléons (les protons et les neutrons).
- Le noyau est représenté par A_ZX avec
 - A : Le nombre de nucléons aussi le nombre de masse
 - Z : Le nombre de protons aussi Le nombre de charges
 - N : Le nombre de neutrons, $N=A - Z$



2. Nucléides :

- **Nucléide** : ensemble d'atomes de noyaux identiques
- L'ensemble des noyaux ayant le même nombre Z de protons et le même nombre de neutrons N et de symbole A_ZX

3. Isotopie.

Isotopes : des noyaux possédant le même symbole chimique, le même nombre de protons, mais des nombres de neutrons différents (des nombres de nucléons A différents).

4. Noyau radioactif (ou noyau instable)

Un noyau radioactif (appelé noyau-père) est un noyau instable qui se désintègre spontanément en donnant un noyau différent plus stable (appelé noyau-fils) avec émission d'une ou plusieurs particules

5. Stabilité et instabilité des noyaux : diagramme (N, Z) (Diagramme de Ségré)

Diagramme de Ségré, permet de distinguer deux familles de noyaux :

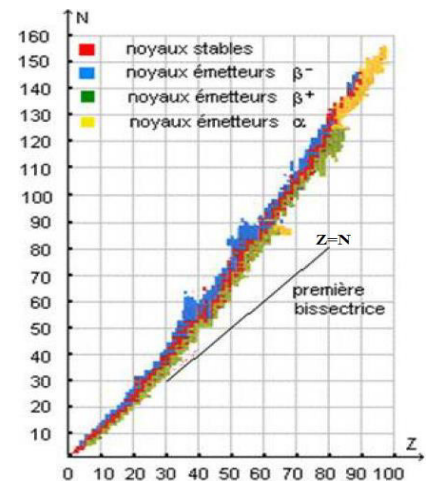
a - Noyaux stables :

- Certains noyaux gardent indéfiniment la même composition : ce sont des noyaux stables.
- Pour $Z < 20$, les noyaux stables se situent **au voisinage** de la droite d'équation $N = Z$. Ils comportent à peu près autant de protons que de neutrons.
 - Pour $Z > 20$, le nombre de neutrons augmente plus vite que le nombre de protons ; les points se répartissent **au-dessus** de la droite $N=Z$

b - Noyaux instables :

L'instabilité du noyau a lieu si :

- Le noyau-père possède trop de neutrons par rapport au nombre de protons.
- Le noyau-père possède trop de protons par rapport au nombre de neutrons.
- Le noyau-père possède un grand nombre de nucléons ($A > 208$).



6. LA RADIOACTIVITÉ

1° Définition.

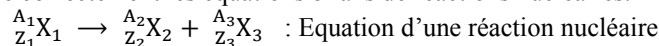
La radioactivité est une transformation naturelle, spontanée et imprévisible d'un noyau A_ZX instable en un noyau A_ZY plus stable avec l'émission d'une ou de plusieurs particules (α et β et souvent d'un rayonnement γ)

NB : Les désintégrations radioactives sont :

- **Aléatoires** (impossible d'en prévoir l'instant) ; - **Spontanées** (sans intervention extérieure) ;
- **Inéluctables** (impossible d'empêcher le processus) ; - Indépendantes des paramètres de pression et de température.

2° Lois de conservation (Lois de SODDY).

- Les réactions nucléaires obéissent à deux lois de conservation :
 - * conservation de la charge électrique (Conservation de Z nombre de proton) ;
 - * conservation du nombre de nucléons (Conservation de A nombre de nucleon).
- Elles permettent d'écrire correctement les équations bilans de réactions nucléaires.



a - Loi de conservation du nombre de charge .

La somme des nombres de charge du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale au nombre de charge du noyau désintégré (noyau-père).

$$Z_1 = Z_2 + Z_3$$

b - Loi de conservation du nombre de nucléons.

La somme des nombres de nucléons du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale au nombre de nucléons du noyau désintégré (noyau-père).

$$A_1 = A_2 + A_3$$

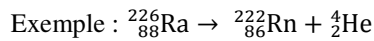
3° Les différentes désintégrations nucléaires :

3.1. Radioactivité α :

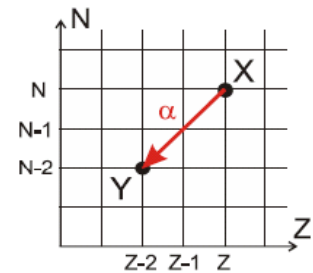
Définition :

La radioactivité α est une transformation naturelle et spontanée d'un noyau A_ZX instable en un noyau ${}^A-4_ZY$ plus stable avec émission d'un noyau d'Hélium ${}^4_2\text{He}$

Equation : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$



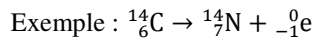
La radioactivité α concerne les noyaux lourds instables à cause d'un excès de nucléons. Elle se traduit par l'émission d'une particule α (noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$).



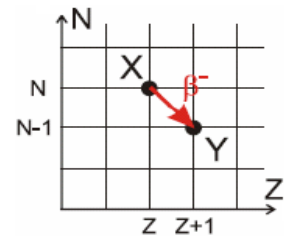
3.2. Radioactivité β^-

La radioactivité β^- est une transformation naturelle et spontanée d'un noyau A_ZX instable en un noyau ${}^A_{Z+1}Y$ plus stable avec émission d'un électron ${}^0_{-1}e$

Equation : ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e$



La radioactivité β^- concerne les noyaux instables à cause d'un excès de neutrons. Elle se traduit par l'émission d'un électron.



Mécanisme (ou Explication) :

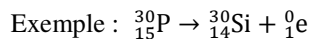
Au cours de la transformation β^- , et **dans le noyau** :

- Le nombre de nucléon A reste constante par contre le nombre de proton augmente d'une unité et le nombre de neutron diminue d'une unité
- **Un neutron s'est transformé en un proton avec émission d'un électron** : ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^0_{-1}e$ ou ${}^1_0n \rightarrow {}^1_1\text{H} + {}^0_{-1}e$

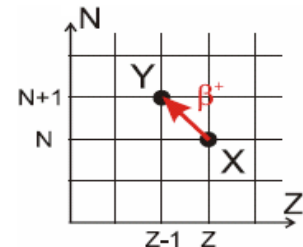
3.3. Radioactivité β^+

La radioactivité β^+ est une transformation naturelle et spontanée d'un noyau A_ZX instable en un noyau ${}^A_{Z-1}Y$ plus stable avec émission d'un positron 0_1e

Equation : ${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_1e$



La radioactivité β^+ concerne les noyaux instables à cause d'un excès de protons. Elle se traduit par l'émission d'un positon



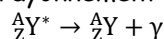
Mécanisme (ou Explication) :

Au cours de la transformation β^+ , et **dans le noyau** :

- Le nombre de nucléon A reste constante par contre le nombre de proton diminue d'une unité et le nombre de neutron augmente d'une unité
- **Un proton s'est transformé en un neutron avec émission d'un positon** : ${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + {}^0_1e$ ou ${}^1_1\text{H} \rightarrow {}^1_0n + {}^0_1e$

3.4. Emission γ

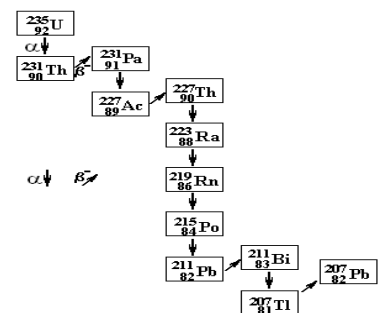
Le noyau issu d'une désintégration α ou β est souvent dans un état instable (état excité). Il devient stable en libérant l'excédent d'énergie sous la forme d'un rayonnement électromagnétique, le rayonnement γ .



4° Famille radioactive :

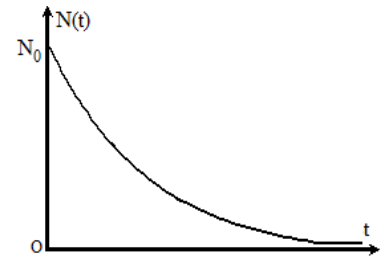
Une famille radioactive est une suite de nucléides descendant d'un même noyau, le noyau père, par une suite de désintégrations successives jusqu'à l'obtention d'un noyau stable.

Exemple : La famille de l'Uranium ${}^{235}\text{U}$



7. LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- La loi d'évolution du nombre N de noyaux radioactifs présents en fonction du temps
- La loi de décroissance radioactive est : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$



$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Avec} \quad \begin{array}{l} N_0 \text{ est le nombre de noyaux présents à la date } t=0 \\ N(t) \text{ le nombre de noyaux encore présents à l'instant } t. \\ \lambda \text{ (s}^{-1}\text{) une constante radioactive} \end{array}$$

❖ Autres expressions de la loi de décroissance radioactive

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} m_0 : \text{masse de l'échantillon présents à la date } t=0 \\ m : \text{masse de l'échantillon présents à l'instant } t \end{array}$$

$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} n_0 : \text{Quantité de matière de l'échantillon présents à la date } t=0 \\ n : \text{Quantité de matière de l'échantillon présents à l'instant } t \end{array}$$

❖ La constante radioactive.

- Chaque nucléide radioactif est caractérisé par une constante radioactive λ , qui est la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps.
- Elle s'exprime en s^{-1} .
- La constante λ ne dépend que du nucléide et est indépendante du temps, des conditions physiques et chimiques.
- $\tau = \frac{1}{\lambda}$: la constante de temps, s'exprime en (s)

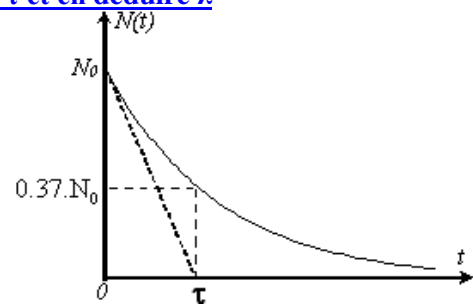
** Comment déterminer graphiquement τ et en déduire λ

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

À instant $t = \tau$ on a $N(\tau) = N_0 \cdot e^{-1}$ donc $N(\tau) = 0.37 \cdot N_0$

$$\text{Ou } \frac{N(\tau)}{N_0} = 0.37 = 37\%$$

On repère sur l'axe N(t) le point $N(\tau)$ et après projections sur l'axe des temps on détermine τ et on peut en déduire $\lambda = \frac{1}{\tau}$



❖ Demi-vie.

La demi-vie ($t_{1/2}$) ou période radioactive :

- Est une caractéristique d'un nucléide
- C'est la durée correspondant à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs présents dans l'échantillon.
- Elle s'exprime en seconde (s).

$$\text{A } t_{1/2}, \text{ on a : } N\left(\frac{t_1}{2}\right) = \frac{N_0}{2} \quad \text{d'où} \quad t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

$$a = a(t) = -\frac{dN}{dt}$$

$a(t) = A(t)$: L'activité d'un échantillon radioactif, est le nombre de désintégration de noyau radioactifs présents dans l'échantillon en une seconde.

L'unité de l'activité est le becquerel (Bq). Un becquerel correspond à une désintégration par seconde

$$1\text{Bq} = 1\text{désintégration/seconde}$$

$$a(t) = -\frac{dN}{dt} = -\frac{dN_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = \lambda \cdot N(t)$$

avec $a_0 = \lambda \cdot N_0$: L'activité d'un échantillon radioactif à l'instant $t=0$

d'où $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

❖ Equation différentielle

$$\text{On a } a(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N \text{ alors } \frac{dN}{dt} + \lambda \cdot N = 0 : \text{équation différentielle vérifié par } N$$

❖ La datation au carbone 14.

- La datation de matériaux organiques (végétaux ou animaux) est possible en mesurant l'activité du carbone 14 dans l'échantillon (l'isotope naturel du carbone 14 est le carbone 12). Pour le carbone 14, $t_{1/2} = 5568$ ans.
- Dès qu'un être vivant meurt, le carbone 14 n'est plus renouvelé : sa proportion se met à décroître.
- Pour déterminer l'âge du matériau mort, on mesure l'activité $a(t)$ du carbone 14 d'un échantillon de matériau mort et on applique la formule : $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

**

Comment Calculer l'activité a

$$a = \lambda \cdot N$$

Remplacer N par :

Remplacer λ par $t_{1/2}$

$$\ln(2) = \lambda \cdot t_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

$$\frac{N}{N_0}$$

Un quotient ou un pourcentage et en déduire N

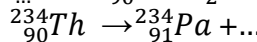
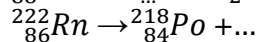
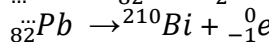
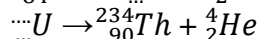
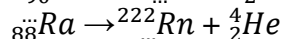
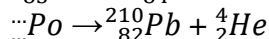
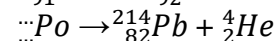
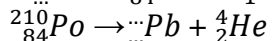
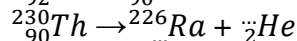
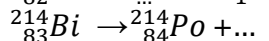
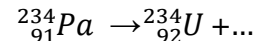
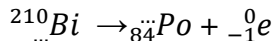
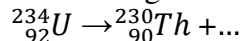
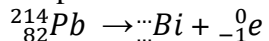
$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

$$m = N \cdot m_1$$

EXERCICE 1

Compléter et déterminer type de désintégration pour les transformations suivantes :

**EXERCICE 2**

L'iode est indispensable à l'organisme humain. Il participe à la synthèse des hormones thyroïdiennes. L'assimilation de cet iode 127 non radioactif se fait sous forme d'ions iodure dans la glande thyroïde. Lors des accidents nucléaires, il y a émission dans l'atmosphère d'iode 131, radioactif β^- de demi-vie $t_{1/2}=8,1$ jours. Lors de sa désintégration l'iode 131 donne du Xénon (Xe).

1. Écrire l'équation de désintégration de l'iode 131.

2. La population française vivant dans les environs des centrales nucléaires a reçu des comprimés d'iode 127 (sous forme d'iodure de potassium) à prendre en cas d'accident nucléaire. Justifier cette mesure.

3. L'iode 131 est aussi utilisé en médecine, par exemple pour l'examen par scintigraphie des glandes surrénales. Déterminer l'activité A_1 de $m=1,0$ g d'iode 131.4. Sachant que pour cet examen il faut une solution d'iode 131 d'activité $A_0=37$ MBq. Quelle est alors la masse m' d'iode 131 injectée au patient?**Données : Iode 131 :** ${}_{53}^{131}\text{I}$ et Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ **EXERCICE 3**Le lait de vache contient du césium ${}^{137}\text{Cs}$ dont l'activité la demi-vie est égale à environ 30 ans.

On considère que la radioactivité du lait de vache est due uniquement à la présence de césium 137.

1- Qu'est-ce qu'une particule α ? Donner sa représentation symbolique sous la forme ${}^A_Z\text{X}$ 2- Qu'est-ce qu'une particule β^- ? Qu'est-ce qu'une particule β^+ ?3- Le césium 137 est radioactif β^- , expliquer ce que cela signifie et écrire l'équation qui le montre.

Le document ci contre donne la courbe représentant les variations de l'activité A du litre de lait en fonction de

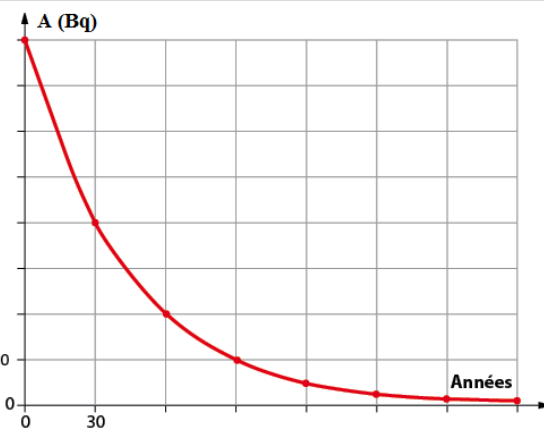
4 - Donner la loi de décroissance radioactive.

5 - Définir $t_{1/2}$ le temps de demi-vie, d'un élément radioactif.

6 - Avec la courbe déterminer le temps de demi-vie du césium 137 et le comparer à la valeur donnée dans l'énoncé, conclure.

7 - A l'aide des réponses aux questions 4 et 5, démontrer la relation suivante : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$, où λ représente la constante radioactive d'un élément radioactif.8 - En déduire la constante radioactive du césium 137 en an^{-1} , puis en s^{-1} .

9 - Définir l'activité A et donner son unité dans le système international.

10 - On rappelle que l'on peut définir l'activité A par la relation : $A = -\frac{dN(t)}{dt}$, utiliser celle-ci et la loi de décroissance pour retrouver la relation entre A et N.

- 11 - Déterminer le nombre de noyaux radioactifs de césium 137 présents dans un litre de lait à la date $t = 0$.
 12 - En déduire la concentration molaire volumique en césium 137 du lait de vache.
 13 - Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus que 1% des noyaux de césium 137 radioactifs ?

La détermination de l'âge de la Terre a commencé vers le XVI^e siècle, on l'estimait alors autour de 5000 ans. Au XIX^e siècle, des scientifiques admettaient un âge d'environ 100 millions d'années. La découverte de la radioactivité, par H. Becquerel en 1896, bouleversa toutes les données connues. La datation à l'uranium - plomb permit de déterminer assez précisément l'âge de la Terre. Nous proposons de comprendre cette technique de datation.

1- Étude de la famille uranium 238 – plomb 206

Le noyau d'uranium 238, naturellement radioactif, se transforme en un noyau de plomb 206, stable, par une série de désintégrations successives. Nous allons étudier ce processus.

On ne tiendra pas compte de l'émission γ .

1-1- Dans la première étape, un noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ subit une radioactivité α . Le noyau fils est du thorium (symbole Th).

1-1-1. Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

1-1-2. Écrire l'équation de la réaction nucléaire en précisant les règles utilisées.

1-2- Dans la deuxième étape, le noyau de thorium 234 se transforme en un noyau de protactinium ${}^{234}_{91}\text{Pa}$.

L'équation de la réaction nucléaire est : ${}^{234}_{90}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e}$

Préciser, en justifiant, le type de radioactivité correspondant à cette transformation.

1-3- L'équation globale du processus de transformation d'un noyau d'uranium 238 en un noyau de plomb 206 est : ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + a. {}^4_2\text{He} + b. {}^0_{-1}\text{e}$

Déterminer, en justifiant, le nombre de désintégrations α et β^- de ce processus.

2- Géochronologie

On a constaté d'une part, que les minéraux d'une même couche géologique, donc du même âge, contiennent de l'uranium 238 et du plomb 206 en proportions remarquablement constantes, et d'autre part que la quantité de plomb dans un minéral augmente proportionnellement à son âge relatif.

Si on mesure la quantité de plomb 206 dans un échantillon de roche ancienne, en considérant qu'il n'y en avait pas initialement, on peut déterminer l'âge du minéral à partir de la courbe de décroissance radioactive du nombre de noyaux d'uranium 238.

Étudions un échantillon de roche ancienne dont l'âge, noté t_{Terre} , correspond à celui de la Terre.

2-1- On considère la courbe de décroissance radioactive du nombre $N_U(t)$ de noyaux d'uranium 238 dans un échantillon de roche ancienne (voir ci-contre).

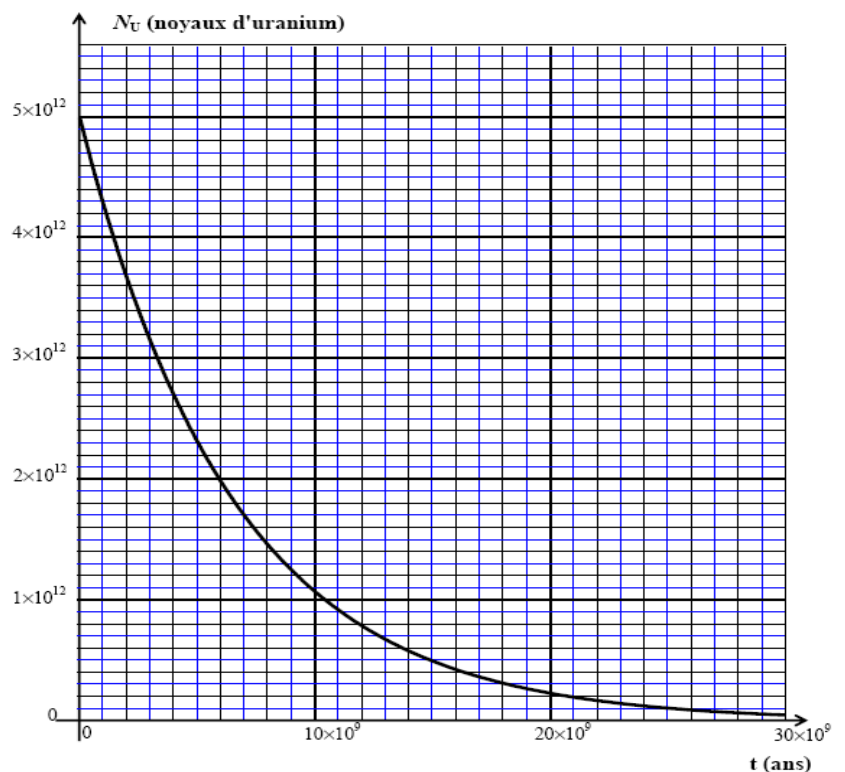
2-1-1- Indiquer la quantité initiale $N_U(0)$ de noyaux d'uranium de cet échantillon.

2-1-2- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ de l'uranium 238 ; En déduire la valeur de sa constante de radioactivité λ .

2-1-3- Donner l'expression de $N_U(t)$, nombre de noyaux radioactifs présents dans cet échantillon à la date t , en fonction de $N_U(0)$. Calculer le nombre de noyaux d'uranium 238 qui restent dans cet échantillon roche à la

date $t_1 = 1,5 \cdot 10^9$ années. Vérifier graphiquement votre résultat.

2-1-4- Définir et déterminer graphiquement le temps de demi-vie $t_{1/2}$ de l'uranium 238. Vérifier la cohérence avec la constante de temps.



- 2-2- La quantité de plomb mesurée dans la roche à la date t_{Terre} , notée $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$, est égale à $2,4 \cdot 10^{12}$ atomes.
 2-2-1- Établir la relation entre $N_{\text{U}}(t_{\text{Terre}})$, $N_{\text{U}}(0)$ et $N_{\text{pb}}(t_{\text{Terre}})$.
 2-2-2- Calculer la quantité $N_{\text{U}}(t_{\text{Terre}})$ de noyaux d'uranium.
 2-2-3- Déterminer l'âge t_{Terre} de la Terre.

Le rhénium 186 ($^{186}_{54}\text{Re}$) est un noyau radioactif β^- .

Sur le diagramme (N, Z) de la figure 1 ci-contre où N représente le nombre de neutrons et Z le nombre de protons, la courbe tracée permet de situer la vallée de stabilité des isotopes. Le point représentatif du noyau de rhénium 186 est placé au-dessus de cette courbe.

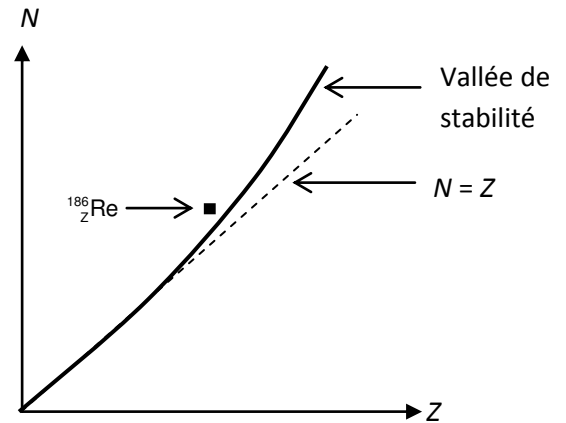


Figure 1. Diagramme (N, Z)

- 1- Dédire de ce diagramme si cet isotope radioactif possède un excès de neutron(s) ou un excès de proton(s) par rapport à un isotope stable du même élément.
 2- Quel nom porte la particule émise au cours d'une désintégration β^- ?
 3- Écrire l'équation de la désintégration du noyau de rhénium 186 noté ($^{186}_{54}\text{Re}$) sachant que le noyau fils obtenu correspond à un isotope de l'osmium noté ($^{186}_{76}\text{Os}$). En énonçant les lois utilisées, déterminer les valeurs de A et de Z. On admet que le noyau fils obtenu lors de cette transformation n'est pas dans un état excité.

4- Injection intra-articulaire d'une solution contenant du rhénium 186

Le produit injectable se présente sous la forme d'une solution contenue dans un flacon de volume $V_{\text{flacon}}=10\text{mL}$ ayant une activité $A_0=3700\text{MBq}$ à la date de calibration, c'est-à-dire à la sortie du laboratoire pharmaceutique.

4-1- Pourquoi est-il précisé "à la date de calibration" en plus de l'activité ?

4-2- Calcul du volume de la solution à injecter

4-3- L'activité $A(t)$ d'un échantillon radioactif peut s'exprimer par la relation suivante $A(t) = \lambda \cdot N(t)$ où $N(t)$ représente le nombre de noyaux radioactifs à la date t et λ la constante radioactive. Calculer la masse m de rhénium 186 contenu dans le flacon de volume V_{flacon} à la date de calibration.

4-4- En s'aidant des données, quelle est la valeur de l'activité A_1 de l'échantillon contenu dans le flacon au bout de 3,7 jours après la date de calibration ?

4-5- L'activité de l'échantillon à injecter dans l'articulation d'une épaule est $A_{\text{thérapie}}=70\text{MBq}$. En supposant que l'injection a lieu 3,7 jours après la date de calibration, calculer le volume V de la solution à injecter dans l'épaule.

5- Injection intraveineuse d'une solution contenant du phosphore 32

Carte d'identité du phosphore 32 (tableau ci-contre) :

L'injection en voie veineuse d'une solution contenant du phosphore 32 radioactif permet dans certains cas de traiter une production excessive de globules rouges au niveau des cellules de la moelle osseuse.

5-1- Donner la composition du noyau de phosphore 32.

5-2- Pour la très grande majorité d'entre eux, les noyaux fils obtenus lors de cette transformation ne sont pas dans un état excité. À quel type de rayonnement particulièrement pénétrant le patient n'est-il pas exposé ?

5-3- Rappeler la loi de décroissance du nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs d'un échantillon en fonction de λ la constante de désintégration radioactive et N_0 (nombre de noyaux radioactifs à la date $t = 0$).

5-4- Définir le temps de demi-vie radioactive $t_{1/2}$ et établir la relation qui existe entre la demi-vie et la constante de désintégration radioactive λ .

5-5- Vérifier, par un calcul, la valeur approchée du temps de demi-vie proposée dans la carte d'identité ci-dessus

Données : - temps de demi-vie : $t_{1/2}(^{186}_{54}\text{Re}) = 3,7 \text{ j (jours)}$; masse molaire : $M(^{186}_{54}\text{Re})=186 \text{ g.mol}^{-1}$;

- constantes radioactives : $\lambda(^{186}_{54}\text{Re}) = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$; $\lambda(^{32}_{15}\text{P}) = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$;

nom de l'isotope	Phosphore 32
symbole	$^{32}_{15}\text{P}$
type de radioactivité	β^-
équation de la désintégration	$^{32}_{15}\text{P} \rightarrow ^{32}_{16}\text{S} + ^0_{-1}\text{e}$
demi-vie	14 jours

RADIOACTIVITÉ SPONTANÉE

Les **protons** ont été découverts en 1910 par Rutherford.

Les **neutrons** ont été découverts par Chadwick en 1932.

Caractéristiques d'un noyau d'atome :

La représentation symbolique du noyau d'un atome est : ${}^A_Z X$

X est le symbole de l'élément chimique. * Z est le nombre de protons, appelé numéro atomique et aussi nombre de charge. * A est le nombre de nucléons, aussi appelé nombre de masse * N = A - Z est le nombre de neutrons .

Charge élémentaire : $+e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Éléments isotopes : même nombre de protons, mais un nombre de neutrons différent

Lois de conservation ou loi de Soddy : au cours d'une transformation nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons A et du nombre de protons Z.

Radioactivité α : La particule α est un noyau d'hélium ${}^A_Z X \xrightarrow{\alpha} {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$

Radioactivité β^- : émission d'électrons ${}^A_Z X \xrightarrow{\beta^-} {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$

Radioactivité β^+ : émission de positons ${}^A_Z X \xrightarrow{\beta^+} {}^A_{Z-1} Y + {}^0_{+1} e$

Rayonnement γ : $Y^* \longrightarrow Y + \gamma$

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$

λ : constante radioactive caractéristique du noyau considéré (en s^{-1})

τ : constante de temps $\left(\tau = \frac{1}{\lambda} \right)$ en s

Il faut bien comprendre que: N représente le nombre de noyaux radioactifs **encore présents** (non désintégrés) à l'instant t dans l'échantillon.

N_0 représente le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à l'instant initial $t=0$. λ est la constante radioactive du radioélément considéré. t est le temps écoulé depuis l'instant initial.

Demi-vie radioactive : on appelle temps de demi-vie d'un échantillon radioactif noté la durée correspondant à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon.

$$\text{à } t = t_{1/2}, N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

La demi-vie radioactive est caractéristique de chaque noyau.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Elle ne dépend que de la constante radioactive λ :

Chaque fois qu'il s'écoule un temps $t_{1/2}$, le nombre de noyau restant est divisé par 2. Ainsi, au bout de n demi-vies, le nombre de noyaux restant est : $N = \frac{N_0}{2^n}$.

Activité d'une source : l'activité A d'une source est égale au nombre de désintégrations de noyau radioactifs présents dans l'échantillon en une seconde.

A s'exprime en Becquerels (Bq)

1 Bq = 1 désintégration / seconde

$$A(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right|$$

A un instant donné, **l'activité d'une source** dépend du temps de demi-vie et du nombre de noyau radioactifs présents en cet instant :

$$A(t) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \times N(t)$$

L'unité de masse atomique

La masse du proton est $1,67252 \cdot 10^{-27}$ kg. Cette valeur très faible nous conduirait à travailler avec des puissances de 10, aussi une nouvelle échelle de masse a-t-elle été définie : l'unité de masse atomique ou u.m.a.

Par définition,

$$1u = \frac{1}{12} \times m(^{12}_6\text{C}) = \frac{M(^{12}_6\text{C})}{12 \times N_A} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

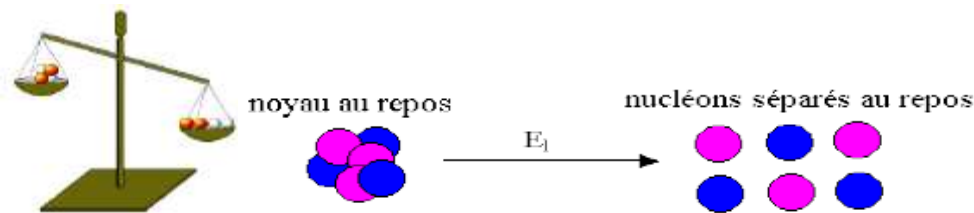
✓ La relation d'équivalence entre la masse et l'énergie

1 Défaut de masse du noyau

On a constaté en mesurant les masses que la masse du noyau atomique est inférieure à la somme des masses des protons m_p et des neutrons m_n qui le constituent : $m(\text{noyau}) < Z.m_p + (A-Z).m_n$

Cette différence est appelée défaut de masse Δm :

$$\Delta m = Z.m_p + (A - Z).m_n - m_{\text{noyau}} \quad (\Delta m > 0)$$



2) Energie de liaison du noyau :

Définition: On appelle énergie de liaison d'un noyau, notée E_l , l'énergie que le milieu extérieur doit fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons séparés au repos. Lorsque le noyau se dissocie, la masse augmente de Δm . L'énergie de liaison d'un noyau a pour expression :

$$E_l = \Delta m . c^2$$

E : énergie de liaison du noyau (en J) Δm (Kg) c ($m.s^{-1}$)

✓ Energie de liaison par nucléon

Définition: L'énergie de liaison par nucléon d'un noyau notée $E_{l/A}$ est le quotient de son énergie de liaison par le nombre de ses nucléons (A).

$$E_{l/A} = \frac{E_l}{A}$$

L'énergie de liaison par nucléon $E_{l/A}$ permet de comparer la stabilité des noyaux entre eux. Plus l'énergie de liaison par nucléon est grande, plus le noyau est stable.

Unités :

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV} / c^2$$

Exemple : L'énergie de masse d'un proton de masse $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

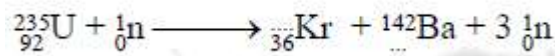
$$E = 1,673 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$E = \frac{1,5 \cdot 10^{-10}}{1,6 \cdot 10^{-13}} = 937,5 \text{ MeV}$$

➤ **Fission et fusion nucléaires :**

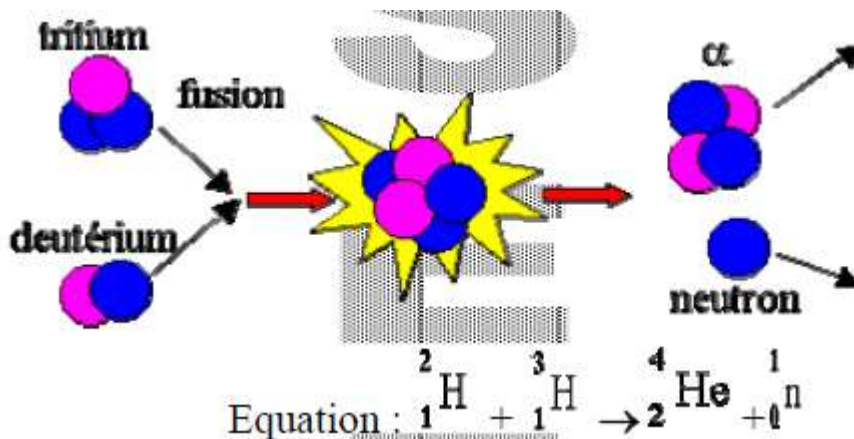
1 La fission nucléaire: réaction en chaîne :

Définition : La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd "fissile" (bombardé par un neutron) donne naissance à deux noyaux plus légers et d'autres neutrons.



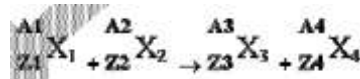
2 La fusion nucléaire

Définition: La fusion nucléaire est une réunion de deux noyaux légers pour former un noyau plus lourd.



Bilan énergétique : Energie libérée par une réaction nucléaire

Equation d'une réaction nucléaire



D'après l'équivalence masse-énergie, la variation d'énergie ΔE de la réaction correspond à la variation de masse Δm :

$$\Delta m = (m_{X_3} + m_{X_4}) - (m_{X_1} + m_{X_2})$$

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Autres expression

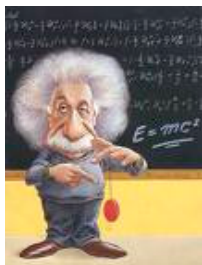
$$\Delta E = [E_{\ell}(X_1) + E_{\ell}(X_2)] - [E_{\ell}(X_3) + E_{\ell}(X_4)]$$

La datation au C¹⁴

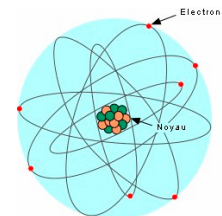
La proportion de carbone 14 par rapport à l'isotope 12 abondant est de l'ordre de 10^{-12} , elle est à peu près constante car il est régénéré dans l'atmosphère. Il en est de même dans le dioxyde de carbone de l'atmosphère. Or tous les organismes vivants échangent du CO_2 avec l'atmosphère soit par photosynthèse, soit par l'alimentation. Les tissus fixent l'élément carbone. La proportion de carbone 14 dans les tissus est donc identique à celle de l'atmosphère tant que l'organisme est en vie.

A leur mort, la quantité de carbone 14 diminue (par désintégration) selon la loi de décroissance radioactive, d'où il suffit de comparer l'activité du carbone 14 dans l'atmosphère (ou dans un objet vivant à celle de l'objet à dater.

$$t = \frac{\text{Ln} \frac{a_0}{a}}{\text{Ln} 2} \cdot t_{1/2}$$



NOYAU, MASSE ET ENERGIE



I - Composition et cohésion du noyau atomique

Le noyau atomique est composé de **nucléons** (protons+neutrons). Le **proton** a une charge positive comparativement au **neutron** qui n'a pas de charge électrique. Ce dernier a une masse légèrement supérieure à celle du proton de l'ordre de 1/1400 et d'environ 56 875 fois supérieure à celle d'un électron.

Les nucléons se comportent comme de petites balles dures de $2,5 \cdot 10^{-15}$ m de diamètre. Leur masse connue, qui est environ égale à celle de l'atome l'hydrogène, est de $1,6 \cdot 10^{-27}$ kg, ce qui leur donne une densité très élevée.

A l'intérieur du noyau existe des forces répulsives d'origine électrostatique.

La cohésion du noyau est due à d'autres forces attractives appelées forces nucléaires ou interaction forte.

A faible distance l'intensité de ces forces est très importante devant les forces de gravitation ou les forces électrostatiques.

Activité 1

Le tableau ci-dessous, on donne les masses de quatre atomes et celles de leurs noyaux :

Atome ou noyau	Symbole	Masse du noyau (10^{-27} kg)	Masse de l'atome (10^{-27} kg)
Hélium 4	${}^4_2\text{He}$	6,6447	6,6465
Carbone 12	${}^{12}_6\text{C}$	19,9211	19,9266
Carbone 14	${}^{14}_6\text{C}$	23,2476	23,2531
Uranium 235	${}^{235}_{92}\text{U}$	390,1989	390,3021

1- Comparer les masses des atomes cités dans le tableau avec celles de leurs noyaux.
Conclure.

2- a. Quels nombres de particules désigne-t-on par les nombres Z et A dans le symbole noyaux cités.

b. Pourquoi appelle-t-on Z, nombre de charge et A, nombre de masse du noyau ou de l'atome ?

c. Est-ce que le nombre de charge Z d'un noyau peut être différent du numéro atomique de l'élément correspondant ?

3. Qu'est-ce qui différencie les noyaux de carbone cités dans le tableau ?

4. Malgré la répulsion due aux forces électrostatiques s'exerçant entre les protons, le noyau est un édifice stable de protons et de neutrons. Expliquer le caractère répulsif de cette interaction électrique ainsi que la cohésion du noyau.

II- Unités usuelles de masse et d'énergie en physique nucléaire

- Dans le système international d'unités la masse s'exprime en kilogramme (kg) et l'énergie s'exprime en joule (J).

- En physique nucléaire, on utilise fréquemment, comme unité de masse, l'**unité de masse atomique** notée **u**.

Une unité de masse atomique correspond au douzième ($\frac{1}{12}$) de la masse de l'atome de

carbone : $1u = \frac{\text{masse de carbone}}{12}$.

Comme **unité d'énergie**, on utilise fréquemment, comme unité d'énergie, l'**électronvolt (eV)**.

Activité 2

- 1- Montrer que $1u=1,66.10^{-27}Kg$.
- 2- La masse du noyau de chlore $^{35}_{17}Cl$ est $m=34,956u$ exprimer cette masse en kg.
- 3- En physique nucléaire, on utilise fréquemment, comme unité d'énergie, l'électronvolt (eV), exprimer en joule 1ev et 1 MeV

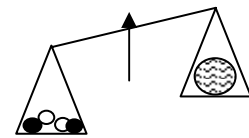
III- La relation d'équivalence entre la masse et l'énergie

III-1 Défaut de masse du noyau

Activité 3

La masse du noyau d'hélium 4_2He est $m= 4,002 602 u$.

- 1- Calculer en u la masse des 4 nucléons (séparés) du noyau.
- 2- Comparer la somme des masses des nucléons séparés à celle du noyau.



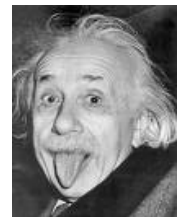
On donne : $m_p = 1,007277 u$ et $m_N = 1,008665 u$.

3- Cette différence de masse est appelée défaut de masse du noyau elle est noté par Δm .
Déduire définition du défaut de masse d'un noyau atomique. Exprimer Δm en fonction de m_p , m_N , m_x , Z et A .

- 4- Le défaut de masse peut-il être négatif ?

III-2 La relation d'équivalence entre la masse et l'énergie : L'énergie de masse

En 1905, Einstein pose les bases d'une théorie qui devait révolutionner la science : la théorie de relativité. Cette théorie bouleversa les conceptions sur l'espace et le temps et formula l'équivalence de la masse et de l'énergie :



Toute particule, même au repos, possède, du seul fait de sa masse m, une énergie potentielle E_o , appelée énergie de masse ou énergie de repos, donnée par :

$$E_o = m.c^2$$

avec **C** est la célérité de la lumière dans le vide

E_o est en joule (J) - m est en kilogramme (kg) - c est en mètre par seconde ($m.s^{-1}$)

Remarque: Si la particule est en mouvement par rapport au référentiel terrestre, alors son énergie totale E est la somme de son énergie de masse $m.c^2$ et de son énergie cinétique E_c :

$$E = m.c^2 + E_c$$

Conséquence : Tout défaut de masse est équivalent variation à une variation d'énergie d'énergie ΔE donnée par l'expression :

$$\Delta E = \Delta m.c^2$$

Activité 4

Pour Einstein, la masse est une énergie potentielle. Si l'énergie s'exprime en MeV, la masse s'exprime en $\text{MeV} \cdot \text{c}^{-2}$.

1- Montrer que $1\text{u} = 931,5 \text{MeV} \cdot \text{c}^{-2}$

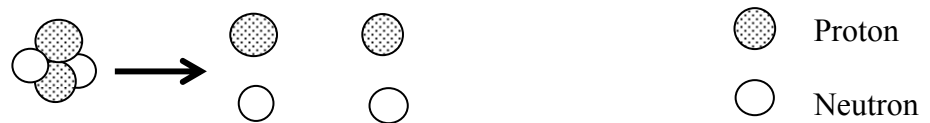
2- Calculer MeV l'énergie de repos ou l'énergie de masse du noyau d'hélium.

IV- La stabilité du noyau

IV-1 Energie de liaison d'un noyau

Activité 4 : Energie de liaison du noyau d'hélium.

Considérons la transformation nucléaire suivante :



Dans l'état initial le noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ est au repos dans le référentiel terrestre. Son énergie de masse initiale est : $m({}^4_2\text{He}) \cdot c^2$

Dans l'état final on a les 4 nucléons isolés, au repos dans le référentiel terrestre. Leur énergie de masse finale est : $m(4 \text{ nucléons séparés}) \cdot c^2$

1- Calculer la variation d'énergie au cours de cette transformation de l'état initiale à l'état finale.

2- Quelle quantité d'énergie E_ℓ faut-il fournir à un noyau d'hélium au repos pour le dissocier en 4 nucléons séparés au repos.

3- Montrer que $E_\ell = \Delta m \cdot c^2$

4- E_ℓ est appelée l'**énergie de liaison** du noyau. Déduire de ce qui précède une définition de l'énergie de liaison d'un noyau.

Remarque : Lorsque le noyau se dissocie, la masse augmente de Δm et l'énergie de $\Delta m \cdot c^2$.

E_ℓ : énergie de liaison du noyau (en J)
 Δm : défaut de masse du noyau (en kg)
 c : célérité de la lumière dans le vide (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

IV-2 Energie de liaison par nucléon

Définition: L'énergie de liaison par nucléon d'un noyau notée $E_{\ell/A}$ est le quotient de son énergie de liaison par le nombre de ses nucléons (A) .

$$E_{\ell/A} = \frac{E_\ell}{A}$$

Activité 5 : Calculer l'énergie de liaison par nucléon du noyau d'hélium.

L'énergie de liaison par nucléon $E_{L/A}$ permet de comparer la stabilité des noyaux entre eux. Plus l'énergie de liaison par nucléon est grande, plus le noyau est stable.

Activité 6 : L'énergie de liaison de l'uranium 238 est de 1801,5 MeV. Comparer la stabilité du noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ à celle du noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$.

IV-3 Courbe d'Aston :

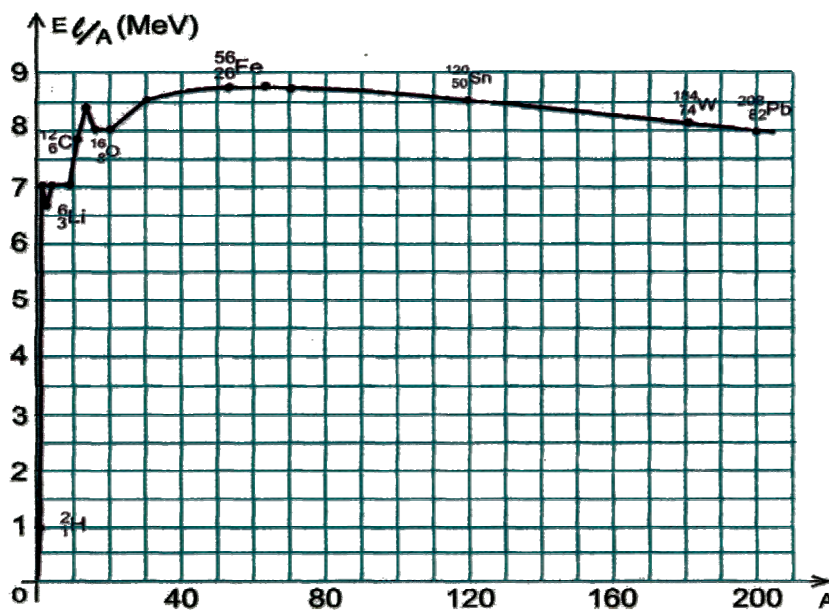
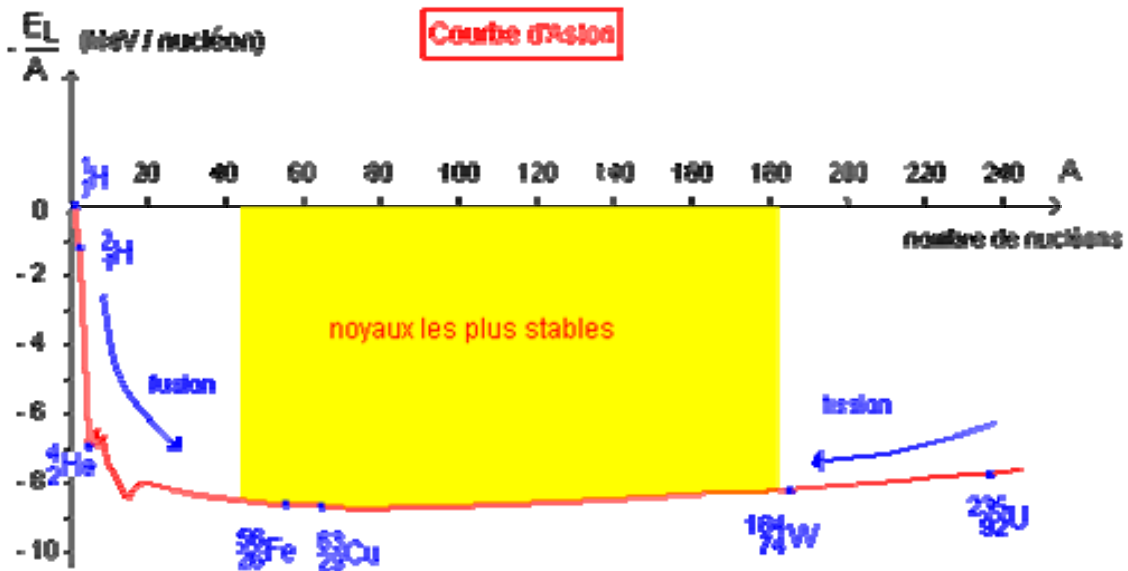
La courbe d'Aston représente $E_{L/A}$ en fonction de A (nombre de nucléons)

Elle permet de visualiser facilement les noyaux les plus stables, ceux-ci se trouvent au bas du graphe comme le noyau de fer (A entre 20 et 195)

Les noyaux instables peuvent évoluer de 2 façons :

Ø Les noyaux lourds peuvent se casser en 2 noyaux légers appartenant au domaine de stabilité. C'est la fission.

Ø Certains noyaux légers peuvent "fusionner" pour former un noyau plus gros et stable. C'est la fusion.



LA RADIOACTIVITE :

LES REACTIONS NUCLEAIRES

Eau, roches, plantes, astre : les sources de radioactivité naturelle sont omniprésente !

I- Définition de la radioactivité

Activité 1 :

« A l'automne 1895, Wilhem Röntgen découvre de mystérieux « rayons X » émis par un lointain ancêtre du tube cathodique de nos téléviseurs. Ces rayons traversent une feuille de papier opaque, font scintiller un écran fluorescent mais sont arrêtés par les os.

En janvier 1896, cette découverte est présentée à l'Académie des Sciences de Paris ; elle attire l'attention d'Henri Becquerel, spécialiste des phénomènes de fluorescence. Quelques jours plus tard, il dépose du sel phosphorescent d'uranium sur des plaques photographiques vierges, les enveloppe dans du papier noir et les expose au soleil. Une fois développées, elles révèlent l'image des cristaux de sel d'uranium. Becquerel pense alors que l'énergie solaire est absorbée par le sel d'uranium avant d'être réémise sous forme de rayons X qui impressionnent les plaques photographiques. En fait il se trompe et la météo va l'aider.

Les 26 et 27 février, les nuages masquent le soleil ; dépité, Becquerel range ses plaques déjà imprégnées de sel d'uranium dans un placard. Le 1er mars, il les développe par acquis de conscience : à sa grande surprise, elles sont également impressionnées ! Becquerel vient de découvrir l'émission spontanée de radiation par une substance inerte.

Quelques années plus tard, Pierre et Marie Curie, se lancèrent alors sur les traces de ces nouvelles substances donnèrent le nom de radioactivité aux : propriétés que possèdent certains éléments de se transformer spontanément en un autre élément par désintégration du noyau atomique avec émission de particules ou rayonnements électromagnétiques.

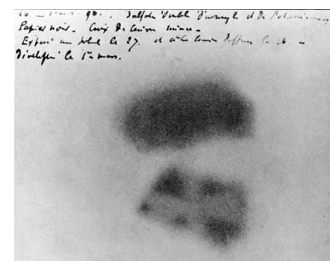
En 1898, ils découvrirent la radioactivité du polonium et celle du radium et obtinrent le Prix Nobel de physique avec Becquerel en 1903. Plusieurs années leur sont ensuite nécessaires pour mesurer les propriétés chimiques de ces éléments très rares. Ce travail de titan, effectué sans radioprotection suffisante, obère durablement leur santé.

La radioactivité est une réaction dite nucléaire car elle concerne le noyau de l'atome par opposition aux réactions chimiques qui ne concernent que le cortège électronique sans modifier le noyau.

Aujourd'hui, la radioactivité permet de radiographier des métaux avec des rayons gamma, de suivre à la trace des médicaments dans le corps et de dater des trouvailles archéologiques. Mais les dangers que présentent les manipulations de préparations radioactives sont accrus par l'émission d'un rayonnement complexe, dont les effets physiologiques sur la moelle osseuse peuvent entraîner des maladies et parfois la mort. » »

Questions :

- 1- A quoi consiste la découverte de becquerel ?
- 2- Qui a découvert la radioactivité ? expliquer ?
- 3-
 - a. Quels constituants de l'atome concernés par une réaction chimique ?
 - b. Une transformation radioactive est-elle est une réaction chimique ?
- 4- Quel est le sens de l'expression « émission spontanée » ?
- 5-
 - a. Déduire d'après le texte la définition de la radioactivité ?
 - b. Qu'appelle t-on noyaux radioactif ?



II- Nature des rayonnements radioactifs.

Les atomes ayant un noyau instable peuvent émettre des rayonnements radioactifs.

Activité 2 :

On place un sel de radium au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses. Devant ce dernier et perpendiculairement à son axe, on place un écran E. Dans la zone qui les sépare on fait régner un champ électrique \vec{E} ou magnétique uniforme \vec{B}

On observe alors sur l'écran E trois points d'impact A, B et C (Fig.1 et Fig.2).

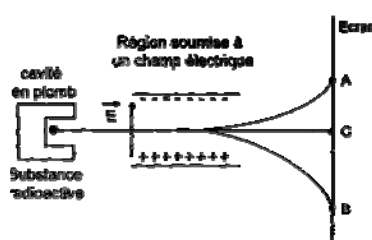


Fig. 2 : Action d'un champ électrique sur le rayonnement

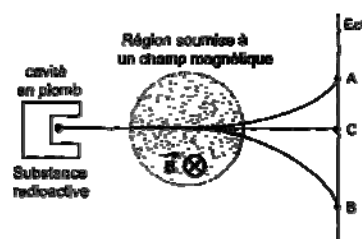


Fig. 1 : Action d'un champ magnétique sur le rayonnement

Questions

- 1- Qu'est ce qui montre dans l'expérience réalisée que la radioactivité du radium consiste en l'émission de trois rayonnements différents ?
- 2- En s'appuyant sur la disposition des trois points d'impact A,B et C montrer que le radium radioactif émet des particules chargées positivement et d'autres chargées négativement.
- 3- Identifier le troisième type de rayonnement émis par le radium
- 4- On distingue le rayonnement radioactif α , constitué de particule positive nommé α , et le rayonnement radioactif β^- , constitué de particule négative nommé β^- . Le tableau suivant donne quelques caractéristiques des ces particules.

	α	β^-
charge	$+ 3,2.10^{-19}C$	$- 1,6.10^{-19}C$
Masse en u	4,00151 u	$0,00055 u \approx 9,1.10^{-31}kg$

A quoi peut-on identifier les particules α et les particules β^- .

II- Propriétés d'un rayonnement radioactif.

- Ionisation des gaz
- Impression des plaques photographique.
- Excitation de la fluorescence de certains éléments
- Production des scintillations à partir de certaines substances.
- Indépendance de la combinaison chimique.
- La température et la pression n'ont aucun effet sur une transformation radioactive.

III- Mécanisme de l'émission des rayonnements radioactif.

Les rayonnements radioactifs α , β^- , β^+ (ou/et) γ , trouvent leur source dans des modifications de la structure du noyau de l'atome ; c'est pourquoi l'on parle de phénomènes de **désintégrations nucléaires**.

III-1 Lois de conservation au cours d'une désintégration nucléaire:

❖ **Lois de Soddy** : Lors d'une désintégration nucléaire, il y a conservation du nombre de charge Z et du nombre de nucléons A

La désintégration d'un noyau X (appelé noyau père, noyau instable) conduit à un noyau Y (appelé noyau fils, noyau stable) et à l'expulsion d'une particule P (particule α ou β).

L'équation de la désintégration s'écrit :
$${}^A_Z X \longrightarrow {}^{A_1}_{Z_1} Y + {}^{A_2}_{Z_2} P$$

Les lois de conservation de **Soddy** s'écrivent:

- Loi de conservation du nombre de nucléons A : $A = A_1 + A_2$
- Loi de conservation du nombre de charges Z : $Z = Z_1 + Z_2$

- ❖ Conservation de la charge électrique
- ❖ Conservation de l'énergie.
- ❖ Conservation de la quantité de mouvement.

III-2 Les rayonnements radioactifs

III-2-1 La radioactivité α .

a) Définition :

Des noyaux sont dits radioactifs α s'ils émettent des noyaux d'hélium ${}^4_2\text{He}$.

La charge du noyau est

b) Equation de la réaction de désintégration α :

D'après les lois de conservation de **Soddy**, l'équation s'écrit :



La radioactivité α concernent les noyaux lourds ($A > 200$)

Activité 3 :

1- L'uranium 238 (${}^{238}_{92}\text{U}$) est un noyau radioactif α , il se transforme en thorium (Th), écrire l'équation de réaction de désintégration de l'uranium 238.

2- Le radon 222 (${}^{222}_{86}\text{Rn}$) est un noyau radioactif α , il se transforme en polonium (Po), écrire l'équation de cette désintégration.

c) Caractéristiques de la particule α :

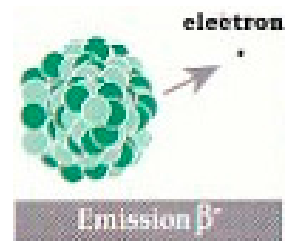
Ces particules sont arrêtées par quelques centimètres d'air ou par une feuille de papier, mais elles sont très ionisantes et donc dangereuses.

III-2-2 La radioactivité β^- .

a) Définition :

Des noyaux sont dits radioactifs β^- s'ils émettent des électrons ${}_{-1}^0e$.

Ces noyaux sont chargés négativement ($q =$) .



b) Equation de la réaction de désintégration β^- :

D'après les lois de conservation de **Soddy**, l'équation s'écrit :

Activité 3 :

Il n'y a pas des électrons dans le noyau ! À l'intérieur du noyau un neutron ${}_0^1n$ se transforme spontanément en proton ${}_1^1p$.

Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire.

Activité 4 :

Le *cobalt* 60 (${}_{27}^{60}\text{Co}$) est un noyau radioactif β^- il se transforme en nickel.

Ecrire l'équation de sa désintégration.

c) Caractéristiques de la particule β^+ :

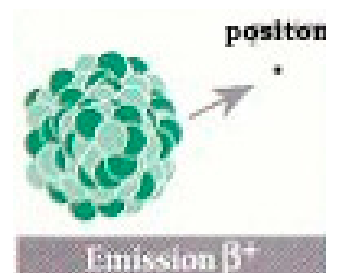
Les particules β^+ sont assez peu pénétrantes. Elles sont arrêtées par quelques millimètres d'aluminium.

III-2-2 La radioactivité β^+ .

a) Définition :

Des noyaux sont dits radioactifs β^+ s'ils émettent des électrons ${}_{+1}^0e$.

Ces noyaux sont chargés positivement ($q =$) .



b) Equation de la réaction de désintégration β^+ :

D'après les lois de conservation de **Soddy**, l'équation s'écrit :

Activité 5 :

Il n'y a pas des positons dans le noyau ! À l'intérieur du noyau un proton se transforme spontanément en neutron.

Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire.

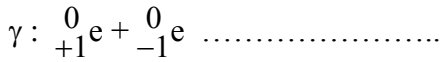
Activité 6 :

Le phosphore 30 (${}_{15}^{30}\text{P}$) est un noyau radioactif β^+ , il se transforme en silicium.

Ecrire l'équation de sa désintégration

c) Caractéristiques de la particule β^+ :

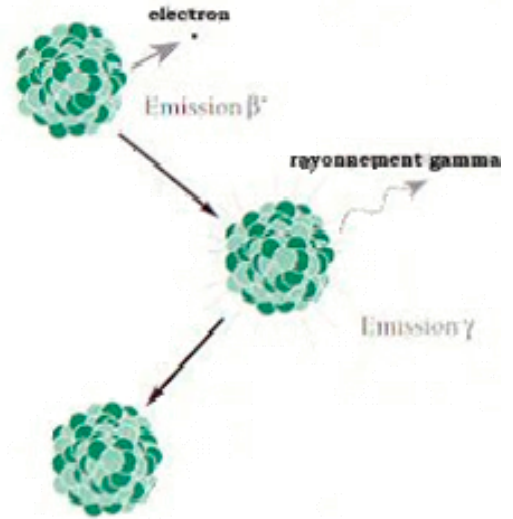
Ces particules ont une durée de vie très courte car lorsqu'elles rencontrent un électron, les deux particules s'annihilent pour donner de l'énergie sous forme d'un rayonnement électromagnétique γ :



III-2-4 La désexcitation γ ou l'émission γ .

a-) Définition :

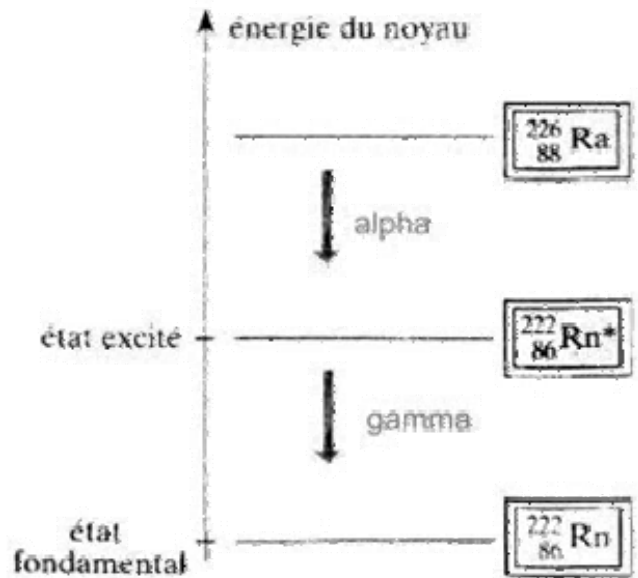
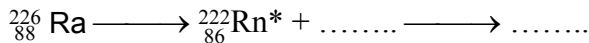
Il arrive qu'un noyau, produit par la désintégration α ou β d'un autre noyau, se trouve dans un état excité (noté par Y^*). Le nombre de nucléons qui le constitue est correct, mais il a un trop-plein d'énergie pour que l'édifice soit stable. Le noyau se libère alors de cet excès d'énergie en émettant un grain d'énergie lumineuse, un photon. Ce grain d'énergie lumineuse est de même nature que la lumière visible ou les rayons X ; ce sont aussi des rayonnements électromagnétiques.



b)- Equation d'émission



Exemple : Au cours d'une désintégration alpha d'un noyau de radium Ra (un noyau lourd instable), il expulse une particule alpha et donne un noyau fils plus léger, généralement dans un état excité. Celui-ci peut alors émettre son excédent énergétique par l'émission d'un rayonnement gamma.



c) Caractéristiques

Par rapport à la lumière visible ou même aux rayons X, les photons γ sont beaucoup plus énergétiques. Certains sont capables de traverser des blindages de plomb de plusieurs mètres d'épaisseur. Les rayons γ sont donc plus dangereux que les α ou les β à cause de ce pouvoir de pénétration.

IV Evolution temporelle de la radioactivité.

IV-1 La désintégration est un phénomène aléatoire.

La désintégration radioactive est aléatoire, on ne peut pas prévoir quand va se produire la désintégration d'un noyau. Elle est spontanée, elle se produit sans aucune intervention extérieure. Elle ne dépend pas ni de son environnement chimique, ni de l'espèce chimique qui contient le noyau radioactif ; ni des conditions extérieures (pression ou température).

IV-2 Lois de la décroissance radioactive.

IV-2-1 Nombre de désintégrations pendant une durée Δt :

On considère un échantillon contenant N noyaux radioactifs (non désintégrés) à un instant t . Ce nombre est noté N_0 à l'instant $t_0 = 0$ s pris comme instant initial.

Pendant une durée Δt très brève, un certain nombre de noyaux radioactifs se sont désintégrés.

Soit $N+\Delta N$ le nombre de noyaux radioactifs (non désintégrés) à la date $t+\Delta t$.

($\Delta N < 0$ car N diminue)

Le nombre moyen (phénomène aléatoire) de noyaux désintégrés pendant la durée Δt est :

$$N_t - N_{t+\Delta t} = N - (N + \Delta N) = -\Delta N > 0$$

Ce nombre moyen de désintégrations pendant la durée Δt est proportionnel:

- Au N de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à la date t .
- A la durée Δt (si Δt double alors le nombre de désintégrations qui se produisent, double aussi).

On a donc : $-\Delta N = \lambda \cdot N \cdot \Delta t$ où λ est la constante radioactive, caractérisant un radioélément.

$$\Rightarrow \frac{-\Delta N}{N} = \lambda \cdot \Delta t \quad \lambda \text{ s'exprime en } s^{-1}.$$

Pour un type de noyau donné la constante radioactive λ est la proportion des noyaux qui se désintègre par unité de temps :

$$\lambda = -\frac{1}{N(t)} \cdot \frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$$

Exemple :

noyau radioactif	uranium 238	carbone 14	césium 137	iode 131
constante radioactive λ	$1,5 \cdot 10^{-10} \text{ an}^{-1}$	$1,2 \cdot 10^{-4} \text{ an}^{-1}$	$2,3 \cdot 10^{-2} \text{ an}^{-1}$	$8,5 \cdot 10^{-2} \text{ jour}^{-1}$

IV-2-1 Nombre des noyaux présents dans un échantillon à un instant donné : La loi de la décroissance

L'évolution du nombre de noyaux radioactifs présents dans un échantillon au cours du temps est donnée par :

$$\frac{-\Delta N(t)}{N(t)} = \lambda \Delta t \quad (1).$$

(Par définition, la dérivée de la fonction $N(t)$ par rapport au temps est : $N'(t) = \frac{dN}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$)

Si Δt tend vers 0, la relation devient $-\frac{dN}{N} = \lambda \cdot dt$.

Activité 7 :

- 1- Que devient la relation (1) si Δt tend vers zéro ?
- 2- Dédurre l'équation différentielle vérifiée par $N(t)$?
- 3- Sachant que l'équation différentielle « $f'(x)+f(x)=0$ » à pour solution $f(x)=Ce^{-kx}$, La solution de l'équation différentielle de la question précédente est dite « **LOI DE LA DECROISSANCE RADIOACTIVE** ».

Exprimer la loi de décroissance radioactive en fonction du nombre des noyaux N_0 initialement présent dans l'échantillon (à $t=0$) et $N(t)$ le nombre des noyaux encore présent dans l'échantillon à l'instant t .

Remarque : Le calcul de $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt$ permet aussi de retrouver l'expression de la loi de la décroissance radioactive.

Activité 8 :

A l'instant de date $t=0$, un échantillon la masse de cobalt 60 est $m_0=200$ mg, au bout de quelle durée la masse de cobalt 60 dans l'échantillon ne sera-t-elle plus que $m=10$ mg ?
Donnée : la constante radioactive du cobalt 60 est $0,13 \text{ an}^{-1}$.

IV-3 L'activité d'une substance radioactive.

Définition : L'activité A radioactive est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde, elle s'exprime en becquerel (Bq).

$$A = -\frac{dN}{dt}$$

Activité 9 :

- a. Exprimer l'activité $A(t)$ d'une substance radioactive à l'instant t en fonction du nombre $N(t)$ de noyaux présent à l'instant t et de la constante radioactive des noyaux.
- b. Dédurre l'expression de $A(t)$ en fonction de λ , t et A_0 l'activité de la substance à $t=0$.

Remarque : L'activité s'exprime en **becquerels** dont le symbole est **Bq**. Le **curie (Ci)** est aussi une unité d'activité. Il vaut $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq.

Exemples:

source	1 L d'eau	1 kg granit	Homme (70kg)	1 kg d'uranium	1 g plutonium
activité (en Bq.)	10	1 000	10 000	25.106	2.109

Dangerosité et effet biologique :

Plus l'activité d'une source est grande, plus elle est dangereuse. L'action sur les tissus vivants dépend de plusieurs paramètres, du nombre de particules reçues par seconde, qui dépend de l'activité A et de la distance de la source; de l'énergie et de la nature des particules ; du fractionnement de la dose reçue et de la nature des tissus touchés.

Si l'activité d'une source est importante elle peut provoquer des réactions chimiques et des modifications de l'ADN

Activité 10 :

Un compteur **Geiger –Muller** , placé près d'une source radioactif, détecte en moyenne 500 désintégration par minute. 24 heures plus tard, il ne détecte en moyenne que 320 désintégration par minute. Calculer la constante radioactive des noyaux contenus dans l'échantillon.



IV-4 La demi-vie ou la période radioactive.

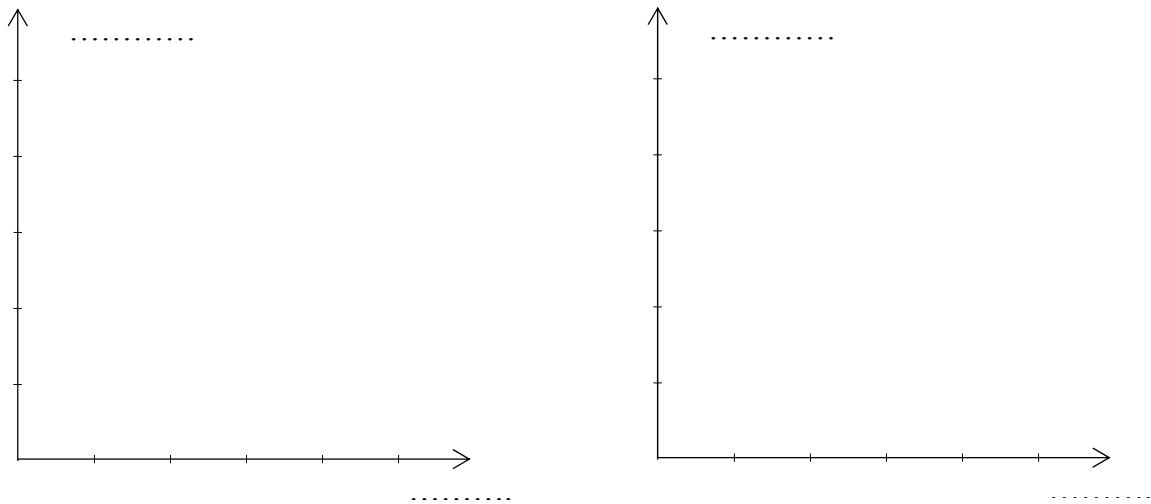
a-) Définition :

La **demi-vie radioactive**, notée **T**, d'un échantillon de noyaux radioactifs est égale à la **durée** nécessaire pour que, **la moitié** des noyaux radioactifs présents dans l'échantillon se désintègrent. $N(t + T) = \frac{N(t)}{2}$

Activité 11 :

A l'instant de date $t=0$, le nombre des noyaux radioactifs dans un échantillon est N_0 . Déduire d'après la définition de la période radioactive la courbe :

- a- de la décroissance radioactive $N(t)$.
- b- De la décroissance radioactive $A(t)$



b-) Expression la demi-vie T :

Activité 12 :

Monter que la période radioactive d'une substance radioactive est :

$$T = \frac{\text{Log}2}{\lambda}$$

Exemples :

Noyau	$^{204}_{92}\text{Pb}$	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{14}_6\text{C}$	$^{131}_{53}\text{I}$	$^{239}_{92}\text{U}$	$^{212}_{84}\text{Po}$
Radioactivité	α	α	β^-	β^-	β^-	α
Période	10^{19} ans	$4,5 \cdot 10^{19}$ ans	5700 ans	8 jours	23 min	0,3 μ s

IV- 5 Application : La datation

a-) Principe :

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = \dots\dots\dots$$

Connaissant un radioélément contenu dans l'objet à dater, on détermine sa constante radioactive.

On peut mesurer A, si l'on connaît l'activité A₀ de l'échantillon, alors on peut connaître la date d'origine t de l'objet.

b-) Datation au carbone 14

La proportion de carbone 14 par rapport à l'isotope 12 abondant est de l'ordre de 10⁻¹², elle est à peu près constante car il est régénéré dans l'atmosphère. Il en est de même dans le dioxyde de carbone de l'atmosphère. Or tous les organismes vivants échangent du CO₂ avec l'atmosphère soit par photosynthèse, soit par l'alimentation. Les tissus fixent l'élément carbone. La proportion de carbone 14 dans les tissus est donc identique à celle de l'atmosphère tant que l'organisme est en vie.

A leur mort, la quantité de carbone 14 diminue (par désintégration) selon la loi de décroissance radioactive, d'où il suffit de comparer l'activité du carbone 14 dans l'atmosphère (ou dans un objet vivant à celle de l'objet à dater.

Activité 14 :

Pour connaître l'époque à laquelle vécurent des hommes préhistoriques dans une caverne, on mesure l'activité d'un échantillon de charbon de bois enfui dans le sol de la grotte. Il s'avère alors que le nombre de désintégrations n'est plus que 1,6 par minute, alors qu'il serait 11,5 par minute pour un échantillon de même masse de bois récemment coupé.

Calculer le temps écoulé depuis le dernier feu dans la grotte:

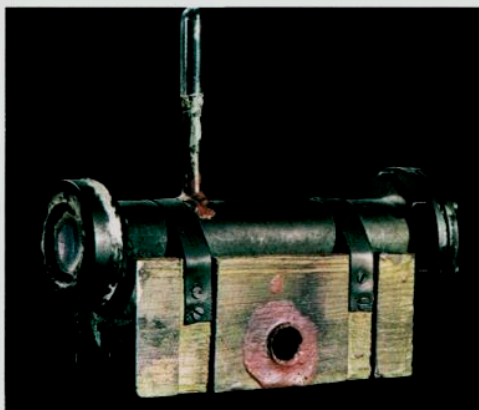
Sachant que la période radioactive du carbone 14 est T = 5730 ans.



VI - Réactions nucléaires provoquées :

1. De la découverte du neutron à celle de la fission

En 1932, en bombardant des noyaux de béryllium 9 par des particules α , **James Chadwick** découvre qu'une particule, de masse très voisine de celle du proton est émise : le **neutron**. Neutre, il est un projectile beaucoup plus efficace que les protons ou les particules α , pour déclencher des réactions nucléaires.



Doc. 1. Appareil utilisé par Chadwick.

En 1934, **Frédéric Joliot** et **Irène Joliot-Curie** bombardent une feuille d'aluminium par des particules α . Ils constatent que lorsque le bombardement cesse, la feuille émet un rayonnement de positons (particules de même masse que l'électron mais de charge $+e$). Chaque noyau d'aluminium 27, ayant capturé une particule α , s'est transmuté en un isotope artificiel et radioactif du phosphore en émettant un neutron. Le phosphore radioactif se désintègre spontanément en silicium stable en émettant un positon.

Cette expérience marque la découverte de la radioactivité artificielle.

Des travaux effectués à Rome par **Enrico Fermi** (Doc. 2), aboutissent en quelques mois à l'identification de dizaines d'isotopes radioactifs artificiels obtenus en bombardant des noyaux naturels par des neutrons. Mais Fermi ne parvient pas à identifier les produits formés dans le cas de l'uranium.

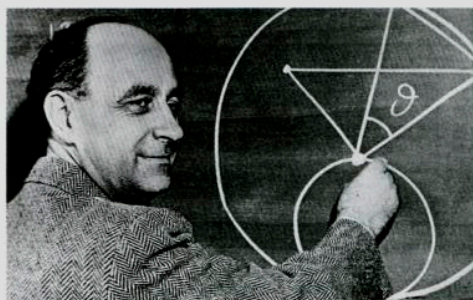
En 1938, **Otto Hahn** et **Fritz Strassmann** identifient l'un des produits légers formé par la désintégration des noyaux d'uranium 235 bombardés par des neutrons : le baryum (l'autre est le strontium). Cette identification marque la découverte de la fission nucléaire. Son mécanisme sera expliqué par **Lise Meitner** en 1939.

Des mesures effectuées en 1939, à l'université de Columbia, montrent que l'énergie libérée lors de chaque fission du noyau d'uranium 235 est de l'ordre de 200 MeV.

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} ; \quad 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

Cette même année, Frédéric Joliot à Paris et Enrico Fermi à Rome découvrent que deux ou trois neutrons en moyenne sont expulsés lors de la fission de l'uranium 235. La voie s'ouvre alors pour la réalisation d'une expérience de réaction en chaîne en vraie grandeur.

La construction de la première pile nucléaire par l'équipe de Fermi se fait à Chicago en novembre 1942. Le 2 décembre de la même année, l'expérience décisive a lieu. La mise en route du processus de fission est activée. Le démarrage d'une réaction en chaîne, dans la pile nucléaire, est immédiatement constaté : le monde vient de basculer dans l'ère nucléaire.



Doc. 2. Enrico Fermi (1901-1954).

a. En utilisant les lois de conservation, identifier le composé formé lors de l'expérience effectuée par Chadwick.

Écrire l'équation de la réaction nucléaire.

b. En utilisant les lois de conservation, identifier l'isotope du phosphore et l'isotope du silicium formés lors de l'expérience effectuée par les Joliot-Curie.

Écrire les équations des réactions nucléaires.

c. Pourquoi les neutrons sont-ils des projectiles plus efficaces que les particules α ou que les protons, pour bombarder les noyaux ?

d. Comparer l'énergie libérée (en MeV) par la combustion d'un atome de carbone et celle libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

e. Pourquoi dit-on que la fission de l'uranium 235 permet une réaction en chaîne ?

Données :

- béryllium (Be) : $Z = 4$;
- carbone (C) : $Z = 6$.
- aluminium (Al) : $Z = 13$;
- silicium (Si) : $Z = 14$;
- phosphore (P) : $Z = 15$.
- la combustion complète d'une mole d'atomes de carbone produit une énergie de 393 kJ ;
- nombre d'Avogadro : $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Définition: Une réaction nucléaire est dite provoquée lorsqu'un noyau cible est frappé par un noyau projectile et donne naissance à de nouveaux noyaux.

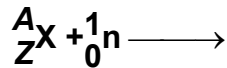
La transmutation C'est une réaction nucléaire provoqué au cours de laquelle deux noyaux interagissent pour donner un ou plusieurs noyau plus stable.

Au cours d'une transmutation les lois de conservations sont vérifiées.

VI-2 Fission et fusion nucléaires ::

VI-2-1 La fission nucléaire: réaction en chaîne :

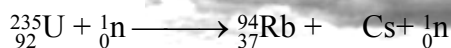
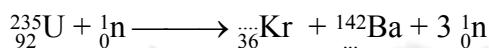
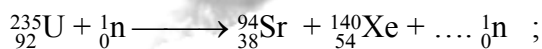
Définition : La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd "fissile" (bombarder par un neutron) donne naissance à deux noyaux plus légers et d'autres neutrons.



avec $A+1 = \dots\dots\dots$ et $Z+0 = \dots\dots\dots$

Activité 16

Plusieurs réactions de fission de l'uranium 235 sont possibles:

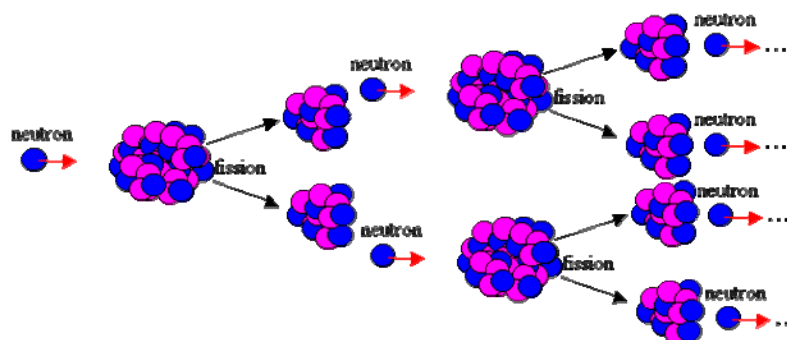
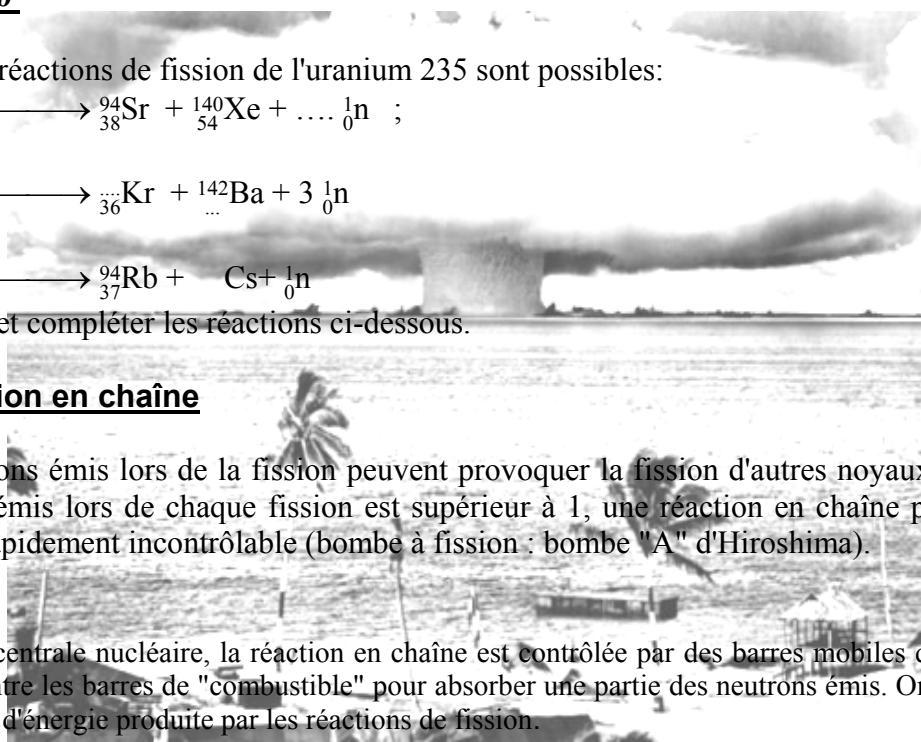


Recopier et compléter les réactions ci-dessous.

La réaction en chaîne

Les neutrons émis lors de la fission peuvent provoquer la fission d'autres noyaux. Si le nombre de neutrons émis lors de chaque fission est supérieur à 1, une réaction en chaîne peut se produire et devenir rapidement incontrôlable (bombe à fission : bombe "A" d'Hiroshima).

Dans une centrale nucléaire, la réaction en chaîne est contrôlée par des barres mobiles qui plongent dans le réacteur entre les barres de "combustible" pour absorber une partie des neutrons émis. On peut ainsi contrôler la quantité d'énergie produite par les réactions de fission.



VI-2-2 La fusion nucléaire

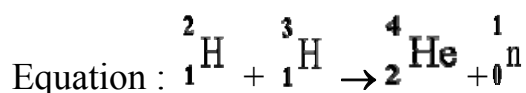
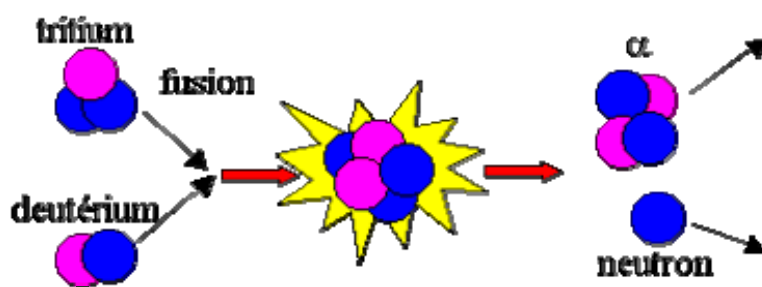
« « La **fusion nucléaire** constitue le mécanisme à l'origine du rayonnement des étoiles et en particulier du Soleil. En effet, au sein des étoiles, les noyaux légers fusionnent et produisent des noyaux plus lourds. Au cours de cette réaction de fusion, la masse du noyau produit est inférieure à la somme des masses des noyaux légers d'origine. La différence de masse, en vertu de la célèbre relation d'Einstein, $E=mc^2$, est alors convertie en énergie. On estime ainsi que, dans le Soleil, pas loin de 600 millions de tonnes d'hydrogène sont transformés en 596 millions de tonnes d'hélium chaque seconde. La différence est alors convertie en énergie et est à l'origine de la chaleur et de la lumière que nous recevons.

Bien que l'énergie libérée par la fusion nucléaire soit considérable, les réactions de fusion ne se produisent pas spontanément, du moins dans les conditions de température et de pression auxquelles nous sommes habitués. Ainsi, la probabilité d'observer une réaction de fusion entre deux noyaux d'hydrogène à la surface de la terre est quasiment nulle. En effet, pour fusionner, les noyaux, qui sont chargés positivement, doivent d'abord vaincre leur tendance naturelle à se repousser. Ceci est possible lorsque la matière est dans des conditions extrêmes comme au cœur du Soleil (pression énorme et température de plusieurs millions de degrés). » »

Activité 16

- 1- a- Quels sont les noyaux concernés par la fusion nucléaire ?
b- Décrire le mécanisme de la fusion nucléaire.
- 2- a- Quelle est l'origine de l'énergie nucléaire obtenue au cours d'une fusion nucléaire ?
b- Quelle formule traduit l'apparition de cette énergie ?
- 3- Pourquoi la probabilité d'observer une réaction de fusion entre deux noyaux d'hydrogène à la surface de la terre est quasiment nulle ?

Définition: La fusion nucléaire est une réunion de deux noyaux légers pour former un noyau plus lourd.



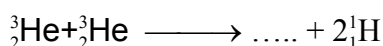
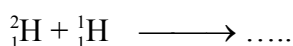
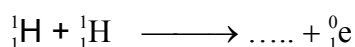
L'énergie libérée au cours d'une fusion est considérable.

La fusion n'est possible que si les deux noyaux possèdent une grande énergie cinétique pour vaincre les forces de répulsion électriques.

La fusion se produit naturellement dans les étoiles. Dans une bombe thermonucléaire (appelée bombe H), la fusion nucléaire est incontrôlée et explosive

Elle est très intéressante pour produire de l'énergie, mais on ne la maîtrise pas suffisamment pour produire de l'électricité.

Activité 17 On donne quelques réactions de fusion au cœur du soleil. Compléter ces équation et déduire l'équation bilan



VI-3 Bilan énergétique : Energie libérée par une réaction nucléaire



D'après l'équivalence masse-énergie, la variation d'énergie ΔE de la réaction correspond à la variation de masse Δm :

$$\Delta m = (m_{X_3} + m_{X_4}) - (m_{X_1} + m_{X_2})$$

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Activité 18 : Soit la réaction : $U + {}_0^1n \longrightarrow {}_{39}^{95}Y + {}_{53}^{138}I + 3{}_0^1n$

1- S'agit il d'une fusion ou d'une fission nucléaire ?

2- On donne : $m({}_{92}^{235}U) = 235,12u$, $m({}_{39}^{95}Y) = 95,90u$, $m({}_{53}^{138}I) = 138,20u$, $m({}_0^1n) = 1,0087u$.

a-) Calculer l'énergie libérée par un noyau d'uranium(235).

on donne $1u = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$.

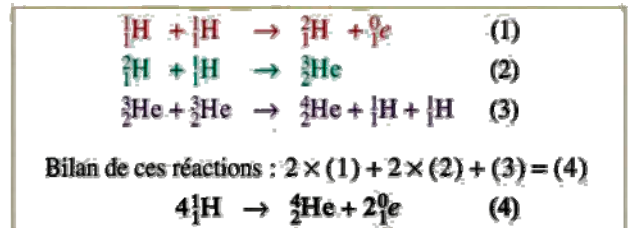
b-) Déduire l'énergie libérée par une mole d'uranium (235).

Activité 18 : Fusion dans le Soleil

La partie centrale du Soleil est appelée noyau. Son rayon est égal au quart de celui du Soleil. Sa densité est énorme et la température y est extrêmement élevée ($15 \cdot 10^6 \text{ }^\circ\text{C}$). Dans ces conditions, les réactions de fusion entre éléments légers peuvent avoir lieu. Les modèles indiquent que les réactions du cycle proton-proton (Doc 1) apportent l'essentiel de l'énergie libérée.

■ Dans environ cinq milliards d'années, quand le Soleil aura épuisé l'hydrogène du noyau central, celui-ci se contractera. L'énergie dégagée par cette contraction réchauffera les couches externes, provoquant la fusion de l'hydrogène qu'elles contiennent et leur dilatation. Le Soleil deviendra une géante rouge, son diamètre sera cent fois supérieur à son diamètre actuel (Doc 2), son énergie proviendra de la fusion de l'hélium.

■ Après l'épuisement de l'hélium, il éjectera sa matière la plus externe qui formera une nébuleuse planétaire, tandis que le cœur deviendra une naine blanche, étoile compacte se refroidissant progressivement.



Doc. 1. Principales réactions du cycle proton-proton.

• Age :	$4,7 \cdot 10^9$ ans
• Température à la surface :	5 500K
• Rayon :	696 000 km
• Puissance rayonnée :	$3,86 \cdot 10^{26}$ W
• Masse :	$2,0 \cdot 10^{30}$ kg
• Distance à la Terre :	$150 \cdot 10^6$ km
• Densité moyenne :	1,41

a. Quelle est, en MeV, l'énergie fournie par la réaction (4) ?

Données : masse d'un positon : 0,000 55 u ;

masse d'un noyau ${}^1\text{H}$: 1,007 28 u ;

masse d'un noyau ${}^4\text{He}$: 4,001 51 u ;

$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b. Quelle est, en kg, la masse d'hydrogène transformée chaque seconde en énergie dans le Soleil ?

c. Quelle est, en kg, la masse d'hydrogène subissant la fusion chaque seconde ?

d. Quelle est la perte relative de masse du Soleil depuis sa formation ?

Niveaux: SM PC SVT | Matière: Physique

PROF: Zakaryae Chriki | Résumé N:6

Noyaux, Masse, Energie



1. Equivalence Masse-Energie (Relation de d'Einstein)

En 1905, Albert Einstein postulat l'équivalence entre la masse et l'énergie :

Toute particule de masse m , au repos, possède une énergie appelé énergie de masse, notée E .

Energie de masse : énergie potentielle que tout système matériel, de masse m , possède

$E = m \cdot C^2$	avec	E : énergie en joule (J) m : la masse du corps au repos (Kg) C : la célérité de la lumière dans le vide (m/s), $C = 299792458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
-------------------	------	---



2. Des autres unités

a. L'unité de masse atomique

En physique nucléaire, on exprime la masse d'un noyau ou d'un atome en **unité de masse atomique**, de symbole u :

$$1u = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

b. Unité d'énergie.

En physique nucléaire l'unité joule est unité mal adaptée à la description des transferts dénergétiques. Pour cela on emploie l'**électronvolt (eV)** et ces multiples.

$$1eV = 1,602177 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$1MeV = 1,602177 \times 10^{-13} \text{ J}$$

c. Énergie correspond à la masse atomique.

D'après la relation d'Einstein $E = m \cdot c^2$ pour une masse de $1u$ on a $E = 1,66054 \times 10^{-27} \times (2,9979 \times 10^8)^2 = 1492,42 \times 10^{-15} \text{ J}$

$$E = \frac{1492,42 \times 10^{-15}}{1,602177 \times 10^{-19}} = 931,5 \text{ MeV} \quad \text{Donc} \quad 1u = 931,5/c^2$$

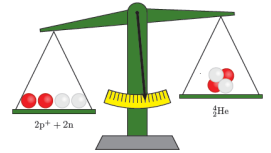
3. Défaut de masse :

Le **défaut de masse d'un noyau Δm** est la différence entre la somme des masses de ses nucléons pris séparément et la masse du noyau.

Plu généralement : pour un noyau ${}^A_Z X$, le défaut de masse Δm est :
$$\Delta m = [Zm_p + Nm_n] - m({}^A_Z X)$$

Où m_p et m_n sont respectivement la masse d'un proton et la masse d'un neutron. Δm est toujours positif

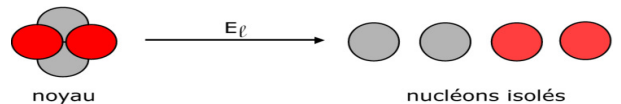
Défaut de masse



4. Energie de liaison d'un noyau :

L'**énergie de liaison E_l** d'un noyau atomique est l'énergie qu'il faut fournir au noyau au repos pour le dissocier en ses **nucléons** constitutifs pris au repos. (E_l est une grandeur positive.)

$$E_l = \Delta m(X) \cdot c^2 = [(Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n) - m({}^A_Z X)] \cdot c^2$$



5. Energie de liaison par nucléon

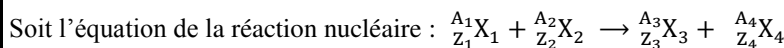
L'énergie de liaison par nucléon : Pour comparer la stabilité de différents noyaux, il faut utiliser les énergies de liaison par nucléon, soit

$$\mathcal{E} = \frac{E_l}{A} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} E_l : \text{Energie de liaison} \\ A : \text{Nombre de nucléons} \end{array}$$

N.B

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

6. Réaction nucléaire :



Δm : la variation de masse entre les produits et les réactifs de la transformation nucléaire

$$\Delta m = \sum m_{\text{Produits}} - \sum m_{\text{Réactifs}}$$

$$\Delta m = m(X_3) + m(X_4) - (m(X_1) + m(X_2))$$

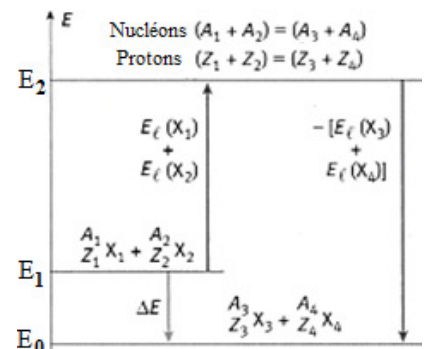
Expression d'énergie de la transformation (désintégration ou de la réaction)

$$\Delta E = [m(X_3) + m(X_4)] - [m(X_1) + m(X_2)] \cdot c^2$$

Autre expression de E_0 en fonction des énergies de liaisons

$$\Delta E = \sum E_l (\text{Réactifs}) - \sum E_l (\text{Produits})$$

$$\Delta E = [E_l(X_1) + E_l(X_2)] - [E_l(X_3) + E_l(X_4)]$$



Et l'énergie libérée par un noyau au cours de la réaction est $E_{\text{Libérée}} = |E_0|$

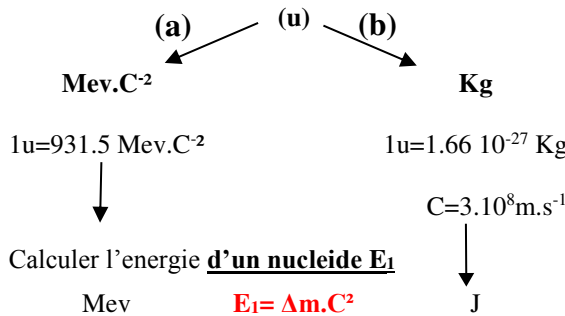
Au cours d'une transformation nucléaire, une variation de masse Δm , correspond à une variation d'énergie ΔE telle que : $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

☞ Premier cas : la variation de la masse est négative $\Delta m < 0$ donc $\Delta E < 0$ négative aussi i.e par convention, le système libère une énergie au milieu extérieur. $E_{\text{libérée}} = |\Delta E|$ (réaction exothermique)

☞ Deuxième cas : la variation de masse est positive $\Delta m > 0$ donc ΔE est positive aussi, i.e que le système reçoit de l'énergie du milieu extérieur $E_{\text{consommée}} = |\Delta E|$ (réaction endothermique)

** Comment calculer $E_1 = m \cdot C^2$ l'énergie d'un noyau

- (1) Déterminer l'expression de Δm
- (2) Calculer Δm en unité de masse atomique (u)
 $\Delta m = \dots \dots \dots$ (u)
- (3) Convertir (u) à l'unité adéquate



- (a) Inutile de remplacer C par sa valeur vu qu'elle se simplifie et numériquement $E_1 = \Delta m$ mais avec des unités différentes
 (b) Obligation de remplacer C par sa valeur $C = 3.10^8 m$

** Comment calculer E_T l'énergie totale d'une masse m

Il faut déterminer N le nombre de noyau dans la masse m et $E_T = N \cdot E_1$

On détermine N par

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \text{ et } N = \frac{m}{M} \cdot N_A$$

M : masse molaire (g/mol)
 m : masse d'un échantillon (g)
 N_A : Nombre d'Avogadro (mol^{-1})

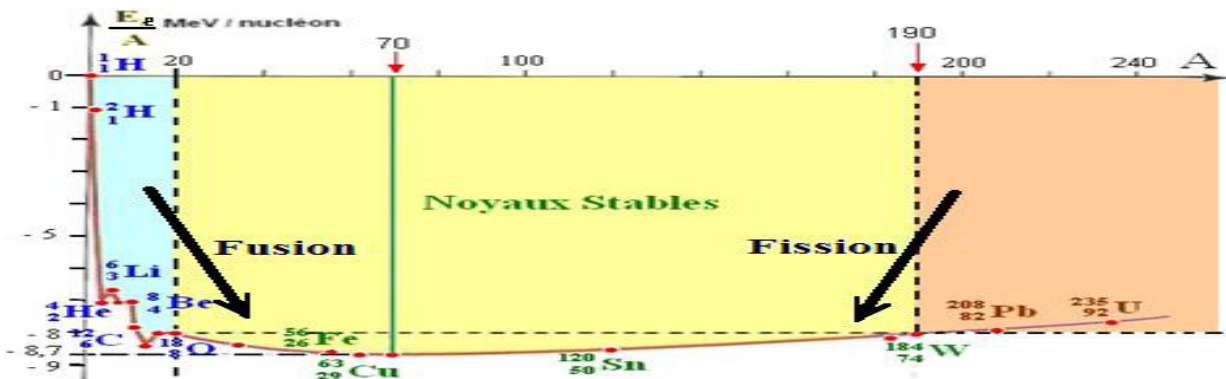
$$N = \frac{m}{m_1}$$

m : masse d'un échantillon (g)
 m_1 : masse d'un noyau (u)

NB :
 Les deux masses m et m_1 à convertir en Kg
 $1u = 1.666 \cdot 10^{-19} Kg$

7. Stabilité des noyaux et Courbe d'Aston.

- Un noyau atomique est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.
- La courbe d'Aston est la représentation des variations de $-\frac{E_l}{A}$ en fonction de A.
- Les noyaux stables $20 < A < 190$ sont ceux qui ont une énergie de liaison par nucléon d'environ 8 MeV / nucléon.



- Les noyaux instables peuvent évoluer de deux manières :
 - Les noyaux lourds ($A > 195$) peuvent se briser en deux noyaux plus légers appartenant au domaine de stabilité.
 - Ils subissent une réaction nucléaire de fission.

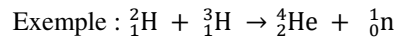
Certains noyaux légers $1 < A < 20$

(${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$) peuvent fusionner pour donner un noyau placé plus bas dans le diagramme.

- Ce sont les réactions nucléaires de fusion

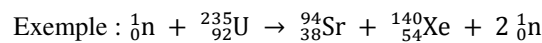
8. La fusion nucléaire.

- La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers s'unissent pour former un noyau lourd.
- La fusion est une réaction nucléaire provoquée qui libère de l'énergie.



9. La fission nucléaire.

- La fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un neutron lent (neutron thermique) brise un noyau lourd pour former deux noyaux plus légers.
- La fission est généralement une réaction nucléaire provoquée qui libère de l'énergie.
- La réaction peut ainsi continuer et même s'accélérer, on est en présence d'une réaction en chaîne.



EXERCICE 1

La radioactivité est utilisée dans plusieurs domaines comme la médecine où l'on peut diagnostiquer la maladie par imagerie médicale en utilisant des substances radioactives comme le fluorodéoxyglucose (en abrégé FDG) qui contient du fluor radioactif ${}^{18}_9\text{F}$.

Après avoir injecté le FDG par voie intraveineuse à un patient, on peut suivre les rayonnements émis à l'aide d'une camera spéciale.

Données:

Noyau	${}^{14}_7\text{N}$	${}^{18}_8\text{O}$	${}^{18}_9\text{F}$	${}^{18}_{10}\text{Ne}$
Énergie de liaison par nucléon $\frac{E_L}{A}$ (MeV / nucléon)	7,473	7,765	6,629	7,338
Demi vie du fluor ${}^{18}_9\text{F}$: $t_{1/2} = 110$ min				

1. Désintégration du noyau de fluor ${}^{18}_9\text{F}$

Le fluor ${}^{18}_9\text{F}$ est radioactif β^+ .

1.1. Écrire l'équation de désintégration du fluor ${}^{18}_9\text{F}$ en précisant le noyau fils.

1.2. Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie parmi:

a	Le noyau de fluor ${}^{18}_9\text{F}$ est constitué de 18 neutrons et 9 protons
b	La masse du noyau ${}^{18}_9\text{F}$ est inférieure à la somme des masses de ses nucléons
c	L'unité de l'énergie de liaison d'un noyau est le (MeV / nucléon)
d	La constante radioactive s'exprime par la relation $\lambda = t_{1/2} \cdot \ln 2$

1.3. Déterminer, en justifiant votre réponse, le noyau le plus stable parmi ${}^{14}_7\text{N}$; ${}^{18}_8\text{O}$; ${}^{18}_{10}\text{Ne}$.

2. Injection du FDG à un patient

Pour réaliser un examen d'imagerie médicale à un patient, on lui injecte une dose de FDG d'activité $a = 5,0 \cdot 10^8$ Bq.

La dose du FDG a été préparée dans le bloc de médecine nucléaire d'un hôpital à 5 heures du matin pour l'injecter au patient à 10 heures du même jour. L'activité du ${}^{18}_9\text{F}$ à 5 heures est a_0 .

Vérifier que $a_0 \approx 3,3 \cdot 10^9$ Bq.

EXERCICE 2

Etude d'une réaction de fusion nucléaire

La formation de l'hélium à partir du deutérium et du tritium, qui sont deux isotopes de l'hydrogène, est une réaction de fusion nucléaire spontanée qui se produit continuellement au cœur des étoiles. L'homme essaie sans cesse de reproduire cette réaction au laboratoire afin d'utiliser de façon contrôlée son énorme énergie libérée. Le chemin est encore long pour surmonter les différents obstacles techniques.

On modélise cette réaction nucléaire par l'équation suivante : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \longrightarrow {}^A_Z\text{He} + {}^1_0\text{n}$.

Données :

Particule	deutérium	tritium	hélium	neutron
masse (u)	2,01355	3,01550	4,00150	1,00866

- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$;

- constante de Planck : $h = 6,626.10^{-34} \text{ J.s}$;

- $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$;

- $1\text{MeV} = 1,6.10^{-13} \text{ J}$.

- Déterminer les nombres A et Z du noyau d'hélium.
- Calculer, en MeV, l'énergie libérée E_{lib} lors de cette réaction nucléaire.
- On suppose que toute l'énergie libérée s'est transformée en rayonnement électromagnétique. Déterminer la longueur d'onde λ associée à ce rayonnement.
- Un échantillon de sol contient du tritium radioactif. A la date $t = 0$, l'activité de cet échantillon est $a_0 = 2,0.10^6 \text{ Bq}$. A l'instant de date $t_1 = 4\text{ans}$, cette activité devient égale à $a_1 = 1,6.10^6 \text{ Bq}$. Déterminer l'activité a_2 de cet échantillon à l'instant de date $t_2 = 12,4\text{ans}$.

EXERCICE 3

Le noyau de polonium ${}^{210}_{84}\text{Po}$ se désintègre spontanément pour se transformer en un noyau de plomb ${}^{206}_Z\text{Pb}$ avec émission d'une particule α .

Cet exercice se propose d'étudier le bilan énergétique de cette transformation ainsi que l'évolution de cette dernière au cours du temps.

Données :

- Energie de liaison du noyau de polonium 210 : $E_\ell({}^{210}\text{Po}) = 1,6449.10^3 \text{ MeV}$,
- Energie de liaison du noyau de plomb 206 : $E_\ell({}^{206}\text{Pb}) = 1,6220.10^3 \text{ MeV}$,
- Energie de liaison de la particule α : $E_\ell(\alpha) = 28,2989 \text{ MeV}$,
- On désigne par $t_{1/2}$ la demi-vie du noyau de polonium 210.

- Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire en déterminant le nombre Z.
- Déterminer en MeV l'énergie $|\Delta E|$ produite lors de la désintégration d'un noyau de ${}^{210}_{84}\text{Po}$.
- Soient $N_0(\text{Po})$ le nombre de noyaux de polonium dans un échantillon à l'instant de date $t = 0$ et $N(\text{Po})$ le nombre de noyaux restant dans le même échantillon à un instant de date t .
- 3-1- On désigne par N_D le nombre de noyaux de polonium désintégrés à l'instant de date $t = 4.t_{1/2}$.

Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :

a- $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{8}$; b- $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{16}$; c- $N_D = \frac{N_0(\text{Po})}{4}$; d- $N_D = \frac{15N_0(\text{Po})}{16}$.

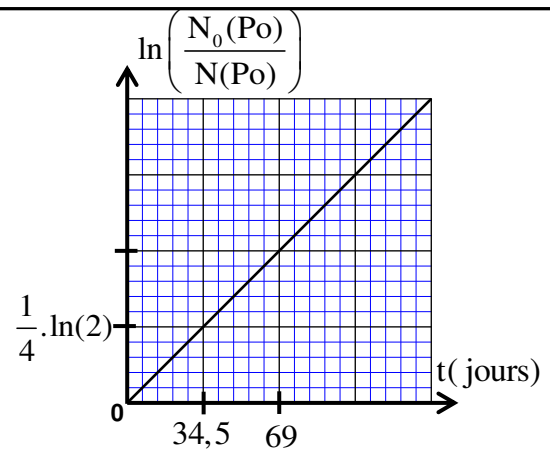
- 3-2- La courbe ci-dessous représente les variations de $\ln\left(\frac{N_0(\text{Po})}{N(\text{Po})}\right)$ en fonction du temps .

A l'aide de cette courbe, déterminer en jour la demi-vie $t_{1/2}$.

3-3-Sachant que l'échantillon ne contient pas du plomb à $t=0$, déterminer en jour, l'instant t_1 pour lequel :

$$\frac{N(\text{Pb})}{N(\text{Po})} = \frac{2}{5}, \text{ où } N(\text{Pb}) \text{ est le nombre de noyaux de plomb}$$

formés à cet instant.



EXERCICE 4

L'énergie solaire provient de la réaction de fusion des noyaux d'hydrogène. Les physiciens s'intéressent à produire l'énergie nucléaire à partir de la réaction de fusion des isotopes d'hydrogène : deutérium ${}^2_1\text{H}$ et tritium ${}^3_1\text{H}$.

Données : Les masses en unité u : $m({}^3_1\text{H})=3,01550 u$; $m({}^2_1\text{H})=2,01355 u$;
 $m({}^4_2\text{He})=4,00150 u$; $m({}^1_0\text{n})=1,00866 u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$

1- la radioactivité β^- du tritium

Le nucléide tritium ${}^3_1\text{H}$ est radioactif β^- , sa désintégration donne lieu à un isotope de l'élément Hélium.

1.1- Ecrire l'équation de cette désintégration.

1.2- On dispose d'un échantillon radioactif du nucléide tritium ${}^3_1\text{H}$ contenant N_0 nucléides à l'instant $t=0$.

Soit N le nombre de nucléides tritium dans l'échantillon à l'instant t .

Le graphe de la figure 1 représente les variations de $\ln(N)$ en fonction du temps t .

Déterminer la demi-vie $t_{1/2}$ du tritium.

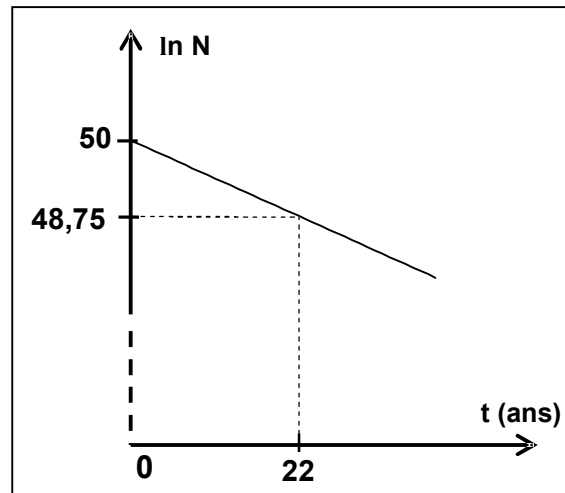


Figure 1

2- Fusion nucléaire

2.1- La courbe de la figure 2 représente les variations de l'opposé de l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de nucléons A .

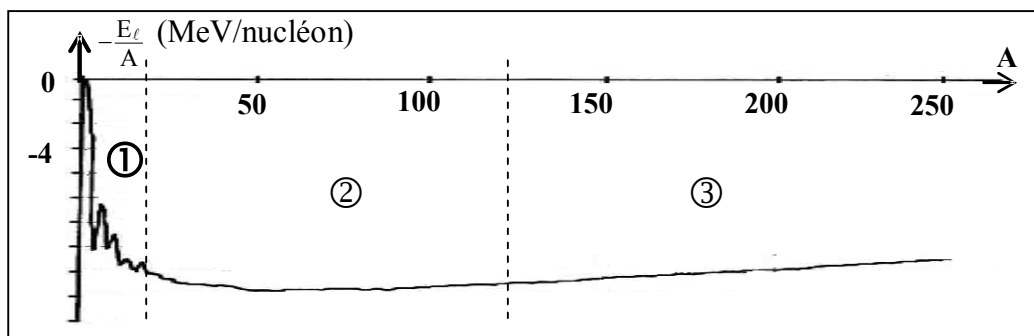


Figure 2

Déterminer, parmi les intervalles ①, ② et ③ indiqués sur la figure 2, celui dans lequel les nucléides sont susceptibles de subir des réactions de fusion. Justifier la réponse.

2.2- L'équation de la réaction de fusion des noyaux de deutérium ${}^2_1\text{H}$ et de tritium ${}^3_1\text{H}$ s'écrit : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \longrightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$.

On peut extraire 33mg de deutérium à partir de 1,0L de l'eau de mer.

Calculer, en MeV, la valeur absolue de l'énergie que l'on peut obtenir à partir de la réaction de fusion du tritium et du deutérium extrait de 1 m^3 de l'eau de mer.

EXERCICE 4

Les réactions de fusion et de fission sont considérées parmi les réactions qui produisent une grande énergie qu'on peut exploiter dans divers domaines.

- Données :**
- $1\text{MeV} = 1,6022 \cdot 10^{-13} \text{ J}$
 - $m({}_1^1\text{H}) = 1,00728 \text{ u}$; $m({}_2^4\text{He}) = 4,00151 \text{ u}$; $m({}_-1^0\text{e}) = 5,48579 \cdot 10^{-4} \text{ u}$.
 - $1\text{u} = 931,494 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 - On prend la masse du soleil : $m_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$.
 - On considère que la masse de l'hydrogène ${}_1^1\text{H}$ représente 10% de la masse du soleil.

1-On donne dans le tableau ci-dessous les équations de quelques réactions nucléaires :

A	${}_1^2\text{H} + {}_1^3\text{H} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_0^1\text{n}$
B	${}_{27}^{60}\text{Co} \longrightarrow {}_{28}^{60}\text{Ni} + {}_{-1}^0\text{e}$
C	${}_{92}^{238}\text{U} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + {}_{90}^{234}\text{Th}$
D	${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1\text{n} \longrightarrow {}_{54}^{139}\text{Xe} + {}_{38}^{94}\text{Sr} + 3{}_0^1\text{n}$

1.1- Identifier, parmi ces équations, celle correspondant à la réaction de fusion.

1.2- En utilisant le diagramme d'énergie ci-contre, calculer :

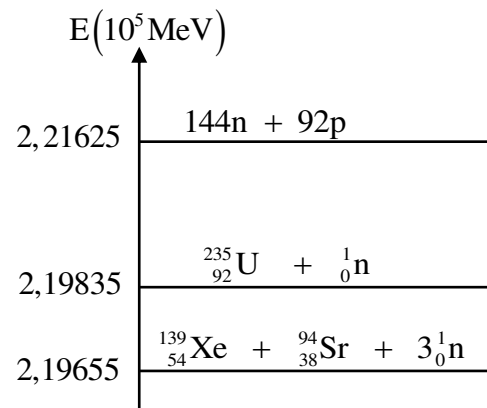
1.2.1- L'énergie de liaison par nucléon du noyau ${}_{92}^{235}\text{U}$.

1.2.2- L'énergie $|\Delta E_0|$ produite par la réaction D.

2-II se produit dans le soleil des réactions nucléaires dues essentiellement à la transformation de l'hydrogène selon l'équation bilan : $4{}_1^1\text{H} \longrightarrow {}_2^4\text{He} + 2{}_1^0\text{e}$

2.1-Calculer, en joule, l'énergie $|\Delta E|$ produite par cette transformation.

2.2 -Trouver, en ans, la durée nécessaire à la consommation de tout l'hydrogène présent dans le soleil, sachant que l'énergie libérée chaque année par le soleil selon cette transformation est $E_s = 10^{34} \text{ J}$.



EXERCICE 5

Un réacteur nucléaire fonctionne avec l'uranium enrichie qui est constitué de $p = 3\%$ de ${}^{235}\text{U}$ fissible et $p' = 97\%$ de ${}^{238}\text{U}$ non fissible.

La production de l'énergie au sein de cette centrale nucléaire est basée sur la fission de l'uranium ${}^{235}\text{U}$ bombardé par des neutrons.

Donnés : $m({}_{54}^{140}\text{Xe}) = 139,8920 \text{ u}$; $m({}_{38}^{94}\text{Sr}) = 93,8945 \text{ u}$; $m({}_{92}^{235}\text{U}) = 234,9935 \text{ u}$; $m({}_0^1\text{n}) = 1,0087 \text{ u}$

$$1\text{MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} ; 1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}.$$

Le noyau ${}^{235}\text{U}$ subit une fission selon l'équation : ${}_0^1\text{n} + {}_{92}^{235}\text{U} \longrightarrow {}_z^94\text{Sr} + {}_{54}^{140}\text{Xe} + x{}_0^1\text{n}$.

1- Déterminer x et z .

2- Calculer en joule (J) l'énergie $|\Delta E_0|$ libérée par la fission de $m_0 = 1\text{g}$ de ${}^{235}\text{U}$.

3- Pour produire une quantité d'énergie électrique $W = 3,73 \cdot 10^{16} \text{ J}$, un réacteur nucléaire de rendement $r = 25\%$ consomme une masse m de l'uranium enrichi.

Exprimer m en fonction de W , $|\Delta E_0|$, m_0 , r et p . Calculer m .

4 - Dans ce réacteur nucléaire se trouve aussi une faible quantité du nucléide ${}^{234}\text{U}$ qui est radioactif α .

La mesure de l'activité radioactive, à l'instant $t = 0$, d'un échantillon de l'uranium ${}_{92}^{234}\text{U}$

a donné la valeur $a_0 = 5,4 \cdot 10^8 \text{ Bq}$.

Calculer la valeur de l'activité nucléaire de cet échantillon à l'instant $t = \frac{t_{1/2}}{4}$

Noyaux – Masse - Energie

I) Equivalence : Masse – Energie.

1) La relation Albert Einstein:

Il y a une équivalence entre la masse m d'un système, quand il est au repos, et son énergie E qui s'appelle *énergie de masse*. On écrit

$$E = m \times C^2$$

Diagram illustrating the equation $E = m \times C^2$ with callouts:

- Energie (J)** points to E .
- Masse (kg)** points to m .
- Célérité de la lumière égale 3.10^8 m.s^{-1}** points to C^2 .

2) Unités de masse et d'énergie:

2-1/ Unité de masse atomique :

En physique nucléaire, *l'unité convenable de la masse* s'appelle unité de masse atomique symbolisée par u , elle représente $\frac{1}{12}$ de la masse d'un atome du carbone $^{12}_6\text{C}$

$$1u = \frac{m(^{12}_6\text{C})}{12} = \frac{M(^{12}_6\text{C})}{12 \times N_A} = 1,66.10^{-27} \text{ kg}$$

$N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$: le nombre d'Avogadro ; $M(^{12}_6\text{C}) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$: masse molaire du carbone

$m(\text{P}) = 1,0073 \text{ u}$: Masse d'un proton et $m(\text{N}) = 1,0087 \text{ u}$: Masse d'un neutron

2-2/ Unité de l'énergie : Electronvolt

En physique nucléaire, *l'unité convenable de l'énergie* est électronvolt et ces multiples comme mégaelectronvolt MeV :

$$1\text{eV} \cong 1,6.10^{-19} \text{ J} \quad ; \quad 1\text{MeV} = 1,6.10^{-13} \text{ J}$$

2-3/ Energie équivalente à l'unité de masse atomique :

D'après la relation d'Albert Einstein et pour la masse égale à 1 u on a

$$E = m \times C^2 = 1,66054.10^{-27} \times (299792458)^2 = 1492,42.10^{-13} \text{ J}$$

$$E = \frac{1492,42.10^{-13}}{1,602177.10^{-13}} = 931,5 \text{ MeV d'où}$$

$$1u = 931,5 \text{ MeV}/C^2$$

Exercice d'application N°1:

Calculer l'énergie de masse relative à un proton en SI puis en Mev.

Données : $m_p = 1,6726.10^{-27} \text{ kg}$

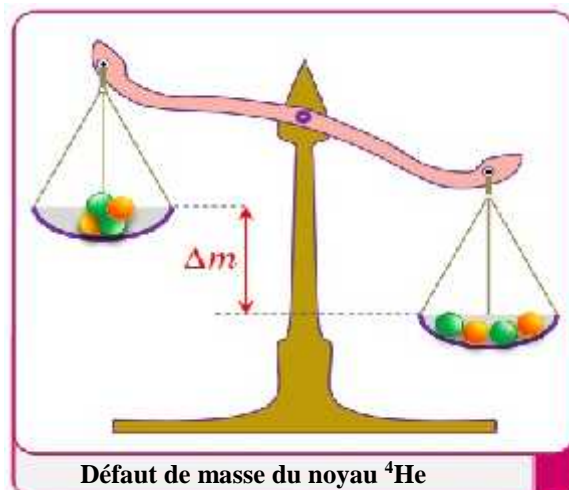
II) Energie de liaison d'un noyau :

1) Défaut de masse :

Le défaut de masse d'un noyau de symbole A_ZX est la différence entre la masse des nucléons isolés et au repos est la masse du noyau au repos, on le symbolise par :

$$\Delta m = Z \times m_p + (A - Z) \times m_n - m({}^A_ZX)$$

Le défaut de masse est toujours strictement positif.



Exercice d'application N°2:

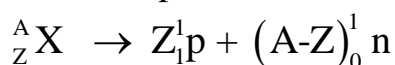
Calculer, en u et en kg, le défaut de masse du noyau du carbone ${}^7_3\text{Li}$

On donne : $m_p = 1,0073 \text{ u}$; $m_n = 1,0087 \text{ u}$; $m({}^7\text{Li}) = 7,0160 \text{ u}$ et $1 \text{ u} = 1,66.10^{-27} \text{ kg}$.

2) Energie de liaison:

2-1/ Définition :

L'énergie de liaison *d'un noyau* noté E_l est l'énergie qu'il faut apporter à un noyau au repos pour le dissocier en ses nucléons « protons et neutrons » isolés et au repos :

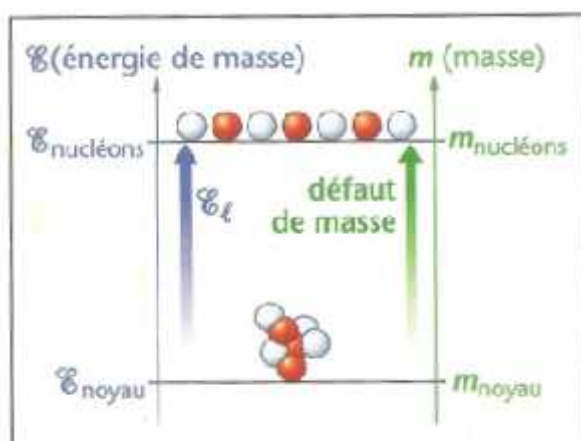
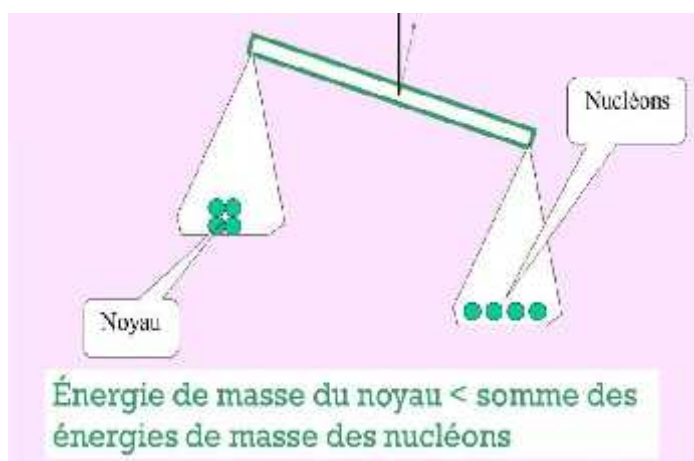


On l'exprime par la relation:

$$E_l = \Delta m \times C^2 = [Z \times m_p + (A - Z) \times m_n - m({}^A_ZX)] \times C^2$$

avec Δm est défaut de masse.

L'unité de l'énergie de liaison est MeV

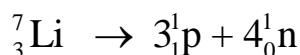


Exercice d'application N°3:

Calculer, en Mev, l'énergie de liaison du noyau de Lithium ${}^7_3\text{Li}$

On donne : $m_p = 1,0073 \text{ u}$; $m_n = 1,0087 \text{ u}$; $m({}^7\text{Li}) = 7,0160 \text{ u}$ et $1 \text{ u} = 1,66.10^{-27} \text{ kg}$.

Réponse :



On donne : $m_p = 1,0073 \text{ u}$; $m_n = 1,0087 \text{ u}$; $m({}^7\text{Li}) = 7,0160 \text{ u}$ et $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

$E_l = m \times C^2$ avec $m = 3 \times m_p + 4 \times m_n - m({}^7\text{Li}) = 0,0407 \text{ u}$ donc $E_l = 0,0407 \times C^2$ or

$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/C^2 \Rightarrow E_l = 0,0407 \times 931,5 \text{ MeV}/C^2 \times C^2 = 37,9 \text{ MeV}$

2-2/ Energie de liaison par nucléon :

L'énergie de liaison par nucléon est définie par la relation : $E = \frac{E_l}{A}$ son unité est **MeV/nucléon**.

Exercice d'application N°4:

Calculer, en MeV/nucléon, l'énergie de liaison par nucléon du noyau du Lithium ${}^7_3\text{Li}$.

2-3/ Comparaison de la stabilité des noyaux radioactifs:

A partir de l'énergie de liaison par nucléon, on peut comparer la stabilité de 2 noyaux radioactifs :

Plus l'énergie de liaison par nucléon est grande plus le noyau est stable.

$$\frac{E_l(X_1)}{A_1} > \frac{E_l(X_2)}{A_2} \Leftrightarrow \mathbf{X_1 \text{ est plus stable que } X_2}$$

Plus l'énergie de liaison par nucléon est grande plus la désintégration du noyau radioactif est difficile et donc plus le noyau est stable.

3) . Courbe d'Aston:

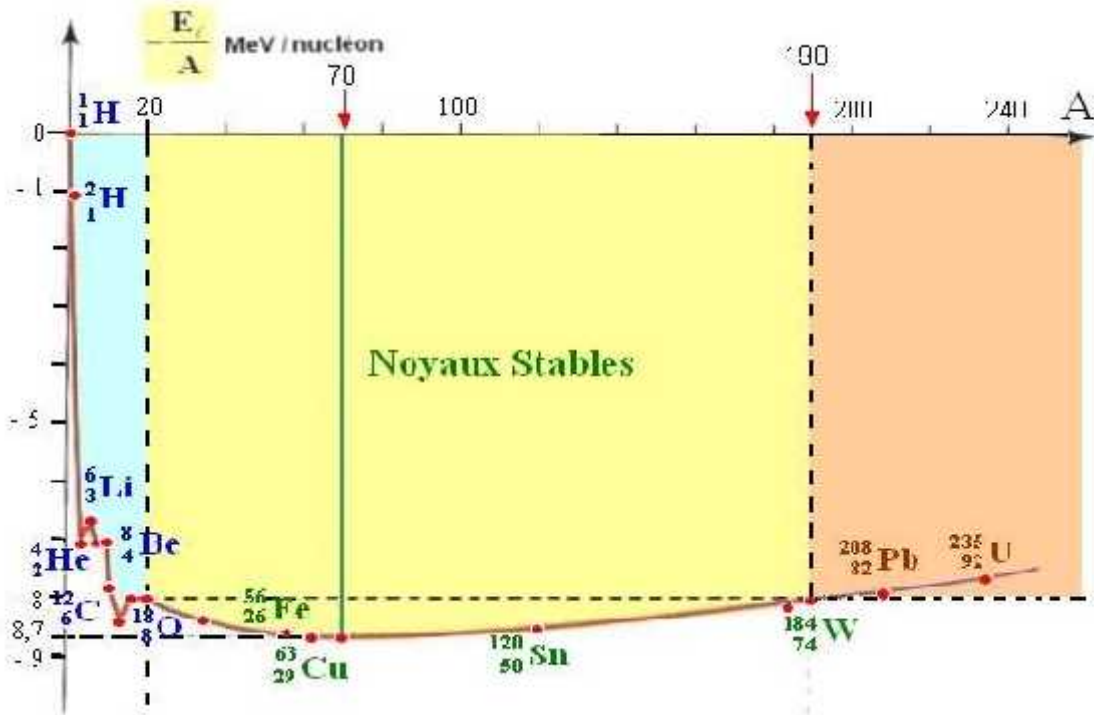
La courbe d'Aston représente l'opposé de l'énergie de liaison par nucléon $-\frac{E_l}{A}$ en fonction du nombre de nucléon A, il permet de comparer la stabilité des différents noyaux

Pour $20 < A < 190$ on constate sur la courbe des valeurs minimales de $-\frac{E_l}{A}$ sa valeur absolue $\approx 8 \text{ MeV / nucléon}$ cette partie contient les noyaux les plus stable.

Pour $A < 20$ et $A > 190$ l'énergie de liaison par nucléon de ces noyaux est faible, c'est pour cela ces noyaux sont instable. Ils peuvent se transformer aux noyaux plus stables selon deux types de réactions nucléaires :

- Pour les noyaux lourds ($A > 190$) instables, chaque noyau est scindé en deux noyaux plus légers, on appelle ce phénomène la **fission nucléaire**.

- Pour les noyaux légers ($A < 20$) ils se fusionnent entre eux pour former un noyau plus lourd, on appelle ce phénomène la **fusion nucléaire**.



III) Fission et fusion nucléaire :

La fission nucléaire et la fusion nucléaire sont des transformations nucléaires forcées ou provoquées c.à.d nécessitant un apport d'énergie de l'extérieur.

1) La Fission nucléaire :

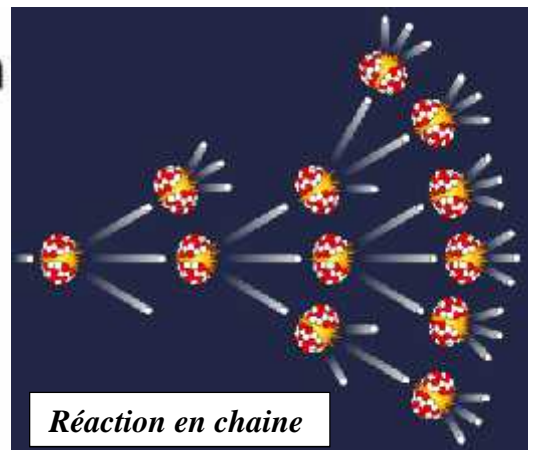
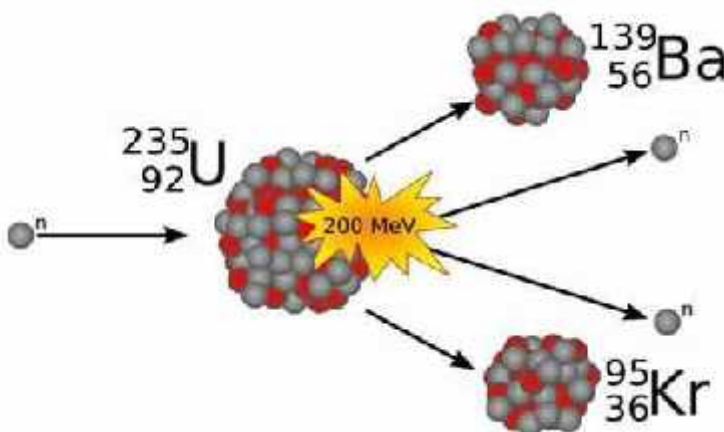
La fission est une réaction nucléaire dont laquelle un noyau **lourd** « $A > 190$ » est scindé, sous l'impact d'un neutron, en deux noyaux plus légers.

Exemple : l'envoi un neutron libres sur un noyau d'Uranium :



Remarque :

- Chacun des 2 neutrons libères va provoquer, à son tour, la fission d'un atome d'uranium et ainsi de suite : on parle de **réaction en chaîne**. « C'est ce qu'il faut maîtriser dans les centrales nucléaires »
- Ce type de réaction rare naturellement. Elle est provoquée dans les centrales nucléaires afin de produire de l'électricité.

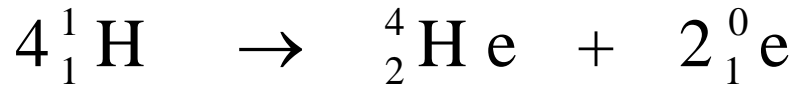


Réaction en chaîne

2) La Fusion nucléaire :

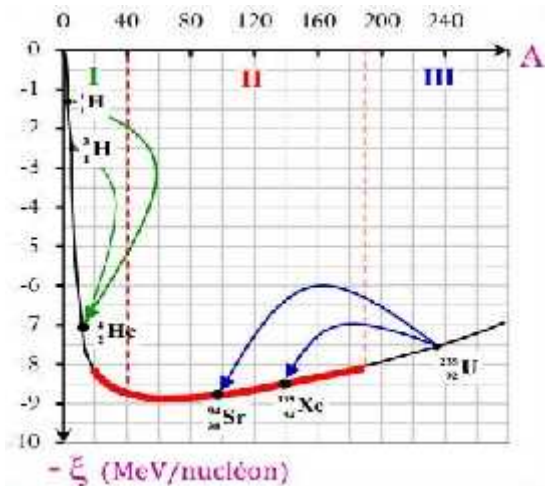
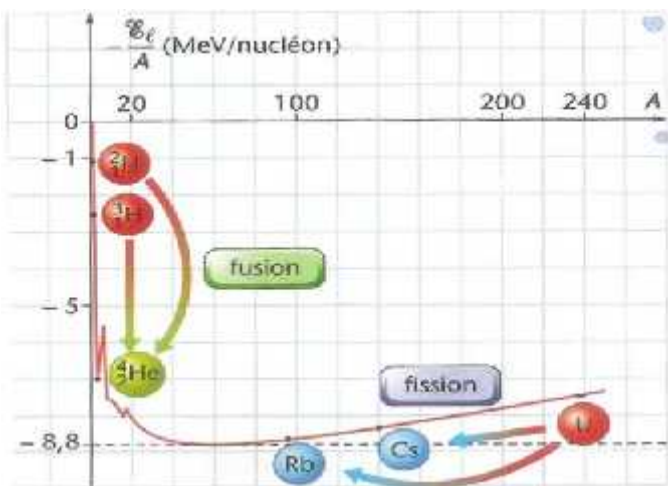
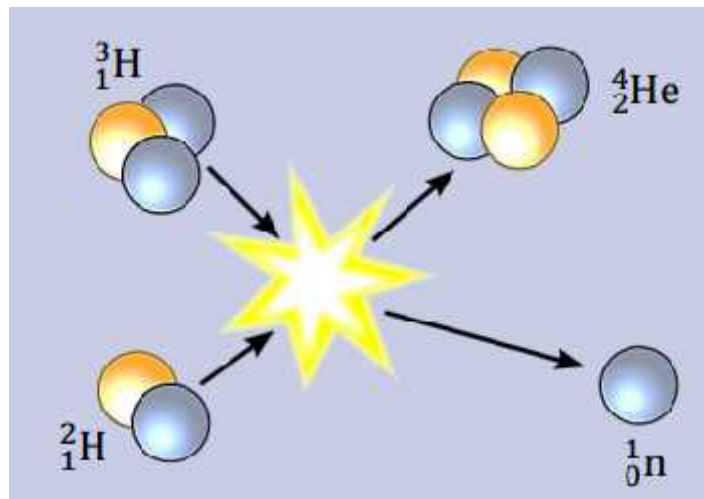
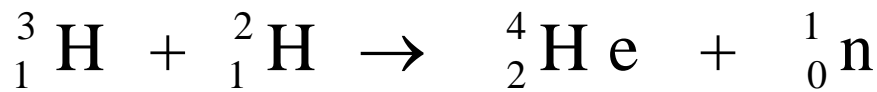
Deux noyaux légers « A < 20 » fusionnent pour donner naissance à un noyau plus lourd stable.

Exemple 1: Dans le soleil le noyau d'hydrogène fusionne pour former de l'hélium.



Ce type de réaction rarement produite c'est la bombe H .Elle a lieu naturellement dans le soleil et les étoiles. Les scientifiques travaillent pour la contrôler « projet ITER » car elle produit 4 fois plus d'énergie que la fission nucléaire

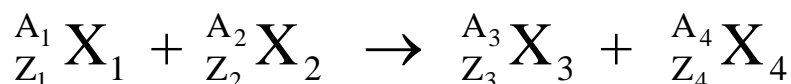
Exemple 2 :



IV) Le bilan massique et énergétique d'une réaction nucléaire :

1) Variation de masse et d'énergie :

On considère la réaction nucléaire suivante :



Avec X le symbole du noyau

➤ **Le bilan massique** Δm : $\Delta m = m_{\text{produits}} - m_{\text{réactifs}}$

$$\Delta m = (m(X_4) + m(X_3)) - (m(X_2) + m(X_1))$$

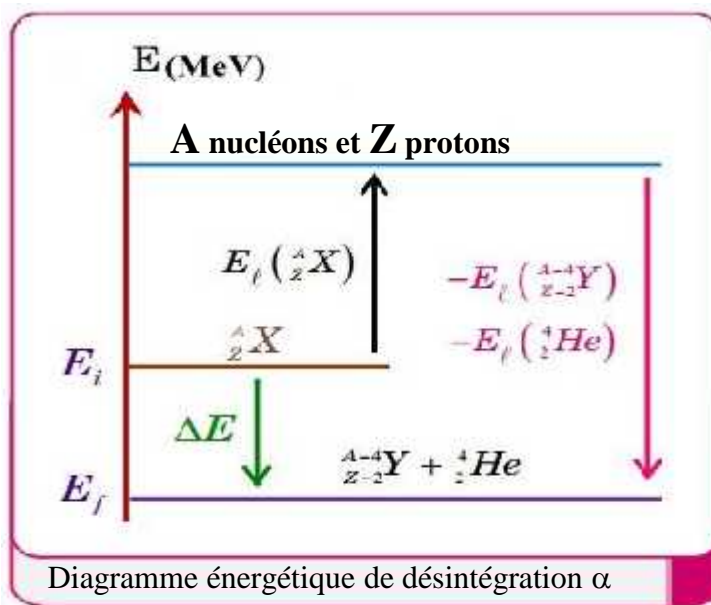
➤ **Le bilan énergétique ΔE :**

$$E = \Delta m \times C^2 = [(m(X_4) + m(X_3)) - (m(X_2) + m(X_1))] \times C^2$$

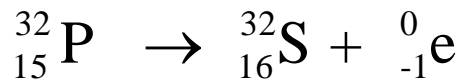
Remarque :

- ❑ Si $E < 0$ la réaction est exothermique.
- ❑ Si $E > 0$ la réaction est endothermique.
- ❑ L'énergie libérée par cette transformation : $E_{\text{libérée}} = |E|$.
- ❑ On peut calculer l'énergie de réaction à partir des énergies de liaisons grâce à la formule suivante :

$$E = [E_1(X_1) + E_1(X_2)] - [E_1(X_3) + E_1(X_4)]$$



Exemple :



Calculer l'énergie libérée par cette transformation.

On donne :

$$m(\text{S}) = 5,30763 \cdot 10^{-26} \text{ kg} ; m(\text{P}) = 5,30803 \cdot 10^{-26} \text{ kg} ; m(\text{e}) = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} .$$

Réponse :

$$E_{\text{libérée}} = |E| \text{ avec } E = \Delta m \times C^2 \text{ calculons } \Delta m \text{ la variation de masse :}$$

$$\Delta m = m(\text{S}) + m(\text{e}) - m(\text{P})$$

A.N :

$$\Delta m = 5,30763 \cdot 10^{-26} + 9,1 \cdot 10^{-31} - 5,30803 \cdot 10^{-26} = -3,09 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

$$\text{et } E = \Delta m \times C^2 = -3,09 \cdot 10^{-30} \times (3 \cdot 10^8)^2 = -2,781 \cdot 10^{-13} \text{ J} = -1,73 \text{ Mev}$$

$$E_{\text{libérée}} = |E| = 1,73 \text{ Mev}$$

Niveaux: SM PC SVT

Matière: Physique

PROF: Zakaryae Chriki

Résumé N:6

Dipôle RC

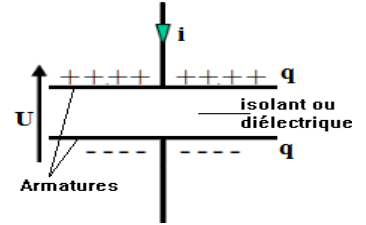


Dipôle RC : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

1. Condensateur :

Description.

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.



Relation charge-tension.

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

q = C.U	Avec :	C : capacité du condensateur (F)
		q : charge du condensateur (C)
		U : tension (V)

Capacité d'un condensateur :

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad 1mF=10 ⁻³ F	Microfarad 1µF=10 ⁻⁶ F	Nanofarad 1nF=10 ⁻⁹ F	Picofarad 1pF=10 ⁻¹² F
--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------

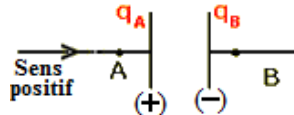
Expression de l'intensité.

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu $I = \frac{Q}{\Delta t}$	Courant variable $i = \frac{dq}{dt}$ avec $q=C.U_c$ d'où $i = C. \frac{dU_c}{dt}$
---	---

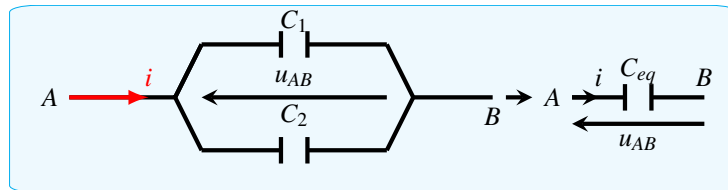
2. Sens conventionnel du courant :



Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

3. Association des condensateurs :

Association en parallèle



$$C = C_1 + C_2$$

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en parallèle de deux condensateurs est égale à la somme de leurs capacités C₁ et C₂.

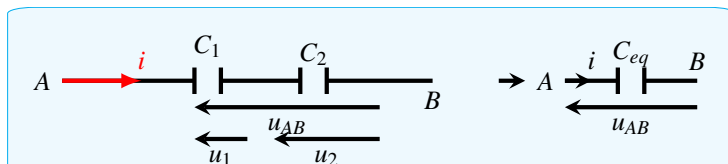
NB :

La capacité équivalente C de plusieurs condensateurs de capacités C₁, C₂, C₃ ... C_n montés en parallèle, de capacité est la somme des capacités de chaque condensateur : $C = \sum C_i$

Intérêt de l'association :

$C = C_1 + C_2$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente supérieure à la plus grande d'entre elles. $C > C_1$ et $C > C_2$

Association en série :



La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série de deux condensateurs de capacités C₁ et C₂ est telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{et} \quad C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

NB :

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série des condensateurs de capacités C₁, C₂, C₃ ... C_n, montés en série, vérifie la relation : $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$

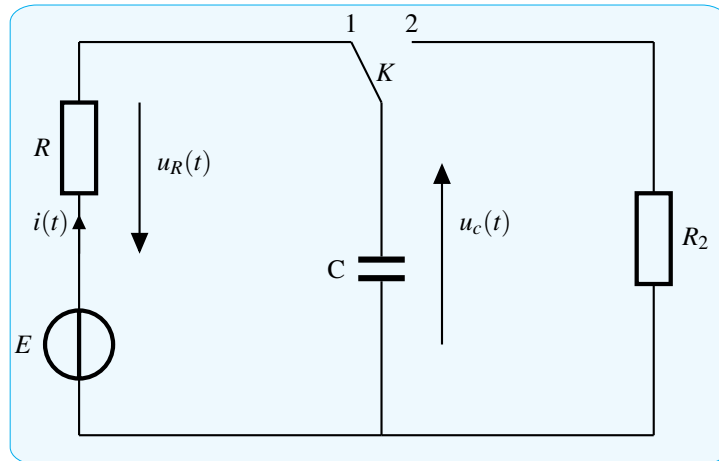
Interet de l'association :

$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$: L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente inférieure à la plus petite d'entre elles. $C < C_1$ et $C < C_2$

4. Charge d'un condensateur :

Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (1)



Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = E$ et les transitions $U_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$
 On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée

Variable la tension du condensateur U_c : $U_c + R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} = E$

Variable la charge q : $\frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = E$ Ou $q + R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} = E \cdot C$

Equation horaire :

On considère U_c(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

- Pour déterminer les constantes **A, B et τ**, on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dU_c(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_c + R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} = E : \text{équation différentielle vérifiée par } U_c$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R \cdot C \cdot \left(-\frac{A}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \quad \text{et} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R \cdot C \cdot A \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}\right) + B = E$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = E** et $(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}) = 0$ d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension U_c(0)=0, on remplace dans l'équation horaire et on obtient : $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$0 = A \cdot e^0 + B = A + B, \quad A + B = 0 \quad \text{et} \quad A = -B = -E$$

Conclusion : A=-E, B=E et τ = R.C alors $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

NB :

Souvent la solution est U_c(t) = A · (1 - e^{-t/τ}) dont la dérivée première est $\frac{dU_c(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = A \cdot \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

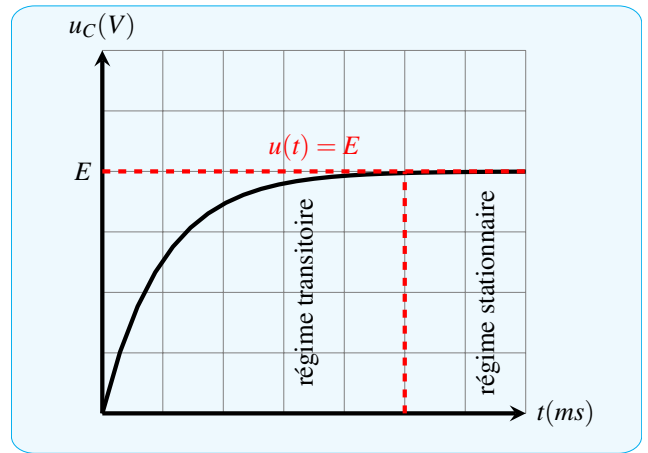
La représentation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $u_C(0) = 0$ et quand $t \rightarrow \infty$ on a $u_C = E$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = E$

La courbe présente deux régime :

Un régime transitoire : la tension $u_C(t)$ varie au cours du temps .

Un régime stationnaire ou régime permanent où $u_C(t)$ reste constante et égale à E



Dètermination de la constante du temps τ :

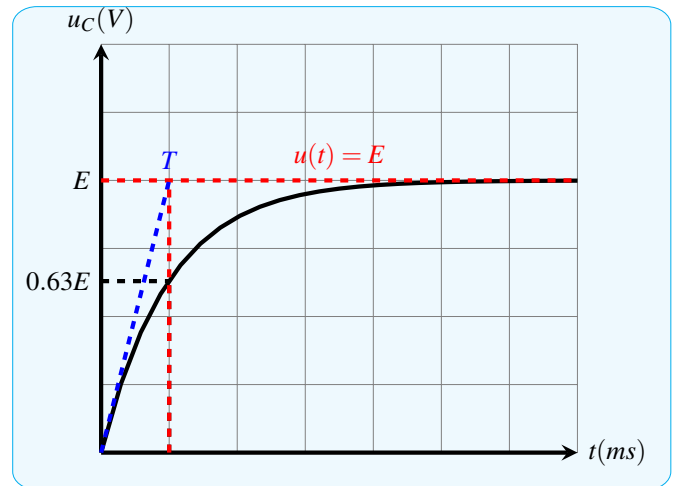
Première méthode :

On utilise la solution de l'équation différentielle :

$$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

τ est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $0,63E$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant $t=0$.



Unité de la constante du temps τ :

D'après l'équation des dimensions , on a $[\tau] = [R].[C]$

$$\text{d'autre part } [R] = \frac{[U]}{[I]} \text{ et } [C] = \frac{[I]}{[U]}.[t] \text{ donc } [\tau] = [t]$$

La grandeur τ a une dimension temporelle , son unité dans SI est le seconde (s) .

Expression de l'intensité du courant de charge $i(t)$:

On sait que l'intensité du courant de charge : $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$ tel que

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R_1 C} e^{-t/\tau}$$

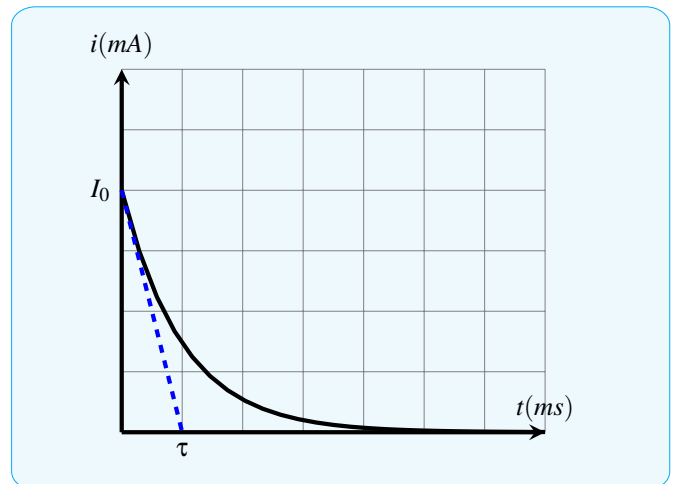
donc :

$$i(t) = \frac{CE}{R_1 C} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau}$$

tel que E/R_1 représente l'intensité de courant à l'instant $t = 0$ c'est à dire à $t = 0$ on a $u_C = 0$ donc $E = R_1 \cdot J_0$ i.e $J_0 = \frac{E}{R_1}$

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$



5. Décharge d'un condensateur :

Montage de la charge :

Interrupteur K sur la position (2)

Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_C = 0$ et les transitions

$$U_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable U_C :

$$U_C + R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$$

Variable q :

$$\frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \text{ Ou } q + R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

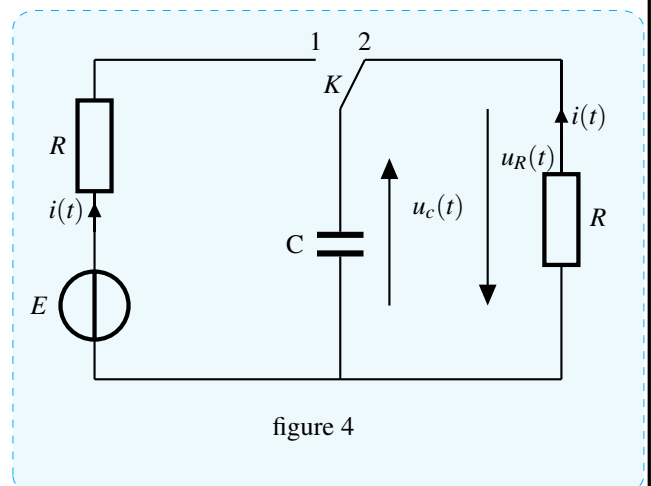


figure 4

Equation horaire :

On considère $U_c(t)$ comme variable et la solution de l'équation différentielle $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

- Pour déterminer les constantes **A, B et τ** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dU_c(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad U_c + R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} = 0 : \text{équation différentielle vérifiée par } U_c$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R \cdot C \cdot \left(-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0 \quad \text{et} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R \cdot C \cdot A \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \quad \text{donc} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}\right) + B = 0$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **$B=0$** et **$(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}) = 0$** d'où **$\tau = R \cdot C$**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à $t=0$ la tension $U_c(0) = E$, on remplace dans l'équation horaire et on obtient : $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$E = A \cdot e^0 + B = A + B, \quad E = A + B \quad \text{et} \quad A = E \quad \text{vu que} \quad B=0$$

Conclusion : $A=E$, $B=0$ et $\tau = R \cdot C$ alors $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

La représentation de $u_C = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t=0$ on a $u_C(0) = E$ et quand $t \rightarrow \infty$ on a $u_C = 0$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $u_C(\infty) = 0$

Dèrmanition de la constante du temps τ :

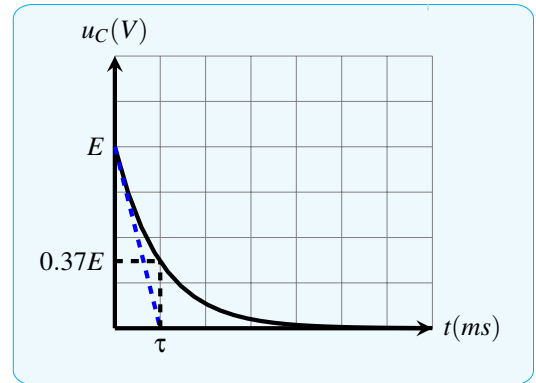
Première méthode :

On utilise la solution de l'équation $u_C(V)$

différentielle :

$$u_C(t = \tau) = E e^{-1} = 0,37E$$

Deuxième méthode : utilisation de la tangente à la courbe à l'instant $t=0$. On a :



Expression de l'intensité du courant de charge $i(t)$:

On a $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$

d'après la loi d'additivité des tensions : $u_R = -u_C(t)$ i.e. : $u_R(t) = -E e^{-t/\tau}$ et puisque $u_R = R i(t)$ c'est à dire $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$

5. Energie électrique stockée dans un condensateur.

L'énergie électrique stockée par un condensateur est :

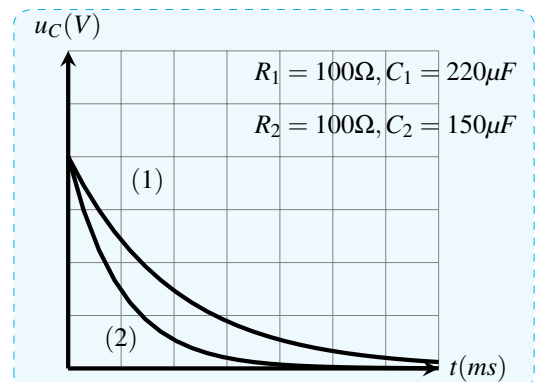
$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

E_e s'exprime en joule (J) avec C en farad (F), u_C en volt (V) et q en coulomb (C).

6. L'influence de τ sur la durée de la décharge

f. l'influence de τ sur la durée de la décharge

On suppose que $\tau_1 > \tau_2$, on obtient la représentation graphique suivante : Quelle est l'influence de τ sur la décharge du condensateur dans le dipôle RC



NB :

- $\tau = R \cdot C$: Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à $t=0$) :

$$\text{Charge d'un condensateur : } U_c(0) = 0, \quad q(0) = 0, \quad I(0) = I_0 = \frac{E}{R}$$

$$\text{Décharge d'un condensateur : } U_c(0) = E, \quad q(0) = C \cdot E, \quad I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}$$

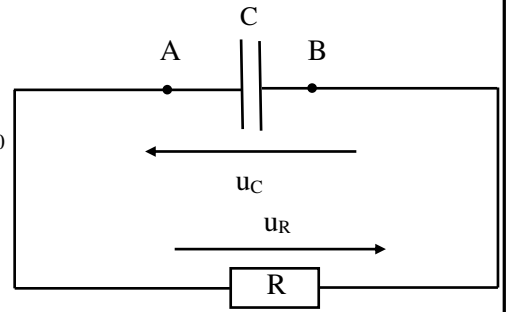
EXERCICE 1

On envisage le circuit suivant constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C .

À l'instant $t = 0$, le condensateur est chargé sous la tension $U_0 = 10 \text{ V}$.

On notera :

- u_C la tension aux bornes du condensateur à l'instant t , et l'on a $u_C(0) = U_0$
- u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique à l'instant t ,
- i l'intensité du courant à l'instant t . Cette intensité a été comptée positivement au cours de la charge du condensateur,
- q_A la charge de l'armature A du condensateur à l'instant t .



1. ÉTABLISSEMENT DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE LORS DE LA DÉCHARGE

1.1 Quelle relation lie u_R et u_C ?

1.2 Rappeler la relation qui lie la charge q_A de l'armature A à la tension u_C .

1.3 Quel est le signe de i ? Établir la relation liant l'intensité i du courant à la tension u_C .

1.4 Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de u_C peut s'écrire :

$\alpha u_C + \frac{du_C}{dt} = 0$ où α est une constante non nulle. Donner alors l'expression de α en fonction de R et C .

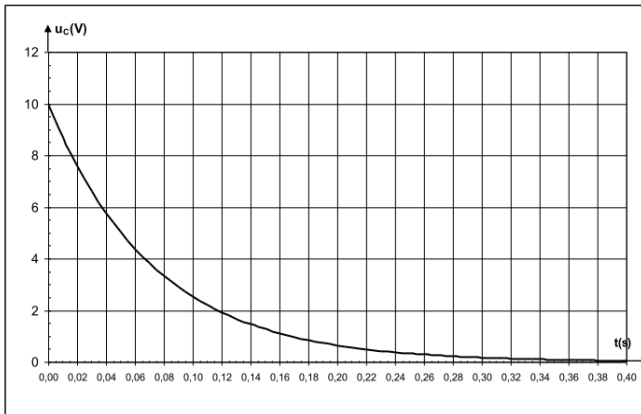
2. SOLUTION DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

Une solution de l'équation différentielle peut s'écrire $u_C = Ae^{-\beta t}$ où A et β sont deux constantes positives non nulles.

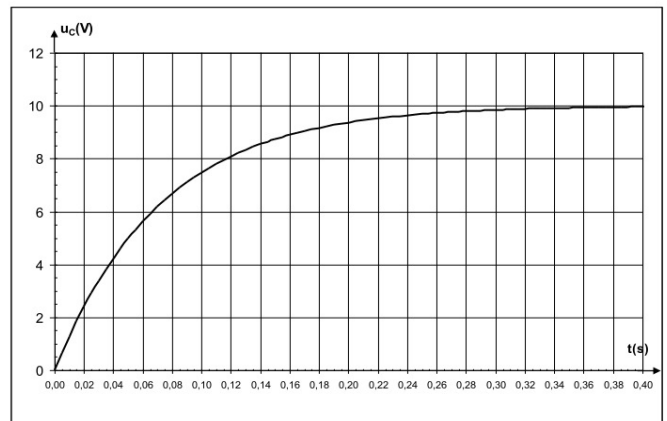
2.1 En utilisant l'équation différentielle, montrer que $\beta = \frac{1}{RC}$.

2.2 Déterminer la valeur de A .

2.3 Indiquer parmi les courbes 1 et 2 données ci-après, celle qui peut représenter u_C . Justifier la réponse.



Courbe 1



Courbe 2

3. INTENSITÉ DU COURANT

3.1 En utilisant les résultats précédents, montrer que $i = -\frac{U_0}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}$.

3.2 Déterminer la valeur I_0 de i à $t = 0$.

3.3 Calculer la valeur de i pour $t = 0,50 \text{ s}$.

3.4 Déterminer la valeur de u_C à la même date.

3.5 Le condensateur est-il déchargé ? Justifier la réponse.

4. ÉNERGIE EMMAGASINÉE DANS LE CONDENSATEUR

4.1 Rappeler l'expression de l'énergie emmagasinée dans le condensateur du montage étudié en fonction de sa capacité et de la tension u_C à ses bornes, puis en fonction de sa capacité et de la charge q_A de son armature A.

4.2 On remplace ce condensateur par un autre condensateur de capacité C' supérieure à C . Ce condensateur est chargé sous la même tension U_0 . L'énergie emmagasinée dans ce condensateur est-elle supérieure à la précédente ?

EXERCICE 2

L'objet de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée t_0 réglable.

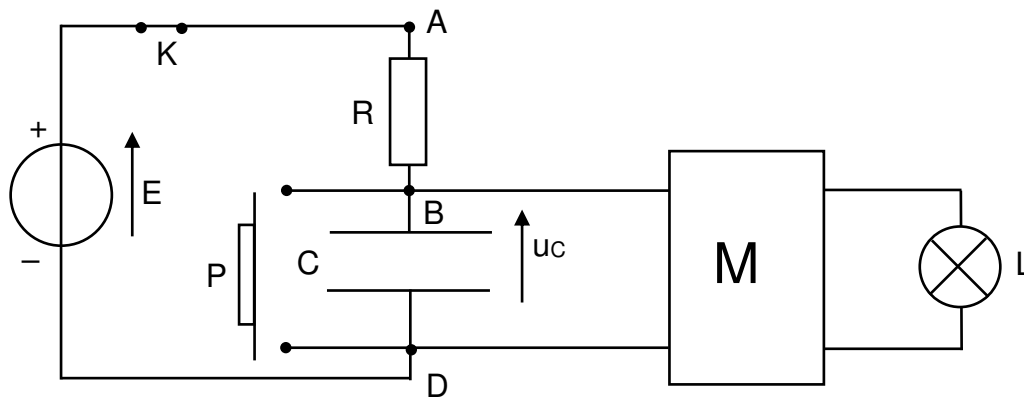
Le montage du circuit électrique est constitué :

- d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice $E = 25\text{V}$.
- d'un interrupteur K .
- d'un conducteur ohmique de résistance R .
- d'un condensateur de capacité C .
- d'un bouton poussoir P qui joue le rôle d'un interrupteur: il est fermé seulement quand on appuie dessus.

d'un composant électronique M qui permet l'allumage de la lampe L tant que la tension aux bornes du condensateur est inférieure à une tension limite, caractéristique du composant, notée U_ℓ (dans tout l'exercice on fixera U_ℓ à une valeur constante égale à 20V).

Le composant électronique M possède une alimentation électrique propre (non représentée sur le schéma) qui lui fournit l'énergie nécessaire à l'allumage de la lampe.

De ce fait, on admettra que le composant électronique M ne perturbe pas le fonctionnement du circuit RC, **c'est-à-dire que la tension aux bornes du condensateur est identique que M soit présent ou non dans le circuit.**



I - Étude du circuit RC

À l'instant initial ($t = 0\text{ s}$), le condensateur est déchargé. On ferme l'interrupteur K , le bouton poussoir P est relâché (voir schéma ci-dessus).

1. On souhaite visualiser les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps à l'aide d'un oscilloscope à mémoire. Indiquer les branchements à réaliser
2. Montrer que l'équation différentielle donnant les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps est de la forme :
$$u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = E$$
3. a) En vérifiant que la fonction du temps $u_C(t) = A(1 - e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle précédente montrer que $A = E$ et que $\tau = RC$.
- b) Quelle est la valeur de u_C en régime permanent ?
- c) Quel est le nom donné à la constante τ ? À l'aide d'une analyse dimensionnelle, donner l'unité de la constante τ .
4. La représentation graphique de la fonction $u_C(t)$ est donnée dans la figure 2

Faire apparaître sur ce graphe sans aucune justification :

- la tension E ,
- la constante τ ,
- les régimes permanent et transitoire.

5. Calculer la valeur de la constante τ pour $R = 200\text{k}\Omega$ et $C = 200\mu\text{F}$.

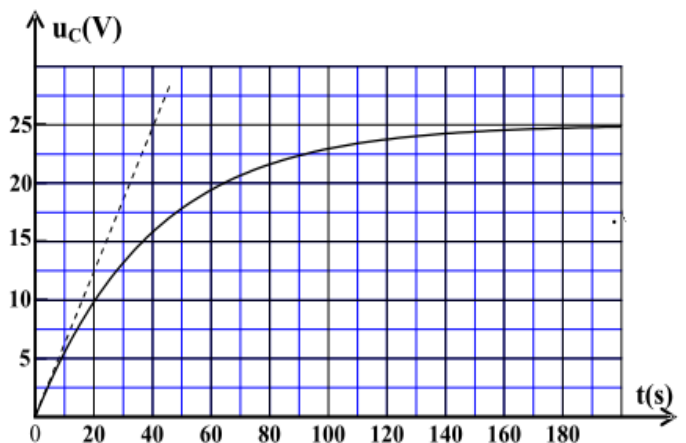


Figure 2

6. a) Donner l'expression littérale de la date t_0 à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite U_ℓ en fonction de U_ℓ , E et τ . (t_0 est la durée d'allumage de la lampe).
- b) Calculer la valeur de t_0
7. Quel(s) paramètre(s) du montage peut-on modifier sans changer le générateur afin d'augmenter la durée d'allumage de la lampe ?
En fixant $C = 200 \mu\text{F}$ quelle valeur doit-on donner à la résistance R pour obtenir une constante de temps d'une minute ?
8. On appuie sur le bouton poussoir. Que vaut la tension aux bornes du condensateur ?
La comparer à U_ℓ . Que se passe-t-il pour la lampe dans les cas suivants :
a) la lampe est déjà allumée ? b) la lampe est éteinte ?

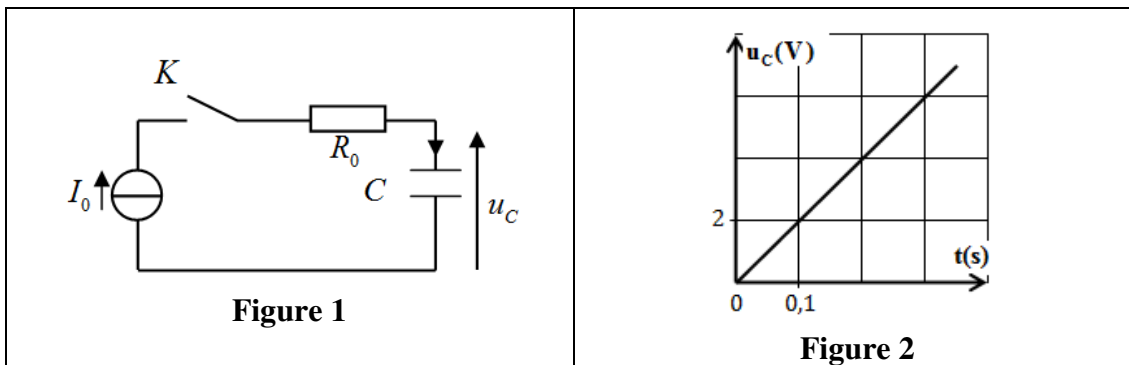
EXERCICE 3

1. Etude de la charge d'un condensateur par un générateur idéal du courant

Pour étudier la charge du condensateur, le professeur réalise le montage de la figure (1) constitué des éléments suivants:

- un générateur idéal de courant qui alimente le circuit par un courant électrique d'intensité constante $I_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ A}$;
- un conducteur ohmique de résistance R_0 ; - un condensateur de capacité C ; - un interrupteur K .

À $t_0 = 0$, le professeur ferme l'interrupteur K et suit à l'aide d'un dispositif convenable, les variations de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur. La figure (2) représente la courbe obtenue.



1.1. En exploitant la courbe, déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$.

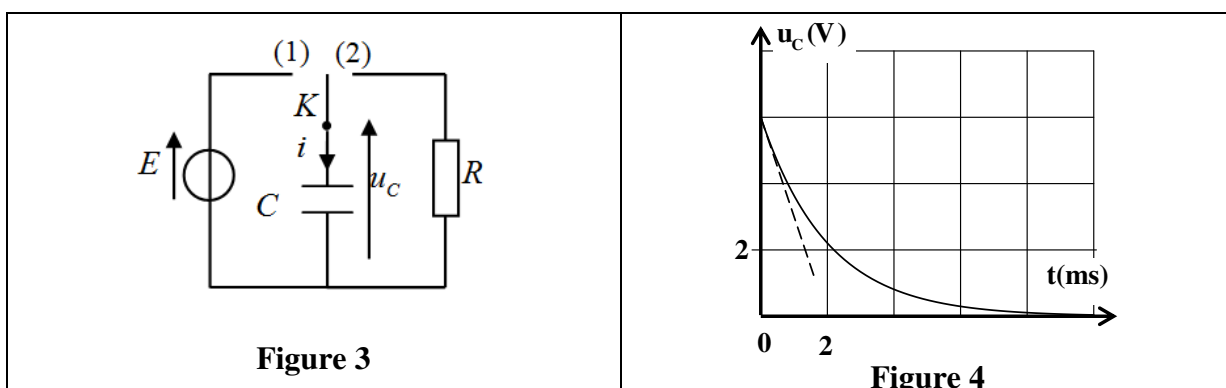
1.2. Montrer que $C = 1 \mu\text{F}$.

2. Etude de la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension descendant

Pour s'assurer de la valeur de la capacité C trouvée précédemment, le professeur réalise le montage de la figure (3) constitué des éléments suivants :

- un générateur idéal de tension de force électromotrice E ; - un conducteur ohmique de résistance $R = 2 \cdot 10^3 \Omega$;
- le condensateur précédent de capacité C ; - un interrupteur K à double position.

Le professeur charge totalement le condensateur en plaçant l'interrupteur en position (1), et puis il le bascule en position (2) à l'instant $t_0 = 0$. Il suit à l'aide d'un dispositif convenable les variations de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur. La figure (4) représente la courbe obtenue.



2.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ au cours de la décharge du condensateur.

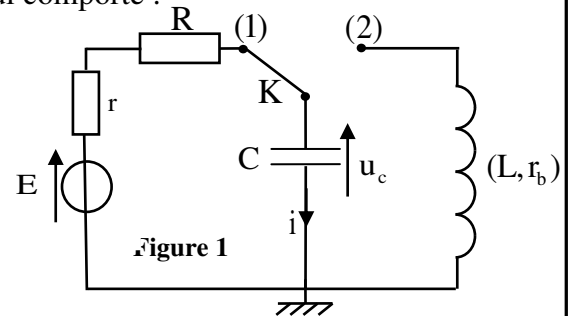
2.2. La solution de cette équation différentielle est de la forme $u_C(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$. Déterminer les expressions de A et τ en fonction des paramètres du circuit.

2.3. Déterminer graphiquement la valeur de τ . Vérifier la valeur de C trouvée dans la question 1.2.

EXERCICE 4

Pour cela, on réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1 qui comporte :

- un générateur de tension de f.e.m. E ;
- deux conducteurs ohmiques de résistance $r = 20\Omega$ et R ;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance r_b ;
- un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- un interrupteur K à double position.



1- Etude du dipôle RC lors de la charge du condensateur

A un instant de date $t = 0$, on place l'interrupteur K en position (1). Un système d'acquisition informatisé permet de tracer la courbe d'évolution de la tension $u_C(t)$. La droite (T) représente la tangente à la courbe à la date $t=0$. (figure 2)

1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.

1.2. Trouver les expressions de A et de τ , pour que

$u_C(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit solution de cette équation différentielle.

1.3. L'intensité du courant électrique s'écrit sous forme $i(t) = I_0 . e^{-\frac{t}{\tau}}$.

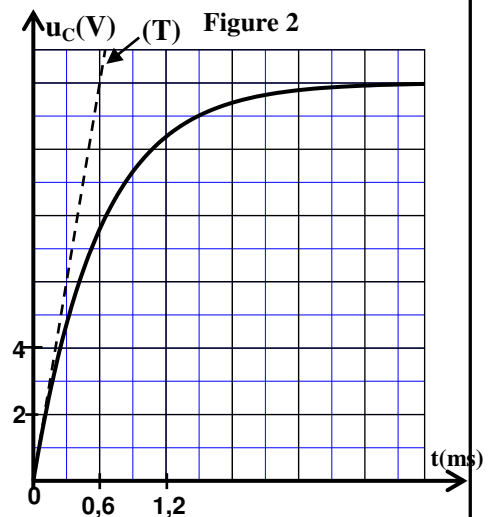
Trouver l'expression de I_0 en fonction de E, r et R.

1.4. En exploitant la courbe de la figure 2 :

1.4.1. Trouver la valeur de la résistance R sachant que $I_0 = 0,20$ A.

1.4.2. Déterminer la valeur de τ .

1.4.3. Vérifier que la capacité du condensateur est $C = 10\mu\text{F}$.



EXERCICE 5

On réalise le montage électrique représenté dans la figure 1 qui est constitué d'un générateur idéal de tension continue de force électromotrice $E = 12\text{V}$, d'un condensateur de capacité C non chargé, conducteur ohmique (D_1) de résistance R_1 et d'un interrupteur K.

1- Réponse du dipôle RC à un échelon de tension ascendant

A la date $t=0$, on met l'interrupteur à la position 1, un courant électrique passe alors dans le circuit, son intensité i varie au cours du temps comme le montre la figure 2.

1.1- Montrer que l'équation différentielle que vérifie

l'intensité du courant i s'écrit sous la forme :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot i = 0.$$

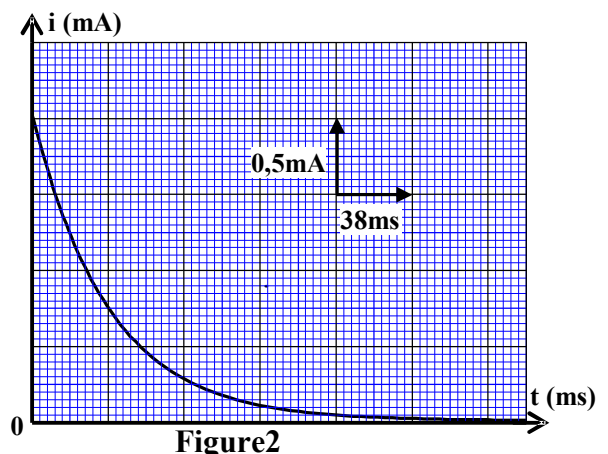
1.2- la solution de cette équation différentielle

s'écrit sous la forme $i(t) = A \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Déterminer l'expression de chacune des deux constantes A et λ en fonction des paramètres du circuit.

1.3- Déterminer la valeur de la résistance R_1 .

Vérifier que $C = 6,3\mu\text{F}$.



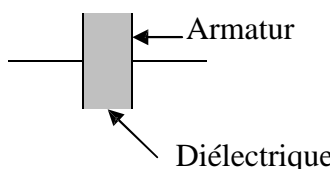
LE DIPOLE ELECTRIQUE RC

I) Le condensateur électrique :

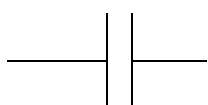
Qu'est un condensateur et quel est le rôle du condensateur dans un circuit électrique ?

1) Définition et symbole d'un condensateur :

Un condensateur est constitué de deux conducteurs métalliques (*les armatures*) en influence mutuelle, séparés par un isolant (le diélectrique : *isolant électrique*).



Son symbole

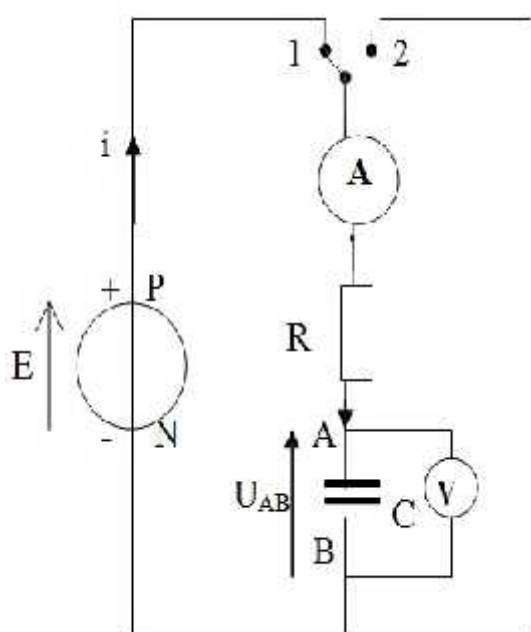


2) Charge du condensateur $q(t)$ et intensité du courant $i(t)$:

animation N°1

a -Expérience :

b- Observations :



Lorsqu'on ferme l'interrupteur en position 1 :

- ✓ L'ampèremètre indique qu'un courant circule pendant quelques instants.
- ✓ Simultanément, la tension U_{AB} , aux bornes du condensateur, augmente progressivement.
- ✓ L'intensité finit par s'annuler tandis que U_{AB} , tend à se stabiliser à une valeur égale à la tension du générateur : $I = 0$ et $U_{AB} = U_C = E$

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2,

- ✓ L'ampèremètre indique qu'un courant circule pendant quelques instants dans le sens contraire.
- ✓ Simultanément, la tension U_{AB} , aux bornes du condensateur, diminue progressivement.
- ✓ La tension U_{AB} et l'intensité du courant électrique tendent à se stabiliser vers une valeur nulle.

c) Interprétation :

- ✓ Lorsqu'on ferme l'interrupteur en position 1, les électrons débités par le générateur vont se déplacer vers l'armature B. Ces électrons ne peuvent traverser l'isolant séparant les armatures du condensateur, ils s'accumulent donc sur l'armature B qui se charge négativement par une charge q_B . Simultanément, des électrons de l'armature A quittent cette armature : On dit que le condensateur se charge.

- ✓ Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, les électrons accumulés sur l'armature B se déplacent vers l'armature A pour y neutraliser les charges positives q_A . Les charges du condensateur diminuent jusqu'à s'annuler : On dit que le condensateur se décharge.
- ✓ Les charges q_A et q_B varient en sens contraire. Lorsque des électrons partent de l'armature A, *la même quantité* d'électrons arrive sur l'armature B " Les charges s'expriment en Coulomb (C)":

$$q_A = - q_B = q \text{ et } |q_A| = |q_B|$$

3) Relation entre charge $q(t)$ et intensité du courant $i(t)$:

La charge du condensateur augmente "change" au cours du temps. C'est une fonction du temps : $q(t)$.

Sa dérivée par rapport au temps est un débit de charge électrique, c'est-à-dire l'intensité du courant :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Cette relation est valable aussi bien lors de la charge que lors de la décharge.

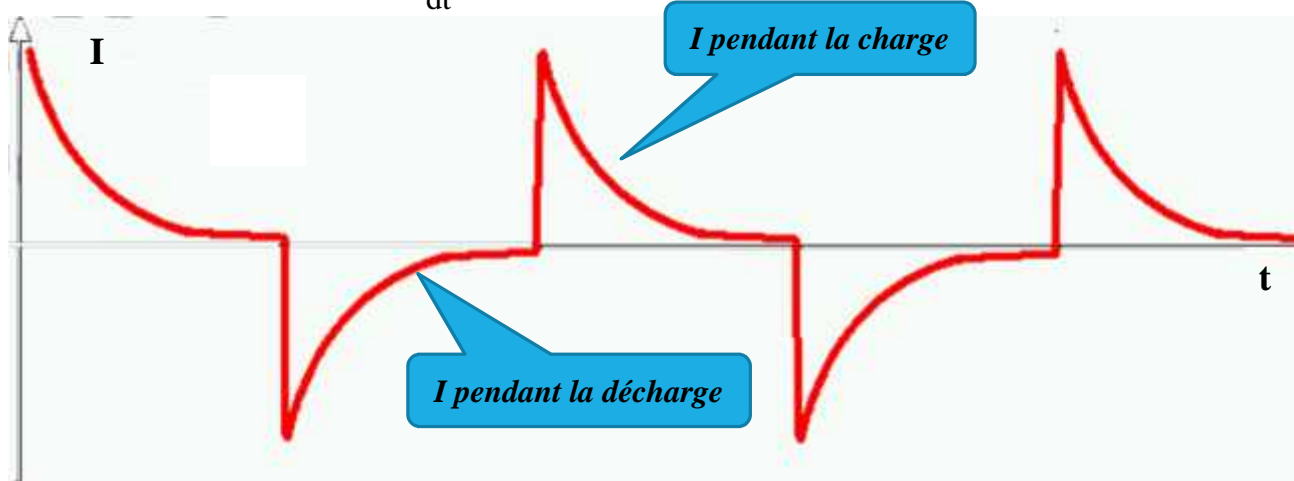
Remarque :

- Lorsque l'intensité du courant électrique est constante la relation ci-dessous devient « cours TC »:

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

- Lors de la charge, i circule dans le sens positif, i est positif et la charge augmente donc $\frac{dq}{dt}$ est positif.
- Lors de la décharge, i circule dans le sens contraire au sens positif, i est négatif et la charge diminue donc $\frac{dq}{dt}$ est négative.

Voir Animation



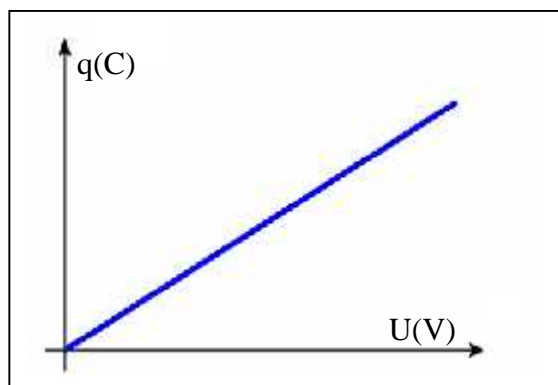
4) Capacité du condensateur.

La charge q d'un condensateur est proportionnelle à la tension U entre ses armatures : $q = k \times U$

Ce coefficient de proportionnalité k , toujours positif, est appelé capacité du condensateur et s'exprime en farad dans le SI et on le note C .

$$q(t) = C \times U(t)$$

q s'exprime en Coulomb (C), U en volt et C s'exprime en farad (F).



On utilise couramment les sous multiples :

Millifarad	$1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$	Nanofarad	$1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
Microfarad	$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$	Picofarad	$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$

Selon le type d'utilisation, la valeur de la capacité C varie considérablement.

Utilisation	Capacité C (F)
Mémoire d'ordinateur	0,1 à 1
Allumage de voiture	10^{-4}
Flash électronique	10^{-5}

Remarque :

La capacité C d'un condensateur dépend de : Surface des armatures – son épaisseur – nature de l'isolant – Distance entre les armatures – Matière de l'armature.

5) Relation entre i , C et U :

$$q = C \times U$$

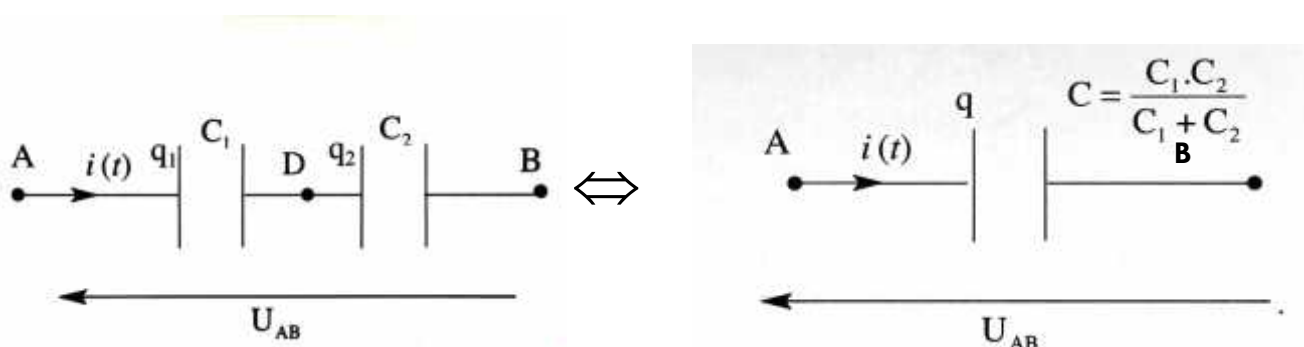
$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = \frac{d(C \times U)}{dt} = C \times \frac{d(U)}{dt} \quad \text{par conséquent}$$

$$i(t) = C \times \frac{dU(t)}{dt}$$

II) L'Association des condensateurs :

▪ Association en série :



$$U_{AB} = U_1 + U_2 \text{ et } q = q_1 = q_2$$

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

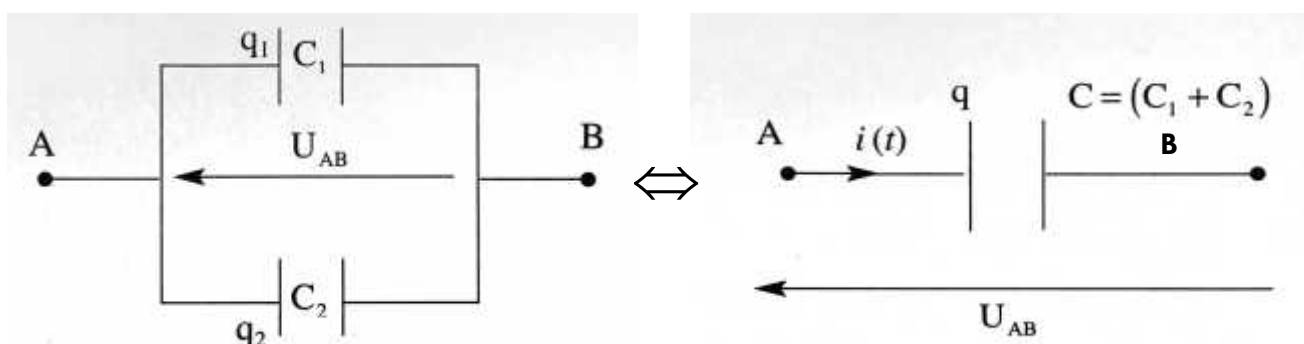
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$$

Généralité :

On considère n condensateurs, branchés en série, de capacités $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$; la capacité équivalente C_{eq} à ce branchement est donné par la relation suivante:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_1^n \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

▪ Association en dérivation "en parallèle":



$$q = q_1 + q_2$$

$$C_{eq} \times U = C_1 \times U + C_2 \times U = (C_1 + C_2) \times U \Rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

Généralité :

On considère n condensateurs, branchés en dérivation, de capacités $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$; la capacité équivalente C_{eq} à ce branchement est donné par la relation suivante:

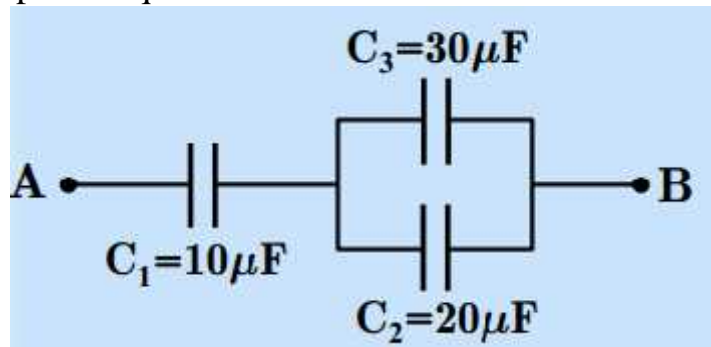
$$C_{eq} = \sum_1^n C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

L'objectif de l'association en dérivation :

Avec ce type de montage on augmente la capacité et on obtient une grande charge avec une petite tension.

Exercice d'application N°1 :

Calculer U_{AB} la capacité équivalente entre les bornes A et B du montage suivant :



III) Energie stockée par un condensateur:

Cette expérience montre que : Au cours de la charge, le condensateur stocke une énergie pour la restituer ensuite. Cette énergie s'exprime :

$$E_c = \frac{1}{2} \times C \times U_c^2 = \frac{1}{2} \times \frac{q^2}{C}$$

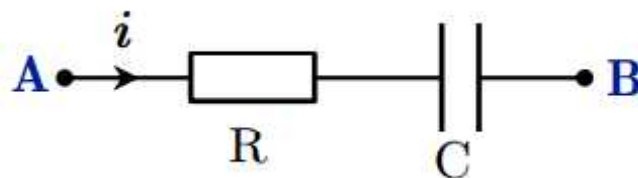
E : énergie emmagasinée en joule (J), C capacité du condensateur en farad (F), U : tension aux bornes du condensateur en volt (V), q charge accumulée par le condensateur en coulomb (C).

IV) Dipôle électrique RC :

animation N°2

1) Définition :

Un dipôle RC c'est l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C .

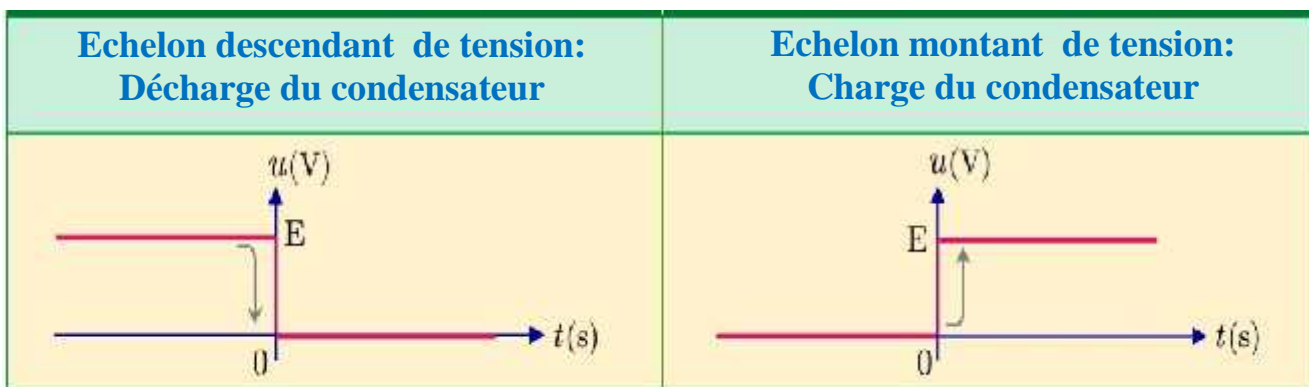


2) Echelon montant de tension et Echelon descendant de tension :

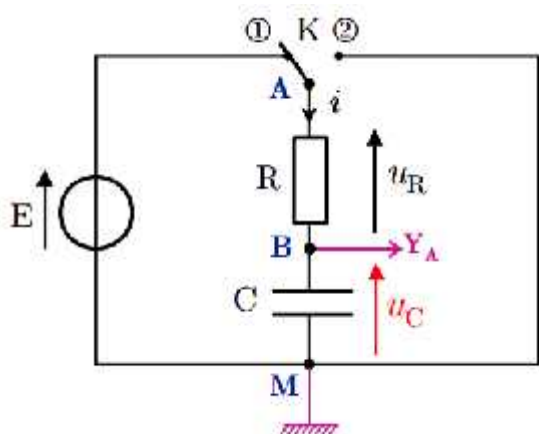
Un échelon de tension montant est le passage instantané d'une tension de valeur nulle à une tension de valeur constante E .

Un échelon de tension descendant est le passage instantané d'une tension de

valeur E à une tension de valeur nulle.



Expériences :



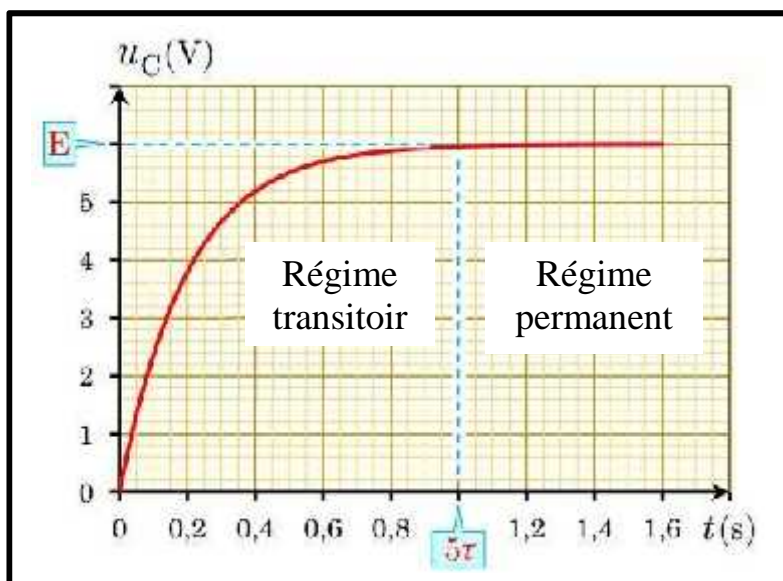
On veut visualiser les variations de la tension U_{AB} aux bornes du condensateur lors de la charge et lors de la décharge et aux bornes du générateur.

L'observation à l'aide d'un oscilloscope n'est pas possible car les tensions ne sont pas périodiques. On utilisera un oscilloscope à mémoire qui permet de visualiser une variation de tension et qui ne se répète pas.

▪ Réponse à un échelon montant de tension : la charge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position 1. On observe sur l'oscilloscope à mémoire l' La charge du condensateur **n'est pas instantanée**.

Il existe un *régime transitoire* qui correspond à **la charge** du condensateur et un *régime permanent* lorsque le condensateur est chargé.



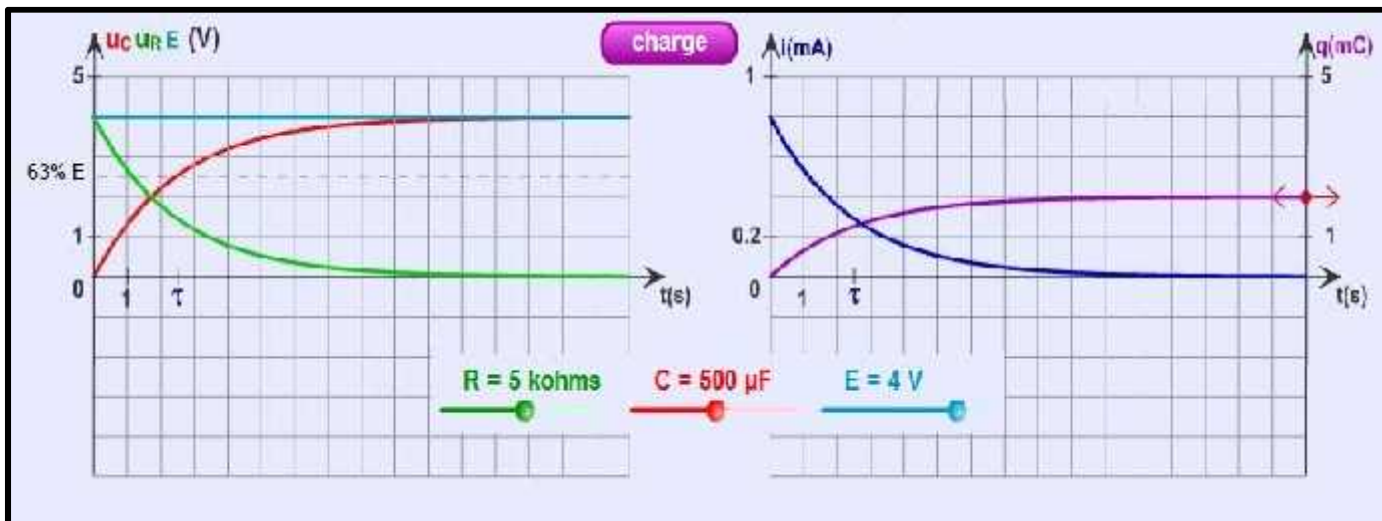
Equation différentielle :

$$U_C(t) + U_R(t) = E \text{ avec } U_R(t) = R \times i(t) = R \times \frac{dq(t)}{dt} = R \times C \times \frac{dU_C(t)}{dt} \text{ donc :}$$

$$U_c(t) + RC \times \frac{dU_c(t)}{dt} = E \Rightarrow \frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} U_c(t) = \frac{E}{RC}$$

La solution de cette équation différentielle :

$$U_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{RC}$$

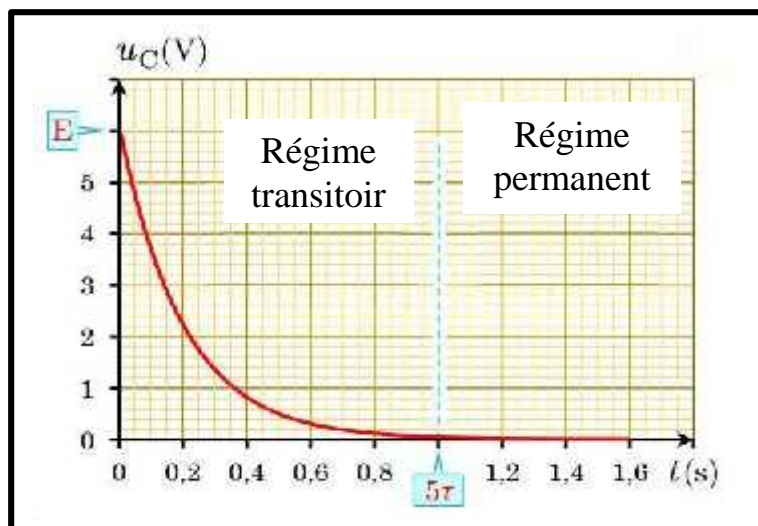


▪ Réponse à un échelon descendant de tension : la décharge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position 2. On observe l'oscillogramme suivant :

La tension, aux bornes du condensateur, diminue progressivement pour tendre vers une valeur nulle.

La décharge du condensateur n'est pas instantanée. Il existe un **régime transitoire** qui correspond à la décharge du condensateur et un régime permanent quand le condensateur est totalement déchargé.



Remarque : 5τ est la durée nécessaire pour passer du régime transitoire au régime permanent c'est aussi l'instant qui correspond à $U_c = E$ et le condensateur est totalement chargé.

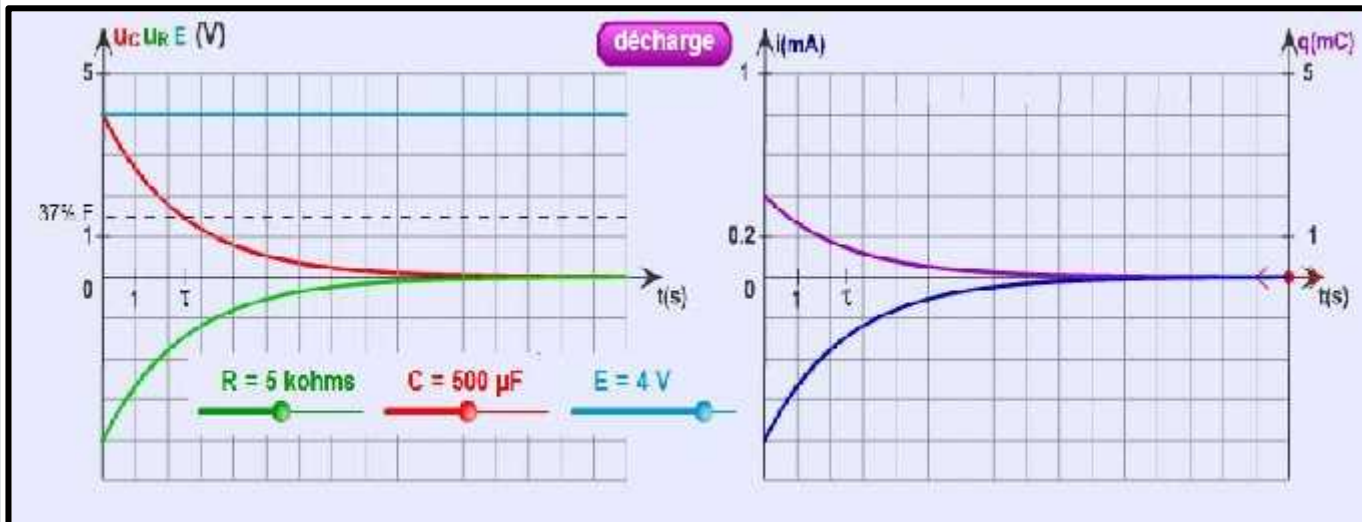
Equation différentielle :

$$U_c(t) + U_R(t) = 0 \quad \text{avec} \quad U_R(t) = R \times i(t) = R \times \frac{dq(t)}{dt} = R \times C \times \frac{dU_c(t)}{dt} \quad \text{donc} :$$

$$U_c(t) + RC \times \frac{dU_c(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} U_c(t) = 0$$

La solution de cette équation différentielle :

$$U_c(t) = E \times e^{-t/\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{RC}$$



3) Constante du temps τ :

La grandeur $\tau = RC$ représente la constante du temps. Elle est homogène à une durée et s'exprime en seconde (s).

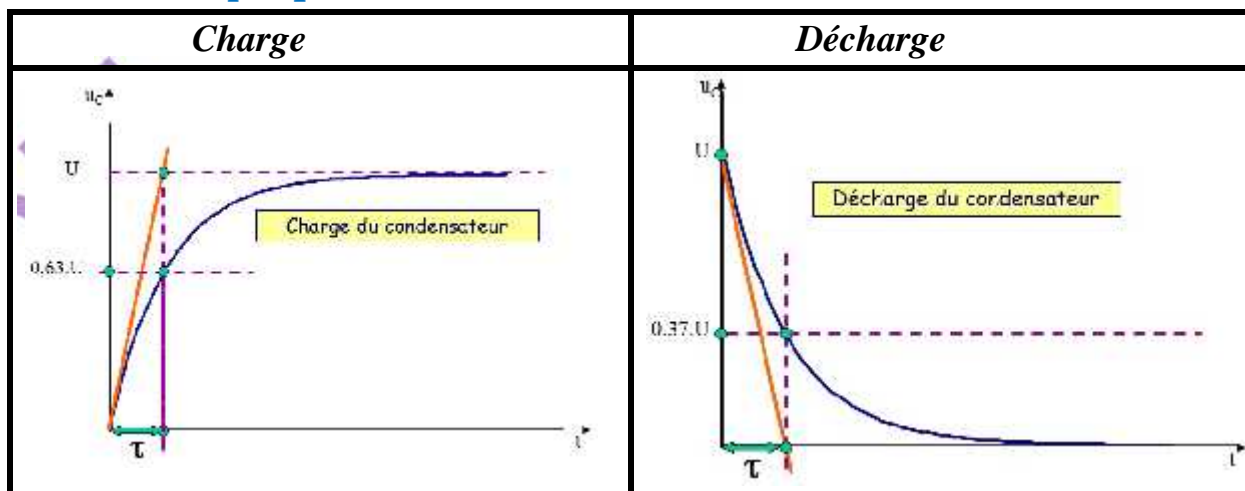
$$[\] = [RC] = [R] \times [C] \quad \text{avec} \quad [R] = \frac{[U]}{[I]} \quad \text{et} \quad [C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{[I] \times [\Delta t]}{[U]}$$

$$[\] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] \times [t]}{[U]} = [t] = T$$

Détermination de la valeur de τ :

animation N°3

Graphiquement :



Par calcul :

Pendant la charge :

$U_C(t) = E(1 - e^{-\lambda t})$ lorsque $t = \tau$ on a : $U_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = E(1 - 0,37)$

$U_C(\tau) = 0,63E$

Pendant la décharge :

$U_C(t) = Ee^{-\lambda t}$ lorsque $t = \tau$ on a : $U_C(\tau) = Ee^{-1} = 0,37E$

4) Expression des autres grandeurs électriques :

	Réponse à un échelon montant de tension	Réponse à un échelon descendant de tension
Tension $U_{AB}(t)=U_C(t)$	Lorsque $U_C(t_0) = 0$ V $U_C(t) = E(1 - e^{-\lambda t})$	Lorsque $U_C(t_0) = E$ $U_C(t) = Ee^{-\lambda t}$
Charge $q_A(t)$	Lorsque $q_A(t_0) = 0$ C $q_A(t) = EC(1 - e^{-\lambda t})$	Lorsque $q_A(t_0) = CE$ $q_A(t) = CEe^{-\lambda t}$
Intensité $i(t)$	$I(t) = \frac{E}{R} e^{-\lambda t}$	$I(t) = -\frac{E}{R} e^{-\lambda t}$
Tension $U_R(t)$	$U_R(t) = E(1 - e^{-\lambda t})$	$U_R(t) = -Ee^{-\lambda t}$

La loi d'additivité des tensions

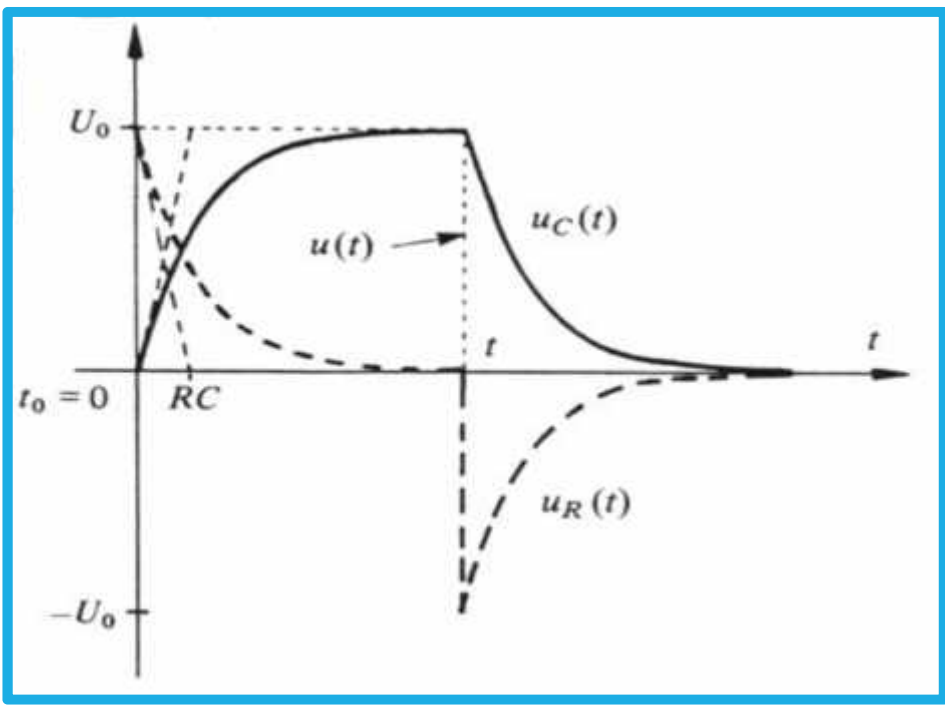
- Circuit avec un générateur
 $U_R + U_C = E$
- Circuit sans générateur
 $U_R + U_C = 0$

TRANSITION

$U_R \longrightarrow i \longrightarrow q \longrightarrow U_C$

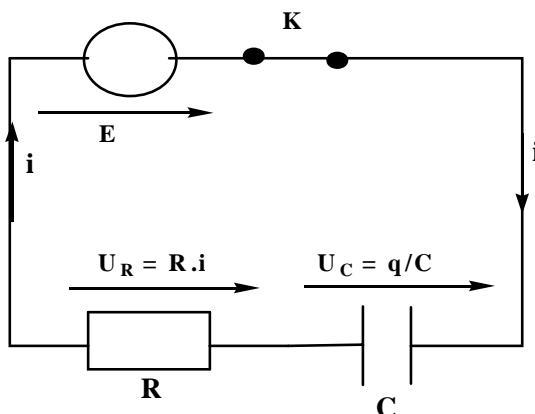
$U_R = R \cdot i \quad i = \frac{dq}{dt} \quad q = C \cdot U_C$

$U_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$



Exercice d'application N°2 :

On considère le circuit :

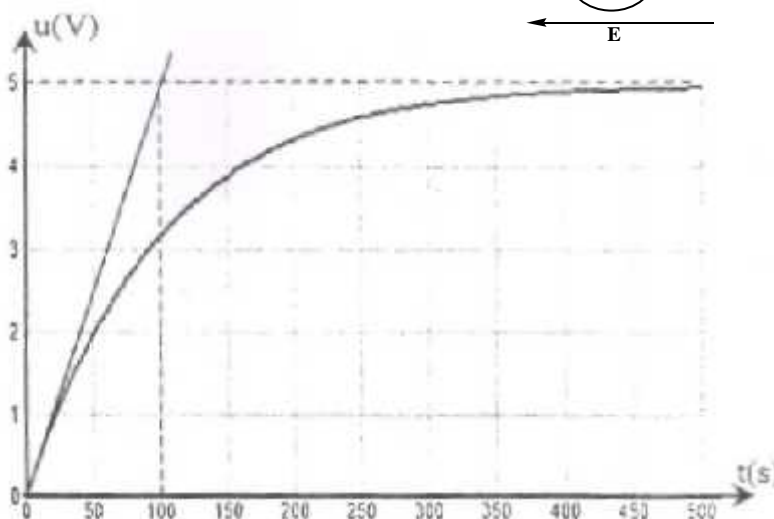
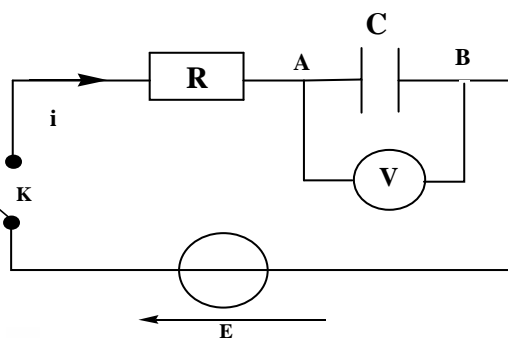


- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $q(t)$ la charge du condensateur.
- 2) Déterminer l'équation horaire de $q(t)$ la charge du condensateur.
- 3) Tracer le graphe de $q(t)$.
- 4) En utilisant les équations de dimensions, déterminer la dimension de τ la constante du temps.
- 5) Déduire l'expression de $U_R(t)$ et tracer son graphe.
- 6) Que représente la durée 5τ pour la charge du condensateur.

Exercice d'application N°3 :

On considère le circuit ci-contre :

Au cours de la charge du dipôle (RC), on a tracé l'évolution de la tension U_{AB} , la tension entre les bornes du condensateur, en fonction du temps



- 1) Trouver la valeur de la tension U_{AB} correspondante à la charge définitive. En déduire la valeur de la force électromotrice du générateur utilisé.
- 2) Trouver la constante de temps τ .
- 3) Pour quelle valeur de t , la tension U_{AB} devient 63% de sa valeur maximale ?
- 4) Déterminer la capacité C , sachant que la résistance a la valeur $R = 1,0. K\Omega$.
- 5) Tracer la courbe qui représente la fonction $i(t)$ pendant la charge.

Dipôle RL



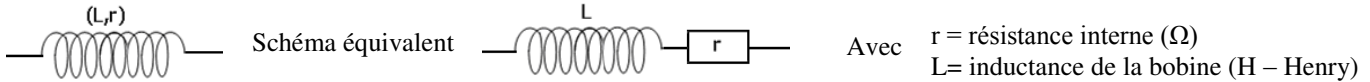
Dipôle RL : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r.

I. Bobine :

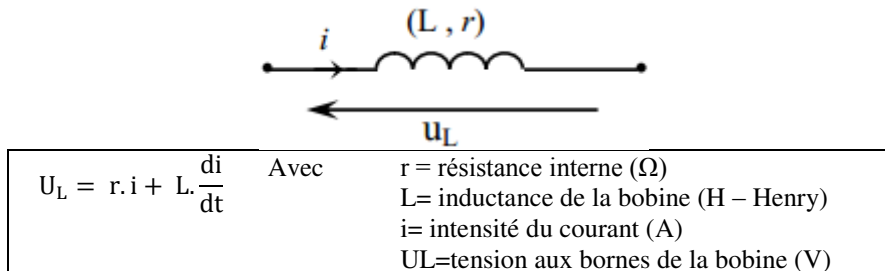
Description.

Une bobine est un dipôle passif, elle est formée d'un enroulement cylindrique, à spires jointives, d'un fil électrique recouvert par un isolant.

❖ **Symbole de la bobine :**



❖ **Tension aux bornes de la bobine :**



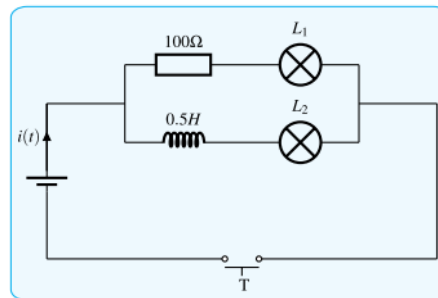
❖ **Cas particuliers**

Courant continu
 $I = C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0$ donc $U_L = r.i$
 En courant continu la bobine se comporte comme un conducteur ohmique

Résistance interne négligeable $r = 0$
 $U_L = r.i + L.\frac{di}{dt} = L.\frac{di}{dt}$

❖ **Influence de la bobine dans un circuit est :**

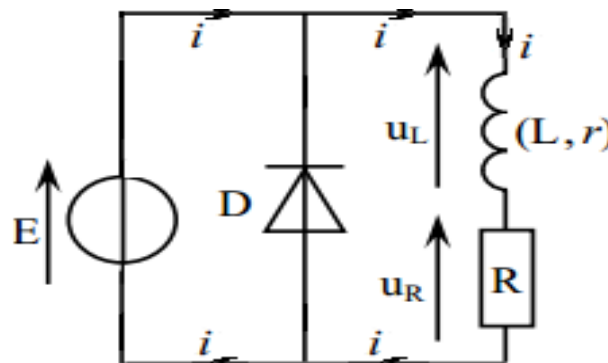
Une bobine permet de retarder l'établissement ou la rupture (annulation) du courant et ceci est dû au produit $L.\frac{di}{dt}$



II. Etablissement de courant :

Montage:

Soit le montage électrique suivant :



Rôle de la diode en parallèle avec une bobine

- Ne laisse passer le courant que dans un seul sens
- Permet d'éviter l'apparition des étincelles dues aux surtensions aux bornes de la bobine
- Protège ainsi les composants du circuit qui sont autour de la bobine

1. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_L = E$ et les transitions

$$U_R = R \cdot i \quad \text{et} \quad i = \frac{U_R}{R} \quad \text{et} \quad U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée

Variable i : $R \cdot i + r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = E$ donc $(R + r) \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = E$ ou $i + \frac{L}{(R+r)} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}$

On pose $\tau = \frac{L}{R+r}$ et on obtient l'équation différentielle suivante : : $\tau \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R+r}$

NB :

Variable U_R : $U_R + r \cdot \frac{U_R}{R} + \frac{L}{R} \cdot \frac{dU_R}{dt} = E$ donc $U_R(1 + \frac{r}{R}) + \frac{L}{R} \cdot \frac{dU_R}{dt} = E$ Ou $U_R + \frac{L}{(R+r)} \cdot \frac{dU_R}{dt} = \frac{R \cdot E}{(R+r)}$

2. Equation horaire :

La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

tel que A, B et α des constantes que on peut les déterminer

* détermination de B et α

En reportant la solution dans l'équation différentielle : $-\tau \cdot \alpha A e^{-\alpha t} + A e^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R+r}$ donc : $A e^{-\alpha t}(-\tau \alpha + 1) + B = \frac{E}{R+r}$

Pour que $i(t)$ soit une solution de l'équation différentielle , il suffit que : $B = \frac{E}{R+r}$ et $-\tau \alpha + 1 = 0$ c'est à dire que $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$i(t) = A e^{-t/\tau} + \frac{E}{R+r}$$

* Détermination de la constante A

D'après les conditions initiales à la date $t = 0$ l'intensité du courant dans la bobine est nulle :

$i(0^+) = i_0 = 0$ En le reporte dans la solution précédente :

$i(0) = A + \frac{E}{R+r} = 0 \quad A = -\frac{E}{R+r}$ Donc la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-t/\tau})$

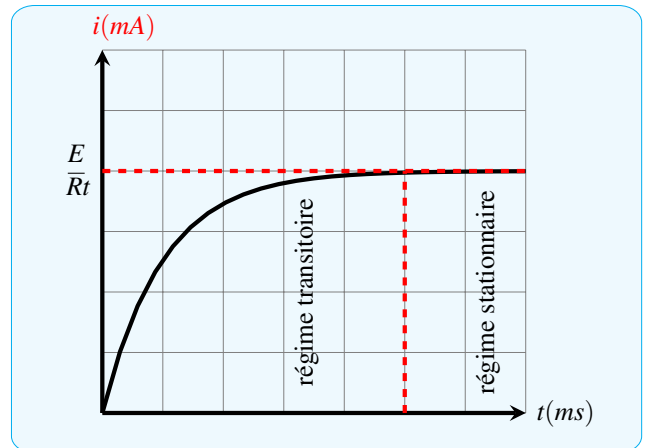
3. La representation de $i = f(t)$:

Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $i(0) = 0$ et quand $t \rightarrow \infty$ on a $i = \frac{E}{R+r}$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $i(\infty) = \frac{E}{R+r}$

La courbe présente deux régime :

Un régime transitoire : la tension $i(t)$ varie au cours du temps .

Un régime stationnaire ou régime permanent où $i(t)$ reste constante et égale à $\frac{E}{R+r}$



4. Détermination de la constante du temps τ :

On a deux méthodes :

☞ méthode de calcul :

On calcule $i(t = \tau)$, τ est l'abscisse sur le graphe $i(t)$ qui .

☞ méthode graphique : on utilise la tangente à la courbe $i(t)$ à la date $t = 0$ et on détermine graphiquement le point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote horizontale $i = I_0 = E/R$

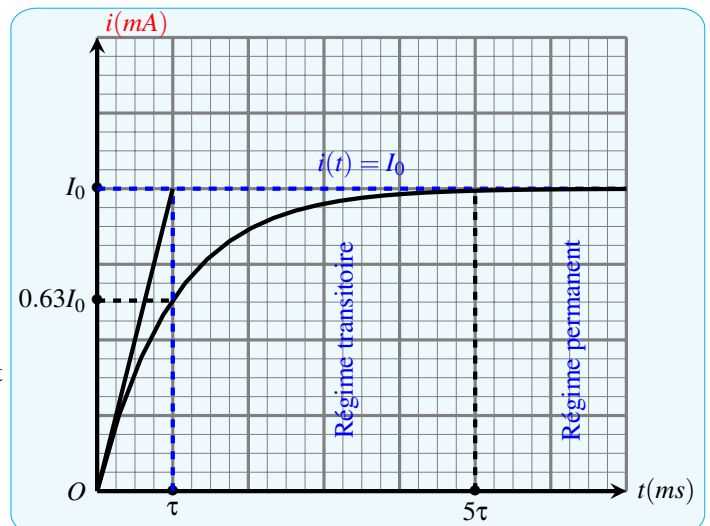
5. Unité de la constante du temps τ :

Équation de la constante du temps τ

On a : $\tau = \frac{L}{R}$ d'après l'analyse dimensionnelle :

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]} \Rightarrow [L] = \frac{[U]}{[I]} \cdot [I] \quad \text{Donc :} \quad [\tau] = [t]$$

a une dimension temporelle , son unité dans le système internationale est le seconde . τ est un indicateur de la durée du régime transitoire lors de l'établissement du courant (ou la rupture du courant)



6.L'expression de la tension aux bornes de la bobine

D'après la loi d'additivité des tensions on a : $E = u_L + Ri(t)$

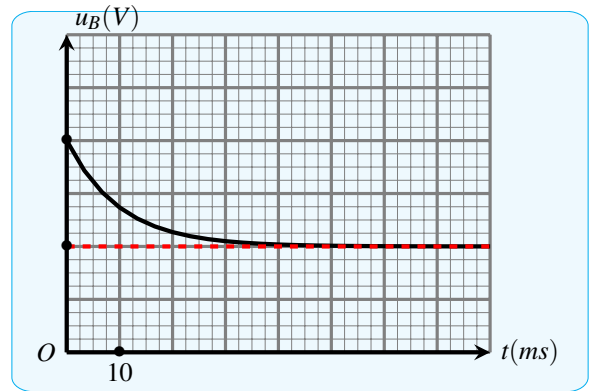
c'est à dire :

$$u_L(t) = E - Ri(t) \Rightarrow u_L(t) = E \left(1 - \frac{r'}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \right)$$

on néglige la résistance de la bobine r devant la résistance r' , on obtient $R = r$ et on a

$$u_L(t) = E \left(1 - (1 - e^{-t/\tau}) \right) \text{ donc : } u_L(t) = E e^{-t/\tau}$$

Expérimentalement lorsqu'on visualise la tension u_B aux bornes de la bobine, on obtient la courbe suivante (On néglige pas la résistance de la bobine)



III.Rupture (Annulation) de courant

D'après l'additivité des tensions, on a

$$U_R + U_L = 0 \Rightarrow (r + Ri)i + L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

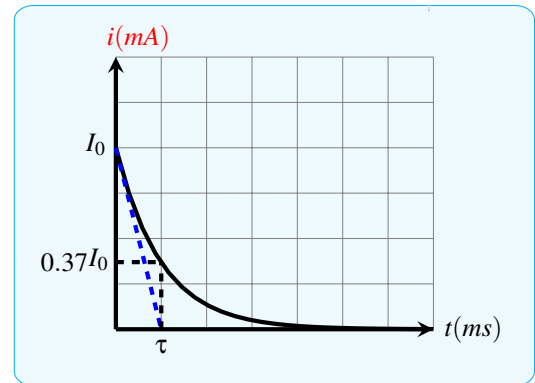
On sait que $\tau = \frac{L}{R}$, donc l'équation différentielle est :

$$\tau \frac{di}{dt} + i = 0 \quad (6)$$

La solution de cette équation différentielle en considérant la condition initiale suivante : à $t=0$ et lorsqu'on ouvre l'interrupteur K, on a

$$i(0) = I_0$$

$$i(t) = \frac{E}{Rt} e^{-t/\tau}$$



Remarque :

* Autant que τ est petite, la durée d'établissement du courant ou la rupture du courant est courte.

IV.l'énergie emmagasiné dans une bobine

Une bobine d'inductance L , traversée par un courant dont l'intensité passe de 0 à la valeur i , emmagasine une énergie :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} Li^2 \quad (2)$$

avec L en henry (H), i en ampère (A), et E_m en joule (J).

**

Expressions dans le régime permanent et le régime initiale :

$i(t)$: Intensité de courant

$U_R(t)$: Tension du conducteur ohmique

$U_L(t)$: Tension de la bobine

	$i(t)$	$U_R(t)$	$U_L(t)$	Loi d'additivité des tensions	Equation différentielle
Régime	$i(t) = I_0 (1 - e^{-\lambda t})$	$U_R(t) = R \cdot i(t)$	$U_L = r \cdot i + L \frac{di}{dt}$	$U_R + U_L = E$	$i \cdot (R + r) + L \frac{di}{dt} = E$
Initial ($t=0$)	$i=0$	$U_R=0$	$U_L = L \frac{di}{dt}$	$U_L = E$	$L \frac{di}{dt} = E$
Permanent ($t \rightarrow \infty$)	$I_0 = \frac{E}{R+r}$	$U_R(t) = R \cdot I_0$	$U_L = r \cdot I_0$	$R \cdot I_0 + r \cdot I_0 = E$	$I_0 \cdot (R + r) = E$
Permanent et $r=0$	$I_0 = \frac{E}{R}$	$U_R(t) = R \cdot I_0$	$U_L = 0$	$R \cdot I_0 = E$	$I_0 \cdot R = E$

EXERCICE 1

L'étude électrique ou énergétique de quelques dipôles permet de déterminer certains paramètres qui les caractérisent, et de se rendre compte de leurs effets sur les phénomènes dont ces dipôles sont siège.

Le but de cet exercice est de déterminer l'inductance d'une bobine, et d'étudier la décharge d'un condensateur à travers cette bobine.

1. détermination de l'inductance d'une bobine

Pour déterminer l'inductance L d'une bobine de résistance négligeable, on utilise le montage représenté dans la figure (1), comprenant cette bobine, un conducteur ohmique de résistance $R = 1,5 \cdot 10^3 \Omega$, un GBF qui délivre une tension triangulaire de période T et un interrupteur K . On ferme l'interrupteur K à l'instant $t_0 = 0$, et on visualise à l'aide d'un oscilloscope la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine, et la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. On obtient l'oscillogramme de la figure (2) (Page 5/7).

- sensibilité verticale des deux voies de l'oscilloscope : $2V \cdot \text{div}^{-1}$.

- balayage horizontal $0,2 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$

1.1. Quel est le rôle de la bobine lors de la fermeture du circuit ?

1.2. Montrer que les tensions u_R et u_b

sont liées par la relation $u_b = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt}$.

1.3. Déterminer à partir de l'oscillogramme, les

valeurs de u_b et $\frac{du_R}{dt}$ au cours de la première demi-période indiquée sur la figure (2).

1.4. Déduire que $L = 0,1 \text{ H}$.

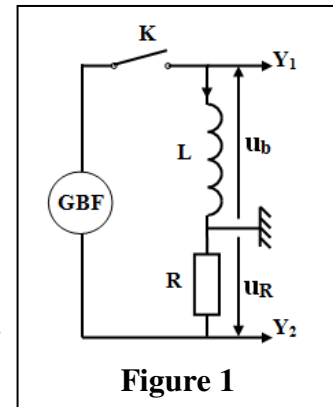


Figure 1

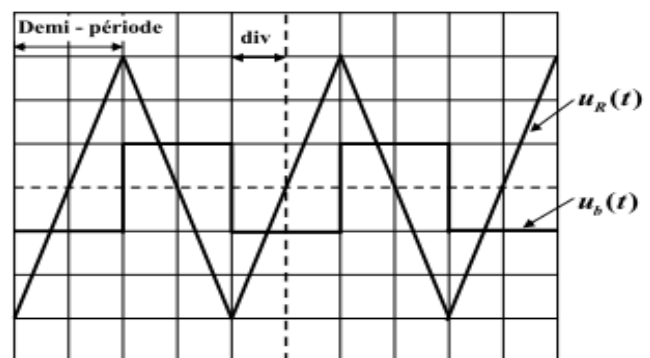


Figure 2

EXERCICE 2

1- Etude du dipôle RL

On réalise le montage représenté dans la figure 1 et qui est constitué de :

- un générateur de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$ et de résistance négligeable ;
- une bobine de coefficient d'inductance $L = 1,5 \text{ mH}$ et de résistance négligeable ;
- un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- un interrupteur K .

On règle la résistance R sur une valeur R_1 et on ferme l'interrupteur K à un instant $t = 0$ que l'on considère comme origine du temps.

1.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.

1.2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$i(t) = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right). \text{ Déterminer à partir de cette solution l'expression}$$

de la constante τ_1 en fonction des paramètres du circuit.

1.3- On règle la résistance R sur la valeur $R_2 = 2R_1$. Trouver l'expression de la nouvelle constante de temps τ_2 en fonction de τ_1 . En déduire l'effet de la valeur de R sur l'établissement du courant dans le dipôle RL.

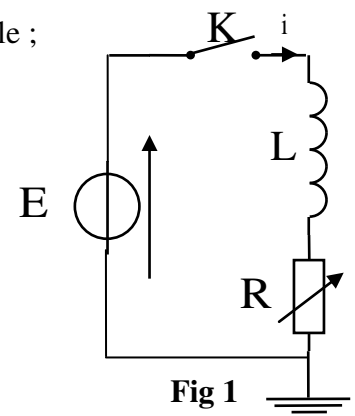


Fig 1

EXERCICE 3

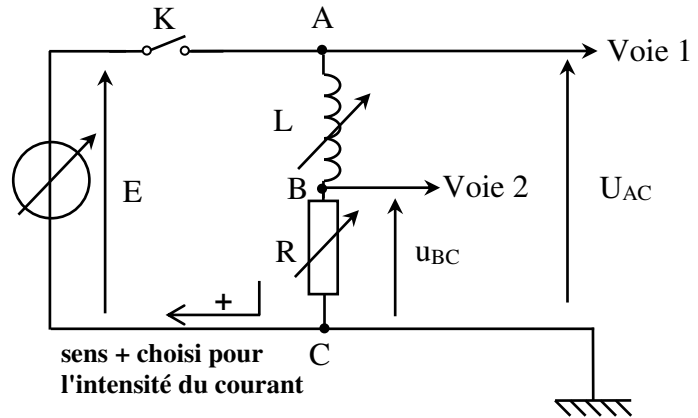
On se propose d'étudier l'établissement du courant dans un dipôle comportant une bobine et un conducteur ohmique lorsque celui-ci est soumis à un échelon de tension de valeur E .

Le conducteur ohmique a une résistance R . La bobine sans noyau de fer doux, a une inductance L ; sa résistance r est négligeable devant R .

Les valeurs de E , R , L sont réglables.

On dispose d'un système d'acquisition de données et d'un logiciel adapté pour le traitement des données.

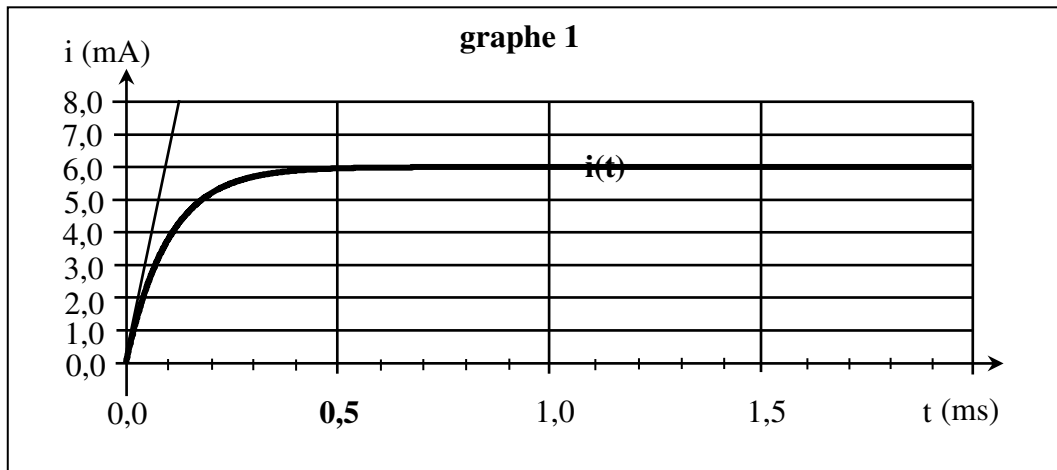
On réalise le montage ci-contre :



1. On réalise une première expérience (expérience A) pour laquelle les réglages sont les suivants : $L = 0,10 \text{ H}$; $R = 1,0 \text{ k}\Omega$; $E = 6,0 \text{ V}$. À l'instant de date $t = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K .

1.1. On veut suivre l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps. Quelle tension doit-on enregistrer

1.2. On obtient le graphe suivant (la tangente à la courbe au point origine est tracée) :



1.2.1. Déterminer graphiquement la valeur I de l'intensité du courant en régime permanent en explicitant la démarche.

1.2.2. Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RL étudié en explicitant la démarche.

1.2.3. Cette valeur correspond-elle à celle attendue théoriquement ? Justifier la réponse.

1.3. Étude analytique.

1.3.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.

On rappelle que l'équation différentielle cherchée est une relation entre la fonction $i(t)$ et sa dérivée par rapport au temps $\frac{di}{dt}$.

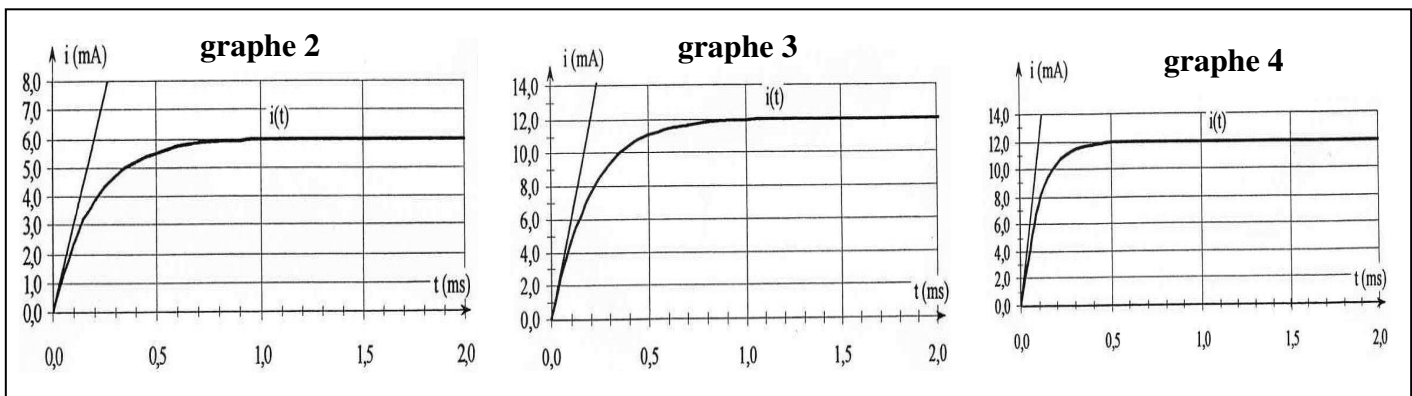
1.3.2. En déduire l'expression de l'intensité I du courant en régime permanent. Calculer sa valeur.

2. Influence de différents paramètres.

Afin d'étudier l'influence de différents paramètres, on réalise trois autres expériences en modifiant chaque fois l'un de ces paramètres. Le tableau suivant récapitule les valeurs données à E , R et L lors des quatre acquisitions.

	E (V)	R (k Ω)	L (H)
Expérience A	6,0	1,0	0,10
Expérience B	12,0	1,0	0,10
Expérience C	6,0	0,50	0,10
Expérience D	6,0	1,0	0,20

Associer chacun des graphes (2), (3), (4) à une expérience en justifiant précisément chaque choix.



EXERCICE 4

On doit à M. Faraday (1791-1867) la découverte de l'induction électromagnétique. Par ce phénomène, une bobine se comporte comme un conducteur ohmique en régime permanent, et différemment en régime variable.

L'objectif de cet exercice est d'étudier dans un premier temps, l'établissement du courant dans un dipôle RL, puis dans un deuxième temps la réception d'une onde modulée en amplitude.

Partie I: Etude du dipôle RL

On réalise le circuit électrique, schématisé sur la figure 1, qui comporte :

- Un générateur de tension de f.e.m. $E=12\text{ V}$;
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance $R=40\Omega$ et r ;
- Un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à l'instant $t=0$. Avec un système d'acquisition informatisé, on enregistre les courbes (C_1) et (C_2) représentant les tensions des voies A et B (voir figure2).

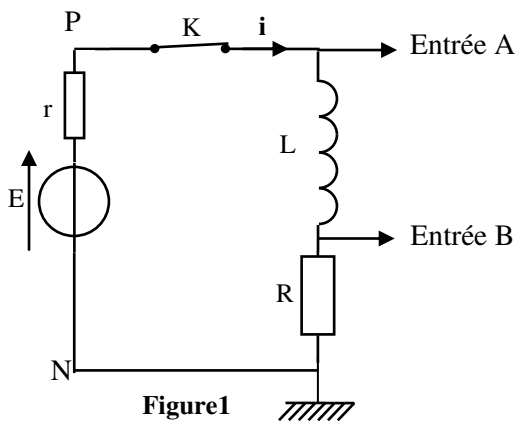


Figure1

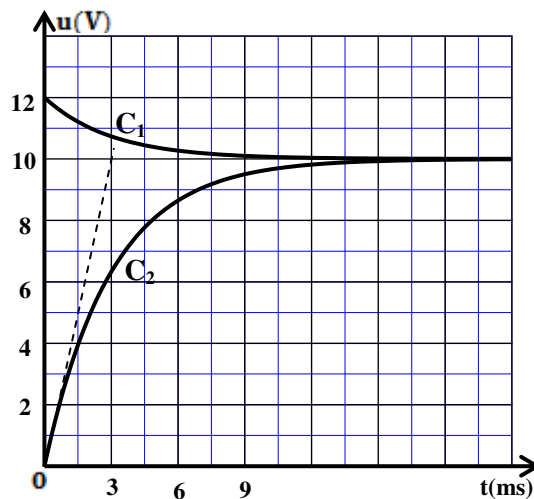


Figure2

1. Identifier la courbe qui représente la tension $u_R(t)$ et celle qui représente $u_{PN}(t)$.
2. Déterminer la valeur de I_p ; l'intensité du courant électrique en régime permanent.
3. Vérifier que la valeur de la résistance r du conducteur ohmique est $r=8\Omega$.
4. Etablir l'équation différentielle régissant l'établissement du courant $i(t)$ dans le circuit.
5. Trouver les expressions de A et de τ en fonction des paramètres du circuit pour que l'expression $i(t)=A.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit solution de cette équation différentielle.
6. Déterminer la valeur de la constante du temps τ .
7. En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.
8. Trouver l'énergie \mathcal{E} emmagasinée par la bobine à l'instant $t=\frac{\tau}{2}$.

EXERCICE 5

Les bobines sont utilisées dans des montages électriques pour sélectionner des signaux modulés .

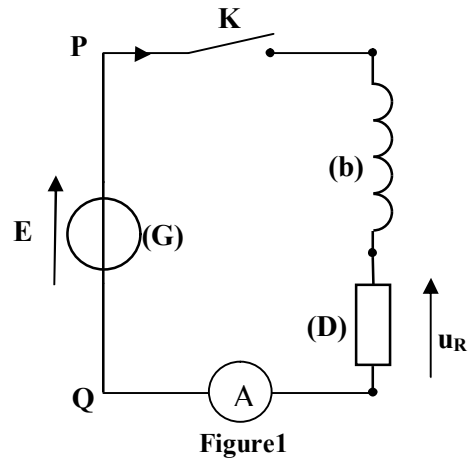
Cet exercice a pour but de déterminer entre deux bobines (b) et (b') celle que l'on doit utiliser pour la sélection d'un signal donné modulé en amplitude .

1- Détermination de l'inductance L et de la résistance r de la bobine (b) .

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comprenant :

- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un conducteur ohmique (D) de résistance R ;
- Un générateur de tension (G) de force électromotrice E ;
- Un ampèremètre (A) de résistance négligeable ;
- Un interrupteur K .

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K , et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire les variations de la tension $u_{PQ}(t)$ entre les pôles du générateur (G) et de la tension $u_R(t)$ entre les bornes du conducteur ohmique (D).



On obtient les courbes ① et ② représentées sur la figure 2 .

La droite (T) représente la tangente à la courbe ② à l'instant $t=0$.

Dans le régime permanent , l'ampèremètre (A) indique la valeur $I = 0,1A$.

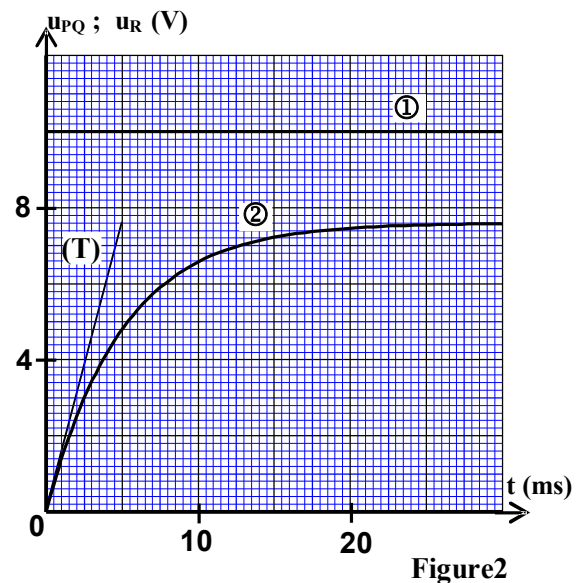
1.1-a- Montrer que l'équation différentielle que vérifie la tension u_R s'écrit sous la forme :

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R + r) \cdot u_R - E \cdot R = 0 .$$

b- Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $u_R = U_0(1 - e^{-\lambda \cdot t})$, trouver l'expression des constantes U_0 et λ en fonction des paramètres du circuit .

1.2-a- Trouver l'expression de la résistance r de la bobine (b) en fonction de E , I et U_0 . Calculer la valeur de r .

b- Exprimer $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$, dérivée de la tension u_R par rapport au temps à l'instant $t=0$, en fonction de E, U_0 , I, et L. En déduire la valeur de L.



EXERCICE 6

2- Réponse d'une bobine de résistance négligeable à un échelon de tension .

On monte la bobine précédente en série avec un conducteur ohmique de résistance $R=100\Omega$. On applique entre les bornes du dipôle obtenu un échelon de tension de valeur ascendante E et de valeur descendante nulle et de période T. On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension u entre les bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_L aux bornes de la bobine ; on obtient alors les courbes (1) , (2) et (3) représentées dans la figure 4 .

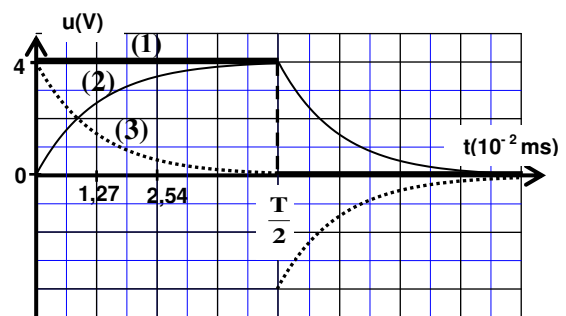


Figure 4

2.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ dans l'intervalle $0 \leq t < \frac{T}{2}$.

2.2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $i(t) = I_p (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec I_p et τ des constantes .

a- Associer chacune des tensions u_L et u_R à la courbe correspondante dans la figure 4 .

b- A l'aide des courbes de la figure 4 ,trouver la valeur de I_p .

2.3- L'expression de l'intensité du courant s'écrit dans l'intervalle $\frac{T}{2} \leq t < T$ (sans changer l'origine du

temps) sous la forme : $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec A et τ des constantes .

Montrer que l'expression de l'intensité du courant à l'instant $t_1 = \frac{3T}{4}$ s'écrit sous la forme $i(t_1) = I_p.e^{-2}$.

EXERCICE 7

Le condensateur, le conducteur ohmique et la bobine sont des dipôles utilisés dans les circuits de divers appareils électriques tels les amplificateurs , les postes radio et téléviseurs ...

Cet exercice a pour objectif l'étude :

- de la réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ;
- de la décharge d'un condensateur dans un dipôle RL ;
- des oscillations forcées dans un circuit RLC série.

1-Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage électrique représenté sur la figure 1, qui contient :

- un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne négligeable ;
- deux conducteurs ohmiques de résistance $R_0 = 45\Omega$ et r ;
- une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance r_0 ;
- un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des dates ($t = 0$) . Un système de saisie informatique

approprié permet de tracer la courbe (C1) représentant la tension $u_{AM}(t)$ et la courbe (C2) représentant la tension $u_{BM}(t)$ (figure 2).

1-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant .

1-2- Trouver la valeur de E .

1-3- Déterminer la valeur de r et montrer que $r_0 = 5\Omega$.

1-4- La droite (T) représente la tangente à la courbe (C2) à l'instant de date $t = 0$ (figure 2).

Vérifier que $L_0 = 0,18H$.

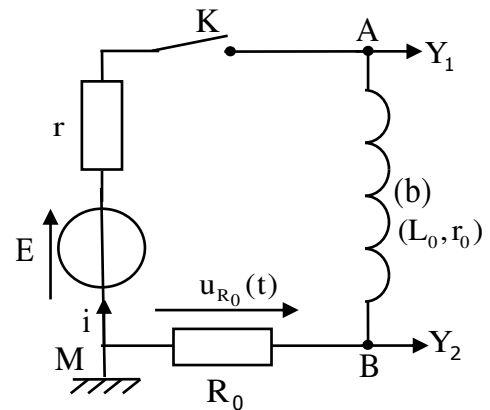


Figure 1

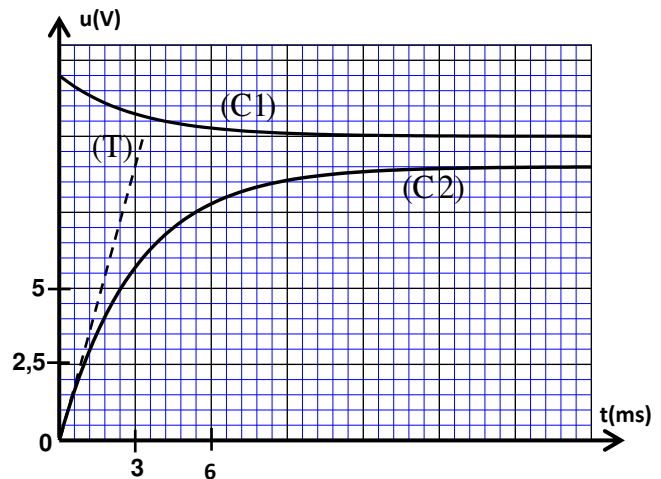
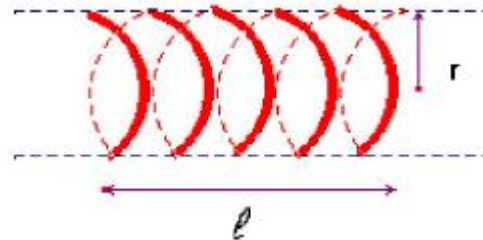


Figure 2

I- La bobine.

- Une bobine est constituée d'un enroulement de fil conducteur, recouvert d'un vernis isolant, sur un cylindre de rayon r .



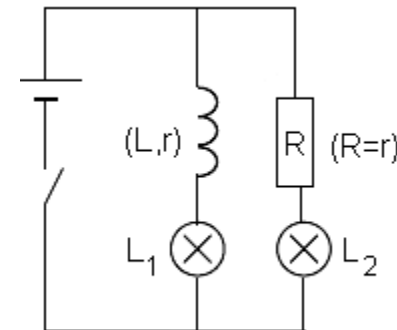
l la longueur de l'enroulement et par r le rayon d'une spire :

- Si L est petit devant r , la bobine est plate.
- Si L est voisin de r la bobine est appelée : solénoïde.
- Si L est plus grand que $10r$, le solénoïde est dit infini.

II) Influence d'une bobine dans un circuit

- Expérience 1 : Retard à l'établissement du courant

- Observations : La lampe L_1 s'allume avec un retard sur la lampe L_2 .
- Il se produit un retard à l'établissement du courant dans la portion de circuit qui comporte la bobine.
- Une bobine s'oppose transitoirement à l'établissement du courant dans un circuit.
- En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r .



Expression de la tension aux bornes d'une bobine

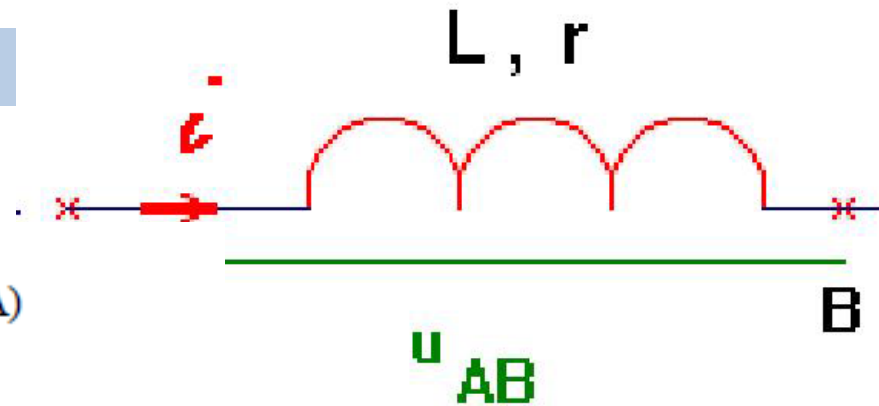
En convention récepteur

$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

I intensité en ampère (A)

r résistance en ohm (Ω)

L inductance en henry (H)



- Remarque : cas d'une bobine idéale ($r = 0$)

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt}$$

En régime permanent ($i = \text{constante}$) $\frac{di}{dt} = 0$

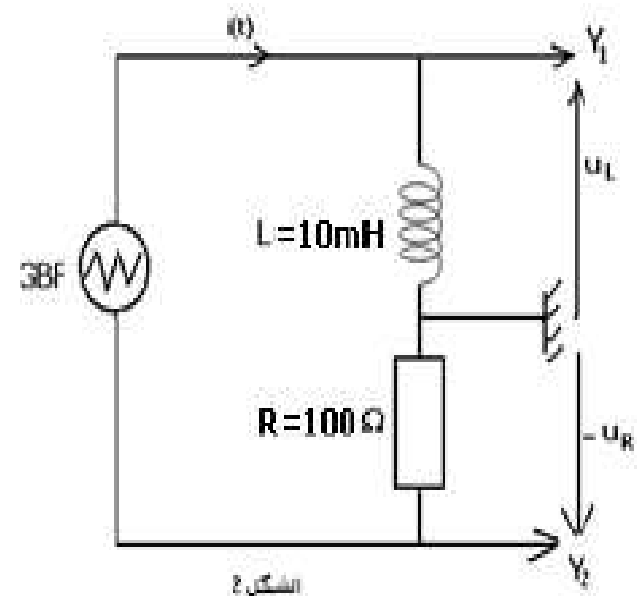
$$u_{AB} = ri$$

Expérience 2 : Réponse à une tension triangulaire

Le GBF applique une tension triangulaire.

Sur Y2 on visualise à l'oscilloscope la tension aux bornes de R
Et donc l'évolution du courant car $u_R = Ri$

Sur Y1 on visualise la tension aux bornes de la bobine



$$i(t) = \frac{-u_R}{R} = \frac{a't+b'}{R} = at+b$$

$$a = \frac{a'}{R} = \frac{\Delta u}{R \cdot \Delta t} = \frac{-10}{100 \cdot 10^{-3}} = -100 \text{ A/s}$$

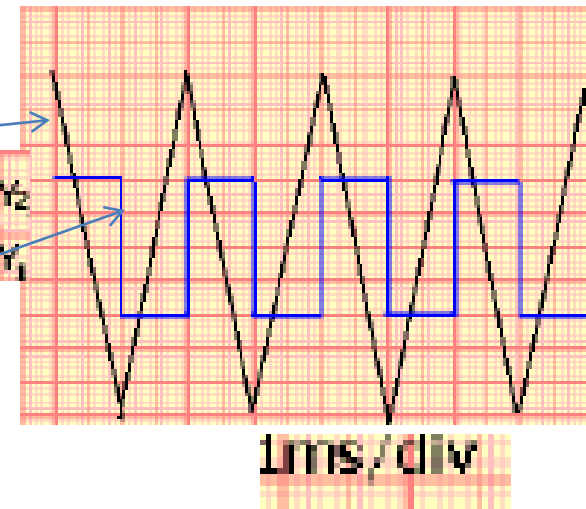
$$b = \frac{5}{100} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

$$i(t) = -100t + 5 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{1}{100} = 10^{-2} \text{ H} = 10 \text{ mH}$$

$$\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = L \Rightarrow u_L = L \frac{di}{dt}$$

Résultat

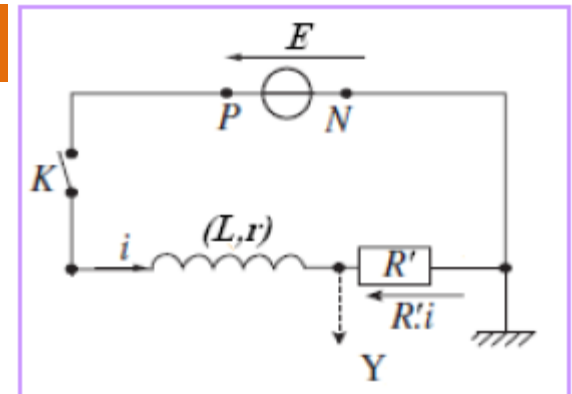


$$\frac{u}{\frac{di}{dt}} = cte = L$$

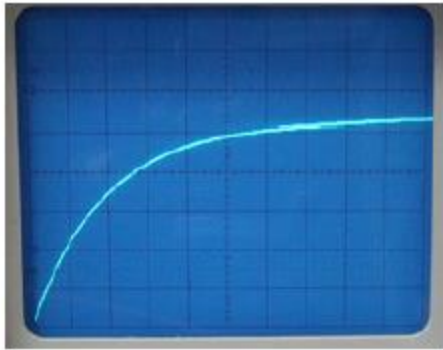
L est une caractéristique de la bobine appelé : conductance

1)- Étude expérimentale : Réponse à un échelon de tension.

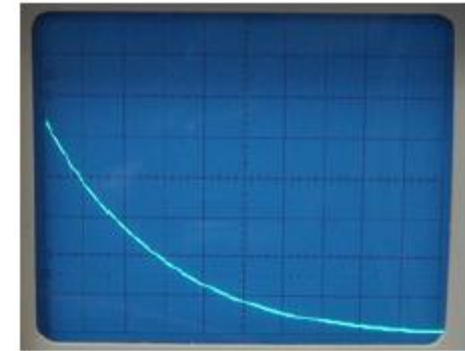
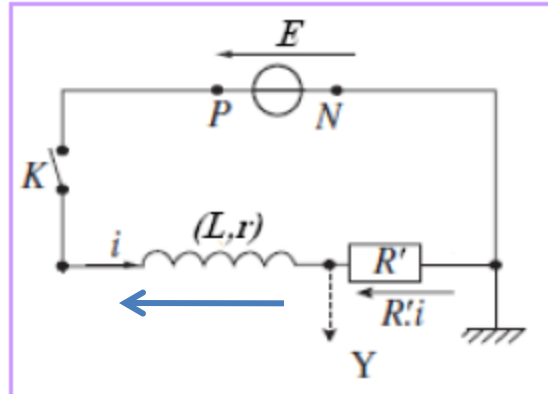
Sur **Y** on visualise à l'oscilloscope la tension au borne de R
Et donc l'évolution du courant car $u_R = R'i$



Si on ferme l'interrupteur k



$$u_{R'}(t) = R'.i(t)$$



$$u_{R'}(t) = R'.i(t)$$

Éq différentielle

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R}$$

Solution

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

constante de temps

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Temps nécessaire pour que l'intensité du Courant atteigne 63% de sa valeur maximale

$$i = 0,63i_0$$

Si on ouvre l'interrupteur k

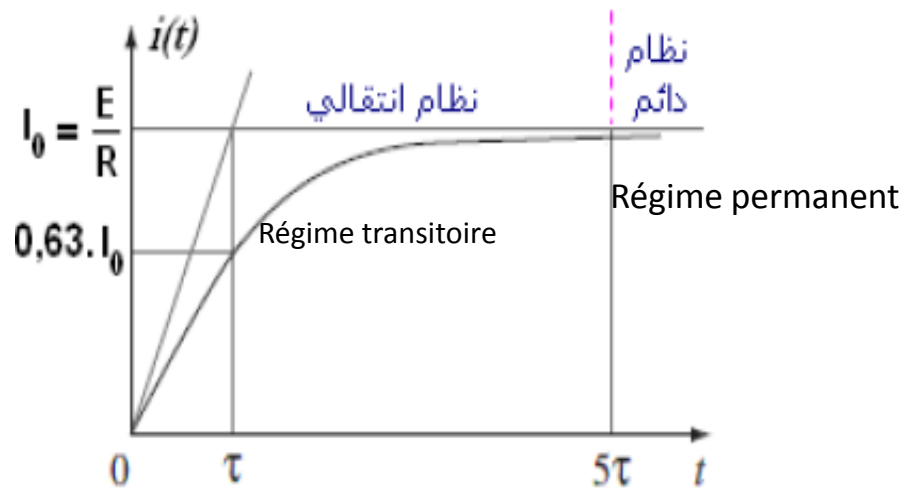
$$R = R' + r$$

$$\frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

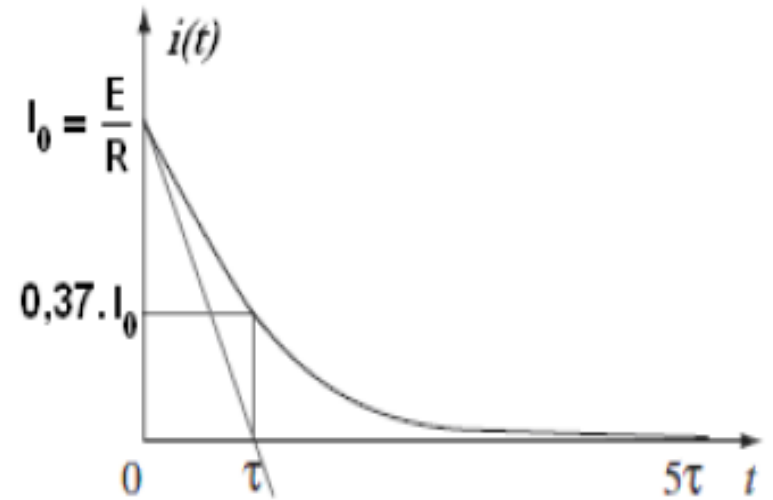
$$i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Temps nécessaire pour que l'intensité du Courant diminue de 63% de sa valeur maximale

$$i = 0,37i_0$$



On ferme l'interrupteur



On ouvre l'interrupteur

Energie emmagasinée dans la bobine : $E_B = \frac{1}{2} L \times i^2$

Comment résoudre l'équation différentielle

Si on ferme l'interrupteur k

$$E = u_{AB} + u_{BM}$$

$$E = \left(L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \right) + R' \cdot i$$

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + (r + R') \cdot i$$

En posant $R = r + R'$

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i \quad (1)$$

On cherche une solution de la forme $i(t) = A + Be^{kt}$ A, B et k sont des constantes à déterminer

étape 1 : On remplace $i(t)$ dans l'équation différentielle

$$\frac{di}{dt} = Bke^{kt} \longrightarrow E = Lke^{kt} + R(A + Be^{kt}) = B(Lk + R)e^{kt} + RA$$

Équation valable quel que soit t donc :

$$RA = E \text{ et } Lk + R = 0$$

Donc

$$A = \frac{E}{R}$$

$$k = \tau = -\frac{R}{L}$$

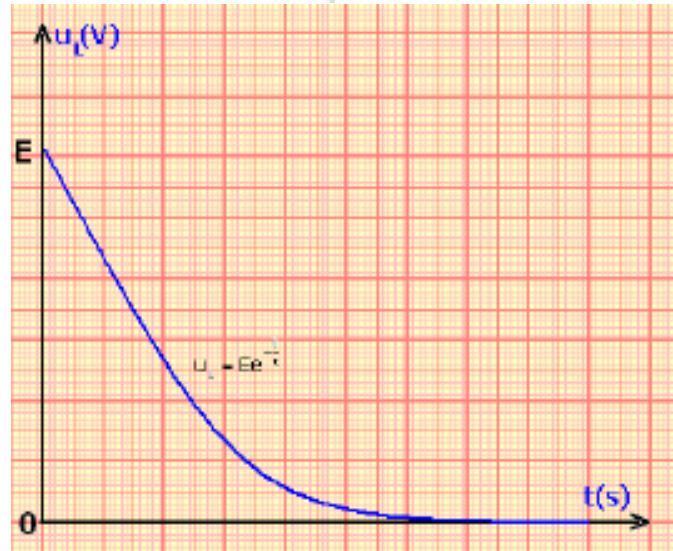
Étape 2 : Pour déterminer B on utilise les conditions initiales

$$i(t=0)=0 \longrightarrow A+B=0 \longrightarrow A=-B$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Tension aux bornes de la bobine

$$U_L = E - Ri \quad \longrightarrow \quad u_L = E \left(1 - \left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right) \Rightarrow u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$



Si on ouvre l'interrupteur k

$$\text{On a } L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

On cherche une solution de la forme $i(t) = A + Be^{kt}$ A, B et k sont des constantes à déterminer

$$\frac{di}{dt} = Bke^{kt}$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 = BLke^{kt} + R(A + Be^{kt}) = B(Lk + R)e^{kt} + RA$$

$$\text{DONC} \quad \begin{cases} RA = 0 \\ Lk + R = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A = 0 \\ k = -\frac{R}{L} \end{cases}$$

Soit

$$i(t) = Be^{-\frac{R}{L}t}$$

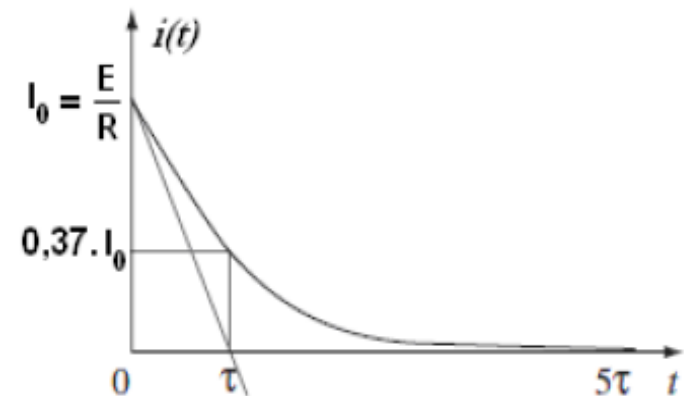
Pour déterminer B on utilise les conditions initiales

A $t = 0$ s, L'interrupteur **était fermé**, Le courant est établi est l'intensité dans le circuit est donnée par la relation :

$$i(0) = \frac{E}{R} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{R} \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

-Remarque :

- lorsque t tend vers l'infini, alors $i(t)$ tend vers zéro.
- Le courant électrique ne s'annule pas brusquement à l'ouverture du circuit.
-
- La bobine s'oppose à la diminution de l'intensité du courant électrique dans le circuit.
- De façon générale, une bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique dans un circuit.



On ouvre l'interrupteur

Expression de la tension aux bornes de la bobine en fonction du temps

$$\begin{aligned}u_{AB} &= L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \\u_{AB} &= -L \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + r \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \\u_{AB} &= -E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + r \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \\u_{AB} &= E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \left(\frac{r}{R} - 1 \right)\end{aligned}$$

Pour une bobine idéale $r = 0$

$$U_L(t) = -Ee^{-\frac{R}{L}t}$$

Analyse dimensionnelle de τ :

$$\tau = \frac{L}{R} \rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

$$u = L \times \frac{di}{dt} \rightarrow [U] = [L] \times \frac{[I]}{[T]}$$

$$u = R \times i \rightarrow [U] = [R] \times [I]$$

$$[L] \times \frac{[I]}{[T]} = [R] \times [I]$$

D'où $\frac{1}{[T]} = \frac{[R]}{[L]}$

Finalement, $\frac{[L]}{[R]} = [\tau] = [T] = T$ τ s'exprime en seconde

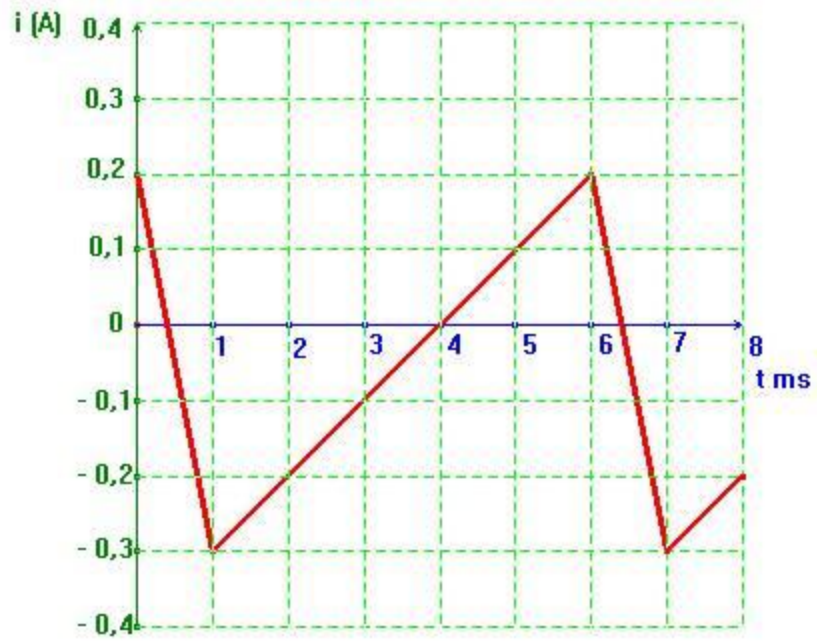
$$\frac{di}{dt} = a$$

Application

L'intensité du courant traversant une bobine idéale d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ a l'allure représentée ci-contre. La bobine est étudiée en convention récepteur.

Représenter l'allure de la tension u aux bornes de la bobine

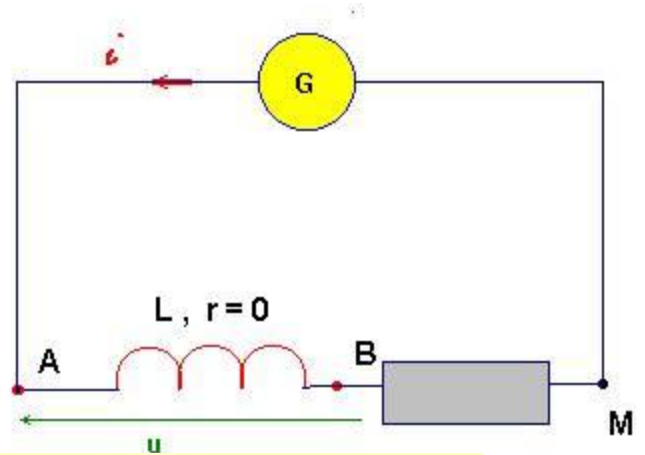
(prendre $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ V}$
et $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ ms}$)



Réponse

Il faut faire un schéma et orienter le circuit.

$$U_L = L \frac{di}{dt}$$

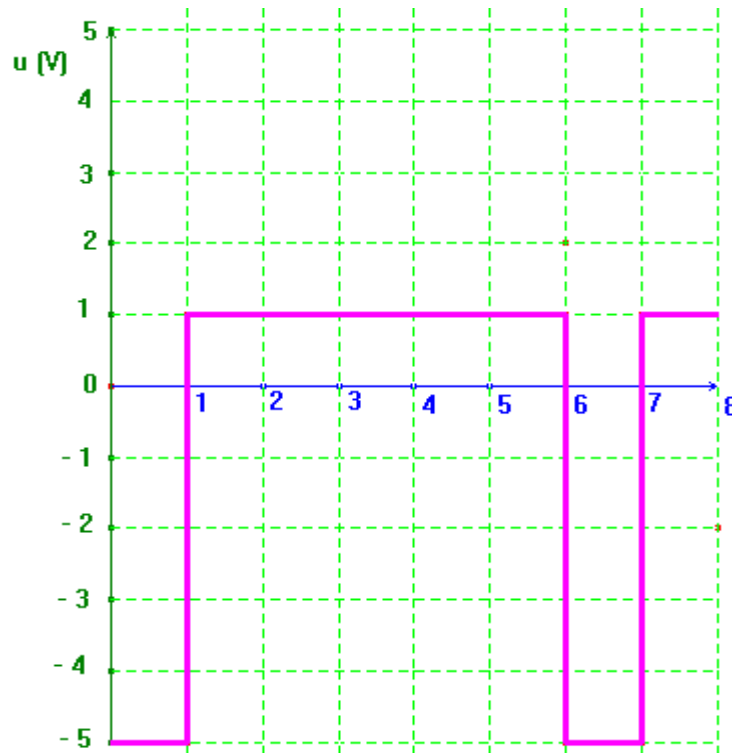


Première phase : $(0,1\text{ms})$, l'intensité $= a \cdot t + b$. En conséquence,

$$a = \frac{-0,3 - 0,2}{1 \cdot 10^{-3}} = -0,5 \cdot 10^3 \text{ A/s} \quad U_L = L \frac{di}{dt} = 10 \cdot 10^{-3} \times (-0,5 \cdot 10^3) = 5V$$

Première phase : (1ms,6ms), l'intensité = $a' \cdot t + b'$. En conséquence,

$$a' = \frac{0,2 - (-0,3)}{(6 - 1) \cdot 10^{-3}} = 1 \cdot 10^2 \text{ A/s} \quad U_L = L \frac{di}{dt} = 10 \cdot 10^{-3} \times (1 \cdot 10^2) = 1V$$



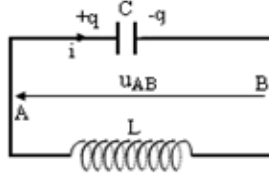
Le circuit RLC série



Dipôle LC : association série d'un condensateur chargé de capacité C et de charge initiale q_0 et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r négligeable.

I. Etude du circuit LC

1. Montage : Décharge d'un condensateur dans une bobine



2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_C + U_L = 0$ et les transitions :

$$q = C \cdot U_C \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} = C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2} \quad U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} \quad ; \quad r=0$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée :

$$U_C + U_L = U_C + r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = U_C + L \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

Variable U_C :

$$U_C + L \cdot \frac{di}{dt} = U_C + L \cdot C \cdot \frac{d^2U_C}{dt^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot U_C = 0$$

Variable q :

$$U_C + L \cdot \frac{di}{dt} = U_C + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad \text{Avec} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \omega_0 : \text{Pulsation propre (en rad/s)}$$

3. Equation horaire ou la solution :

Soit $U_C(t)$ comme variable, la solution est :

$$U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

avec

U_m : L'amplitude (la valeur maximale de la tension $U_C(t)$)

$\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi$: La phase à l'instant t

φ : la phase à l'origine des temps $t=0$

T_0 : la période propre (s)

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$: Pulsation propre (en rad/s)

3.1. Déterminer T_0 la période propre :

Remplacer la solution et sa dérivée seconde dans l'équation différentielle :

$$U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\frac{dU_C(t)}{dt} = -U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} = -U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot U_C = 0$$

$$-U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) + \frac{1}{LC} \cdot U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = 0 \quad \text{donc} \quad U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \cdot \left(-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC}\right) = 0$$

L'équation est juste si $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0$ et $\frac{1}{LC} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$, on en déduit alors $T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$

Remarque :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{d'où} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

3.2. Déterminer U_m et φ par les conditions initiales :

A $t=0$: - Le condensateur est chargé et $U_C(0) = U_0 = E$

- $i(0)=0$: le circuit est ouvert

On remplace les conditions initiales dans les expressions de $U_C(t)$ et $i(t)$ à l'instant $t=0$.

$$U_C(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad i(t) = C \cdot \frac{dU_C(t)}{dt} = -C \cdot U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

A l'instant $t=0$

$$U_c(0) = U_m \cdot \cos(\varphi) \quad \text{et} \quad i(0) = -C \cdot U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin(\varphi)$$

(1)
 $U_c(0) = U_m \cdot \cos(\varphi) = E$
 $\cos(\varphi) = \frac{E}{U_m}$

(2)
 et $i(0) = -C \cdot U_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin(\varphi) = 0$
 alors $\sin(\varphi) = 0$
 d'où $\varphi=0$ ou $\varphi=\pi$

(3)
 Or $E > 0$ et $U_m > 0$ alors $\cos(\varphi) = \frac{E}{U_m} > 0$
 d'où $\varphi=0$

De la relation (1) on en déduit : $U_m = \frac{E}{\cos(\varphi)} = \frac{E}{\cos(0)} = E$

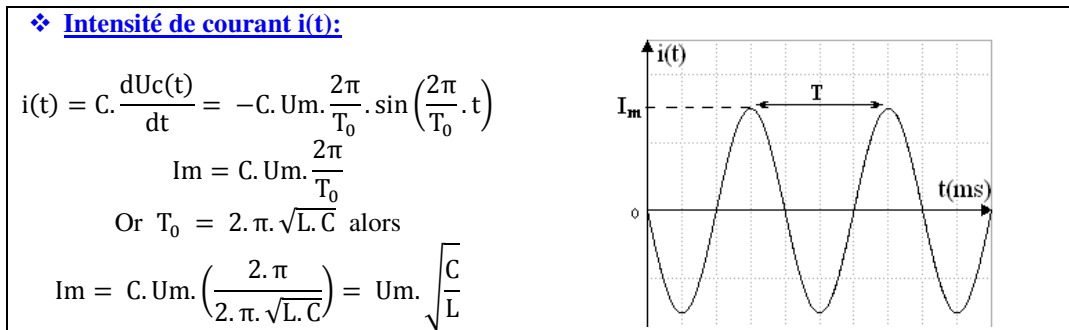
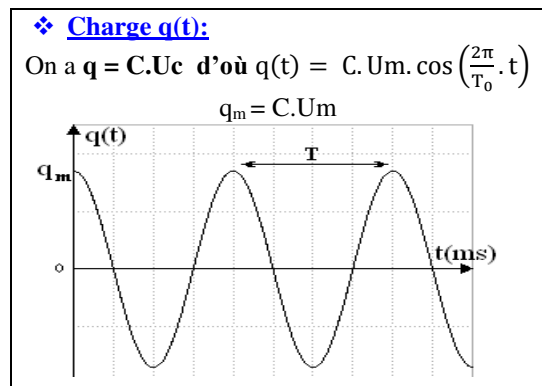
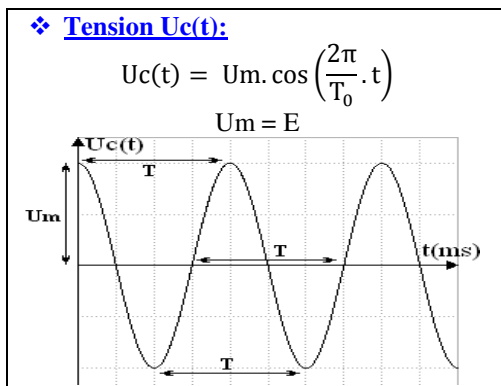
Conclusion : $U_m=E$, $\varphi=0$, et $T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$ alors : $U_c(t) = E \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$

3.3. Expression de l'intensité de courant :

$i = C \cdot \frac{dU_c}{dt} = -C \cdot U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$: Expression de l'intensité de courant

Avec $I_m = C \cdot U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) = C \cdot U_m \cdot \left(\frac{2\pi}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}\right) = U_m \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$

3.4. Quelques courbes :



4. Energie totale E_T :

L'énergie totale E_T emmagasinée dans un circuit LC est à tout instant la somme de l'énergie électrique E_e dans le condensateur et de E_m l'énergie magnétique dans la bobine

$E_T = E_e + E_m$ avec $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2$ donc $E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left(\frac{U_R}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot U_R^2$

5. Conservation de l'énergie totale E_T :

on sait que : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$ et on dérive $\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$; $(f^n)' = n \cdot f^{n-1} \cdot f'$ et $f^2 = 2 \cdot f \cdot f'$

$$\begin{aligned} \frac{dE_T}{dt} &= \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{dt} U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot \frac{d}{dt} i^2 && ; \frac{dU_c^2}{dt} = 2 \cdot U_c \cdot \frac{dU_c}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{di^2}{dt} = 2 \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \\ &= \frac{1}{2} C \cdot (2 \cdot U_c \cdot \frac{dU_c}{dt}) + \frac{1}{2} L \cdot (2 \cdot i \cdot \frac{di}{dt}) && ; i = C \cdot \frac{dU_c}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2 U_c}{dt^2} \\ &= C \cdot U_c \cdot \frac{dU_c}{dt} + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \\ &= C \cdot U_c \cdot \frac{dU_c}{dt} + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

$$= C \cdot U_c \cdot \frac{dU_c}{dt} + L \cdot \left(C \cdot \frac{dU_c}{dt} \right) \cdot \left(C \cdot \frac{d^2U_c}{dt^2} \right)$$

$$= C \cdot \frac{dU_c}{dt} \left(U_c + L \cdot C \cdot \frac{d^2U_c}{dt^2} \right) \quad ; U_c + L \cdot C \cdot \frac{d^2U_c}{dt^2} = 0 : \text{Equation différentielle}$$

$$= 0$$

Conclusion :

$E_T = C^te$ est une constante au cours du temps donc l'énergie totale se conserve.

Les oscillations correspondent à un échange énergétique entre le condensateur et la bobine : Il y a conversion d'énergie électrique en énergie magnétique et réciproquement.

**** Exploiter les courbes :**

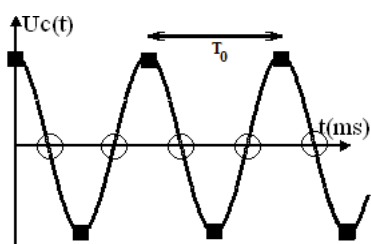
$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$$

$i(t)$ est la dérivée première de $U_c(t)$ représentant une fonction sinusoïdale ($U_c(t) = U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t\right)$) donc $i(t)$ est nulle si $U_c(t)$ (ou bien $q(t)$) est extrémum (soit maximum ou minimum) et inversement.

Points spécifiques sur la figure	$U_c(t)$	$q(t)$	$i(t)$	E_e	E_m	$E_T = E_e + E_m$
○	0	0	I_m	0	$E_m = \frac{1}{2} L I_m^2$	$E_T = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} L \frac{U_{Rm}^2}{R^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot U_{Rm}^2$
■	U_m	q_m	0	$E_e = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C}$	0	$E_T = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot U_{Cm}^2$

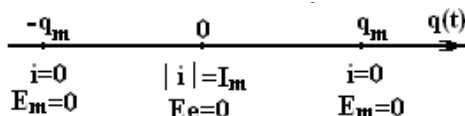
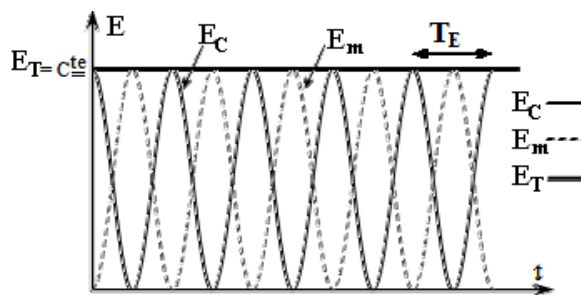
NB :

L'énergie totale dans un circuit LC est constante et est égale à l'énergie électrique initiale (maximale)



$$T_0 = 2 \cdot T_E$$

T_0 : période propre
 T_E : période des énergies



NB :

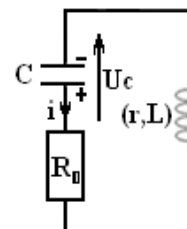
$T_0 = 2 \cdot T_e$: La période propre des oscillations électriques T_0 est le double de la période des énergies T_e

II. Etude du circuit RLC

1. Décharge d'un condensateur dans une bobine

Le montage est constitué de :

- Un condensateur de capacité C , initialement chargé et porteur de la charge q_0 et une tension $U_0=E$
- Une bobine de coefficient d'induction L et de résistance interne r
- Un conducteur ohmique de résistance R_0 La résistance totale du circuit est $R = R_0 + r$



2. Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_c + U_L = 0$ et les transitions :

$$U_R = R_0 \cdot i = R_0 \cdot \frac{dq}{dt} = R_0 \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} \quad \text{et} \quad U_L = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée :

$$q = C \cdot U_c \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$$

Variable U_c :

$$R \cdot i + U_c + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{donc} \quad R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} + U_c + L \cdot C \cdot \frac{d^2U_c}{dt^2} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{LC} U_c = 0$$

Variable q :

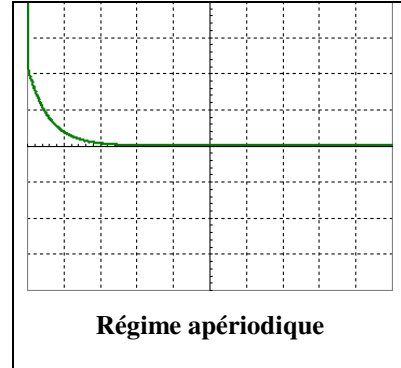
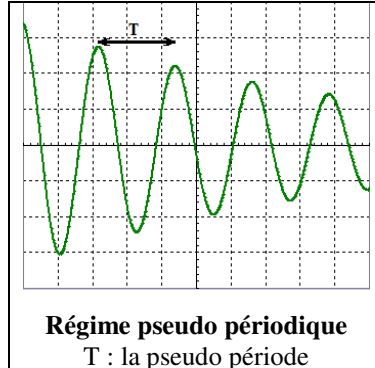
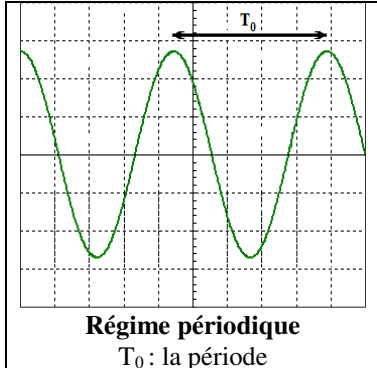
$$R \cdot i + U_c + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{donc} \quad R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

La grandeur $\frac{R}{L} \cdot \frac{dU_C}{dt}$ ou $\frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt}$

- Concrétise le caractère non-oscillatoire du système (l'amortissement des oscillations électriques)
- Détermine le régime des oscillations (periodique, pseudo périodique ou apériodique)

La résistance est le dipôle qui influe sur l'amplitude des oscillations, quand la résistance **R** du circuit est :

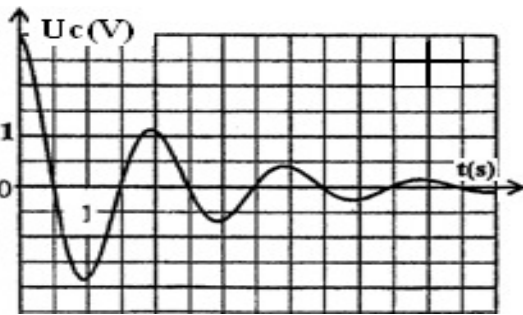
- **Faible** les oscillations du système sont amorties, le régime est **pseudopériodique**.
- **Élevée** le système n'oscille pas et donc le régime est apériodique



NB :

La période et la pseudo période sont considérés souvent égales $T \approx T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$

3. Courbe de la tension du condensateur (Régime pseudo périodique :



L'amplitude des oscillations diminue au cours du temps

La cause : La résistance est le dipôle qui influe sur l'amplitude des oscillations

L'explication : Dissipation (perte) progressivement de l'énergie (initialement emmagasinée dans le condensateur) en énergie thermique par effet joule dans les résistances.

NB :

L'amortissement est d'autant plus important que la résistance est élevée

Un circuit électrique RLC, réalisé avec un condensateur chargé, est le siège d'oscillations électriques libres amorties.

4. Transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine :

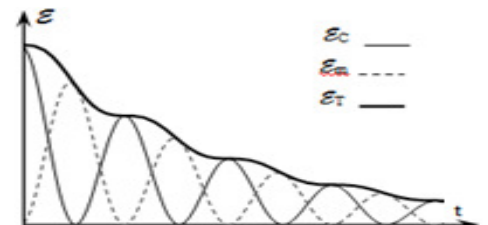
on sait que : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$; $(f^n)' = n \cdot f^{n-1} \cdot f'$ et $f^2 = 2 \cdot f \cdot f'$ et on dérive $\frac{dE_T}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \left(U_C + L \cdot C \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} \right)$

on a d'après l'équation différentielle : $R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + U_C + L \cdot C \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} = 0$ avec $U_C + L \cdot C \cdot \frac{d^2 U_C}{dt^2} = -R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

$\frac{dE_T}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \left(-R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} \right)$ donc $\frac{dE_T}{dt} = R \cdot \left(C \cdot \frac{dU_C}{dt} \right)^2$ puisque $i = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ Alors $\frac{dE_T}{dt} = -R \cdot i^2 < 0$

NB : $\frac{dE_T}{dt} = -R \cdot i^2 < 0$

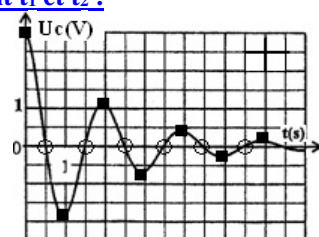
- Les oscillations correspondent à un échange énergétique entre le condensateur et la bobine : Il y a conversion d'énergie électrique en énergie magnétique et réciproquement.
- **Le circuit (RLC) est dissipatif d'énergie :** son énergie totale E_T diminue au cours du temps.



- Le phénomène d'amortissement résulte de la dissipation (perte) de l'énergie totale dans le circuit sous forme d'énergie thermique par effet joule

**** Comment calculer l'énergie dissipée entre deux instant t_1 et t_2 :**

Points spécifiques sur la figure	U_C	i	E_e	E_m	E_T
■	U_{Cmax}	0	$E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_{Cmax}^2$	0	$E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_{Cmax}^2$
○	0	I_m	0	$E_m = \frac{1}{2} L \cdot I_m^2$	$E_T = \frac{1}{2} L \cdot I_m^2$



$\Delta E_T = E_T(t_2) - E_T(t_1)$: L'énergie dissipée par effet joule entre les instants t_1 et t_2

5. Entretien des oscillations

Entretenir des oscillations dans un circuit c'est lui fournir de l'énergie pour compenser les pertes par effet Joule dans les résistances, alors on ajoute au circuit un générateur de tensions

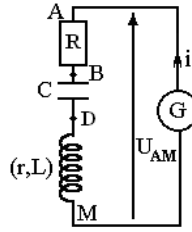
$$U_{AM} = U_{AB} + U_{BD} + U_{DM}$$

$$U_{AM} = R \cdot i + \frac{q}{C} + r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$U_{AM} = (R+r) \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2}$$

On en déduit l'équation différentielle :

$$\ddot{q} + \left(\frac{R+r}{L} \dot{q} - \frac{U_{AM}}{L} \right) + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$$



Si $U_{AM} = (R+r) \cdot i$ La tension au borne du générateur est proportionnelle à l'intensité de courant et que le coefficient de proportionnalité est $(R+r)$ alors $\ddot{q} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$

Conclusion :

Le générateur fournit au circuit l'énergie nécessaire pour compenser l'énergie dissipée (perdue) par effet Joule à condition que $U_{AM} = (R+r) \cdot i$

EXERCICE 1

Un groupe d'élèves musiciens souhaite réaliser un diapason électronique capable d'émettre des sons purs, en particulier la note la_3 (note la du troisième octave). Cette note sert de référence aux musiciens pour accorder leurs instruments.

Un son pur est une onde acoustique sinusoïdale de fréquence donnée. Il peut être obtenu par excitation d'un haut-parleur à l'aide d'une tension électrique sinusoïdale de même fréquence.

DOCUMENT : octave 3 de la gamme tempérée

Note	do	Ré	mi	fa	sol	la	si
Fréquence (en Hz)	262	294	330	349	392	440	494

2. Réalisation d'oscillations électriques

Le condensateur C est à présent chargé sous la tension E du générateur ; on bascule l'interrupteur K en position 2. Cet instant est choisi comme nouvelle origine des temps.

2.1. La tension u aux bornes du condensateur évolue en fonction du temps de la manière présentée en **annexe 5**.

2.1.1. Les oscillations électriques observées sont amorties. Quel est le dipôle responsable de cet amortissement ?

2.1.2. Qualifier ce régime d'oscillations par un terme approprié.

2.2. Sur la courbe $u = f(t)$ présentée en **annexe 5**, sont notés deux points C et D. Comment appelle-t-on la durée écoulée entre ces deux points ? Évaluer graphiquement cette valeur.

2.3. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur

3. Entretien des oscillations

En feuilletant leur manuel de physique, les élèves constatent qu'il est possible de rajouter au circuit précédent, un dispositif qui entretient les oscillations.

3.1. Expliquer, en une phrase, le rôle de ce dispositif, d'un point de vue énergétique.

3.2. Sachant que les paramètres du circuit précédent n'ont pas été modifiés, représenter, sur l'**annexe 6** (à rendre avec la copie), la courbe $u = f(t)$ obtenue après entretien des oscillations.

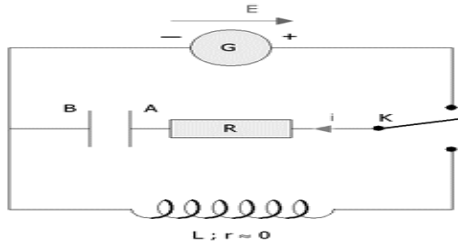
3.3. Rappeler l'expression de la période propre T_0 du circuit oscillant. Calculer sa valeur, sachant que le condensateur a une capacité $C = 1,0 \mu\text{F}$ et que l'inductance L de la bobine vaut ici $0,100 \text{ H}$.

3.4. En déduire la fréquence f_0 de la tension obtenue.

3.5. Le circuit oscillant est relié à un haut-parleur convertissant cette onde électrique en onde sonore de fréquence f_0 . Les élèves souhaitent accorder leurs instruments en émettant la note la_3 à l'aide du circuit précédent.

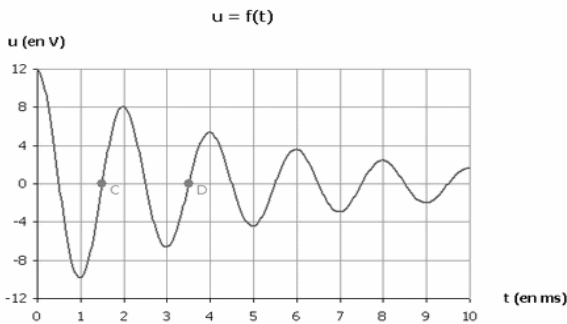
- 3.5.1. La fréquence précédemment obtenue est-elle un son de l'octave 3 de la gamme ?
- 3.5.2. Quels paramètres peut-on changer pour modifier la valeur de la fréquence émise ?
- 3.5.3. Sachant que les élèves ne disposent pas d'autre condensateur que celui du circuit initial, calculer la valeur de l'autre paramètre qui permettra d'obtenir la note la_3 .
- 3.5.4. On règle à présent ce paramètre sur 232 mH ; déterminer la nature de la note alors émise par le diapason.

ANNEXE 3 : à rendre avec la copie :

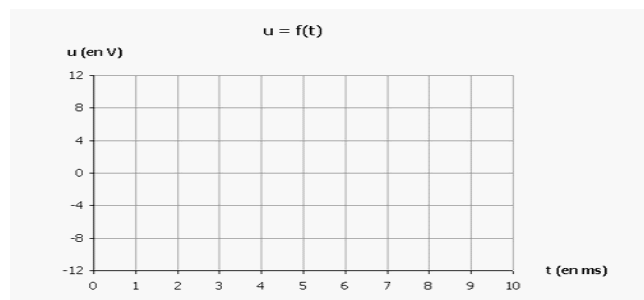


- G : Générateur de tension constante $E = 12 \text{ V}$
- R : Résistance du conducteur ohmique $R = 1000 \Omega$
- C : Capacité du condensateur $C = 1,0 \mu\text{F}$
- L : Inductance réglable de la bobine (résistance r négligeable)

ANNEXE 5 : à rendre avec la copie :



ANNEXE 6 : à rendre avec la copie :



EXERCICE 2

1. Décharge d'un condensateur dans une bobine

On réalise la décharge d'un condensateur dans la bobine précédente ($L=0,1\text{H}$) dans deux cas :

1.1. Premier cas : On utilise un condensateur de capacité C initialement chargée sous la tension U_0 (fig.3). On note $q(t)$ la charge du condensateur à l'instant t .

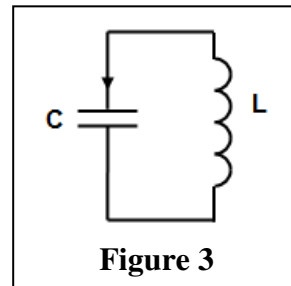


Figure 3

1.1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

1.1.2. Déterminer la valeur de C sachant que le circuit est le siège d'oscillations électriques libres non amorties, de période propre $T_0=2 \text{ ms}$. On prend $\pi^2=10$.

1.2. Deuxième cas : On utilise le condensateur précédent de capacité C initialement chargée sous la tension $U_0=6 \text{ V}$, et on l'associe à la bobine précédente montée en série avec un conducteur ohmique de résistance R réglable et un interrupteur ouvert. On règle la résistance du conducteur ohmique sur la valeur R_0 , et on ferme le circuit à l'instant $t_0=0$.

A l'aide d'un système d'acquisition informatique, on suit la tension $u_c(t)$ entre les bornes du condensateur, on obtient le graphe de la figure (4).

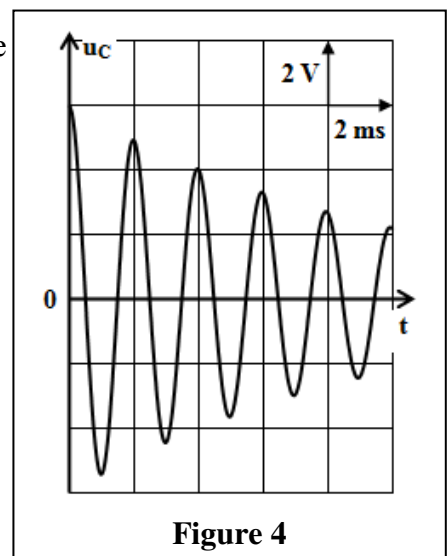


Figure 4

1.2.1. Nommer le régime d'oscillations que montre le graphe.

1.2.2. Calculer la valeur de l'énergie totale \mathcal{E}_0 du circuit à l'instant $t_0=0$ et la valeur de l'énergie totale \mathcal{E}_1 du circuit à l'instant $t_1=2T$, avec T pseudo période des oscillations électriques. Y a-t-il conservation de l'énergie totale du circuit ?

1.2.3. On admet que $\ln\left(\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_1}\right) = \frac{R_0}{L}(t_1 - t_0)$. Déterminer la valeur de R_0 .

EXERCICE 3

2-Etude de l'amortissement et de l'entretien des oscillations dans un circuit RLC

Une fois le condensateur est totalement chargé, on bascule l'interrupteur K vers la position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates ($t = 0$).

La courbe de la figure 3, représente l'évolution temporelle de la charge $q(t)$ du condensateur.

2.1. Identifier le régime oscillatoire qui correspond à la courbe de la figure 3 .

2.2. En assimilant la pseudo période à la période propre de l'oscillateur électrique, déterminer l'inductance L de la bobine (b) avec $C = 1 \mu\text{F}$,

2.3. Calculer $\Delta \mathcal{E}$, la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_1 = 0 \text{ ms}$ et $t_2 = 18 \text{ ms}$, puis interpréter ce résultat.

2.4. Pour entretenir les oscillations, on monte en série avec le condensateur et la bobine (b), précédemment étudiés, un générateur (G) qui délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant électrique: $u_G(t) = k.i(t)$.

2.4.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

2.4.2. On obtient des oscillations électriques sinusoïdales lorsque la constante k prend la valeur $k = 11$ dans le système d'unités internationales. En déduire la valeur de la résistance électrique r_b de la bobine (b).

3. Etude énergétique du circuit RLC série

Le professeur insère dans le montage en série avec le conducteur ohmique, une bobine d'inductance $L = 0,1 \text{ H}$ et de résistance négligeable.

Après avoir chargé de nouveau et totalement le condensateur, le professeur bascule l'interrupteur en position (2), à l'instant $t_0 = 0$. La figure (5) représente les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

3.1. Montrer que l'expression de l'énergie totale du circuit à un instant t s'écrit : $\mathcal{E} = \frac{1}{2} C.u_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{R^2} \cdot u_R^2$

3.2. Déterminer la valeur de $\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$, la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 3,5 \text{ ms}$. Interpréter ce résultat.

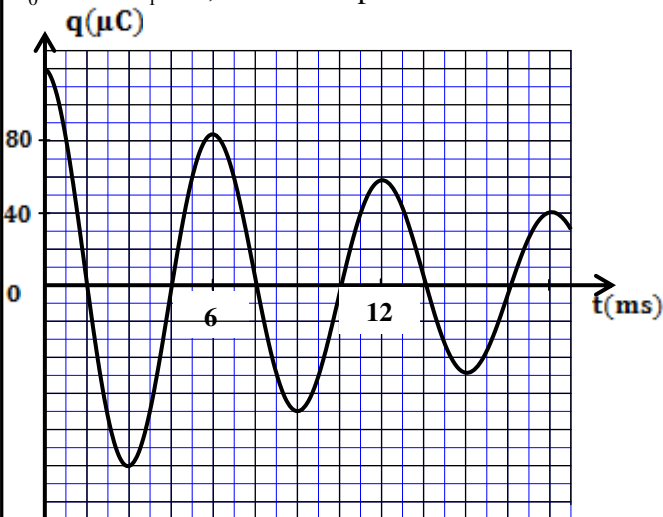


Figure 3

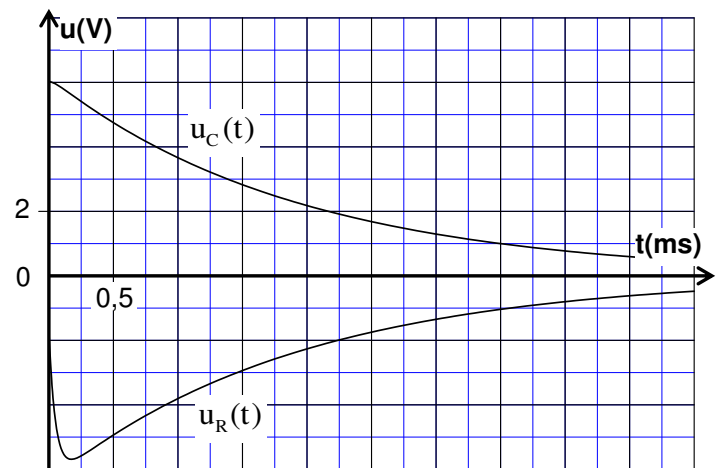


Figure 5

EXERCICE 4

2.2- Etude du dipôle RLC

Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_C = U_0$,on ouvre K_1 et on ferme K_2 à un instant pris comme nouvelle origine des dates ($t=0$). Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$ (fig.5) .(la droite (T1) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.)

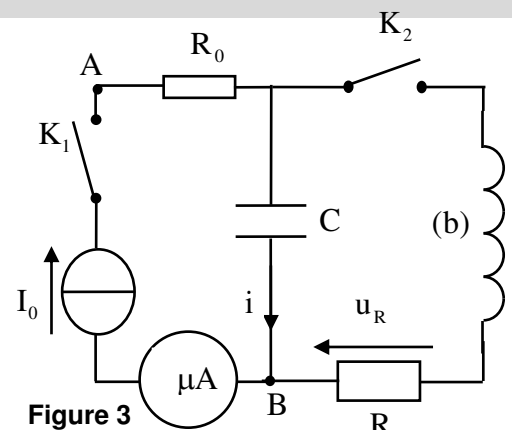


Figure 3

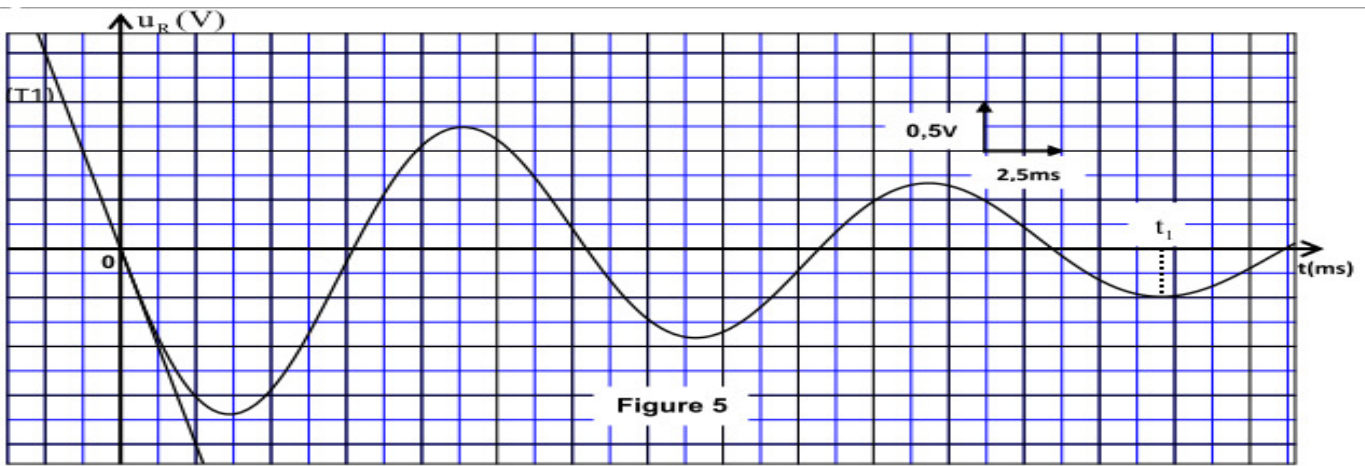


Figure 5

2.2.1- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q du condensateur.

2.2.2- Exprimer $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R , r et i ; E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t et i l'intensité du courant circulant dans le circuit au même instant.

2.2.3- Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R} \cdot \left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de $u_R(t)$ à $t=0$. Calculer U_0 .

2.2.4- Trouver $|E_j|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants $t=0$ et $t=t_1$ (fig.5).

EXERCICE 5

3.Oscillations dans un circuit RLC .

Ahmed a ajouté au montage représenté dans la figure 3 un conducteur ohmique de résistance R et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable; Il obtient le montage de la figure 5.

3.1- A la fin de la charge du condensateur, Ahmed règle la résistance R sur la valeur $R = 0$.

A l'instant $t=0$, il bascule l'interrupteur K à la position (2); Il obtient alors la courbe représentée par la figure 6.

a- Établir dans ce cas l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur.

b - La solution de l'équation différentielle s'écrit sous

la forme $u_c = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$. Trouver l'expression de T_0

et Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

c- En considérant la conservation de l'énergie, calculer l'intensité maximale du courant dans le circuit.

3.2 - Ahmed règle la résistance R sur la valeur $R_2 \neq 0$; Il obtient un

régime pseudopériodique dont la tension u_c vérifie l'équation

$$\text{différentielle : } \frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_c = 0$$

Trouver l'expression $\frac{dE_T}{dt}$ en fonction de R_2 et i (E_T)

représente l'énergie totale du dipôle à l'instant t .

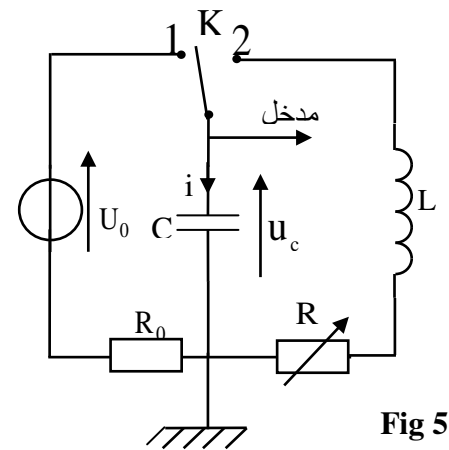


Fig 5

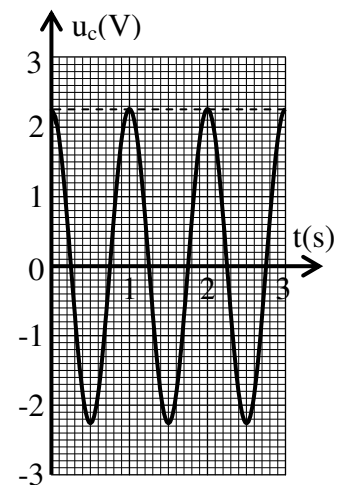
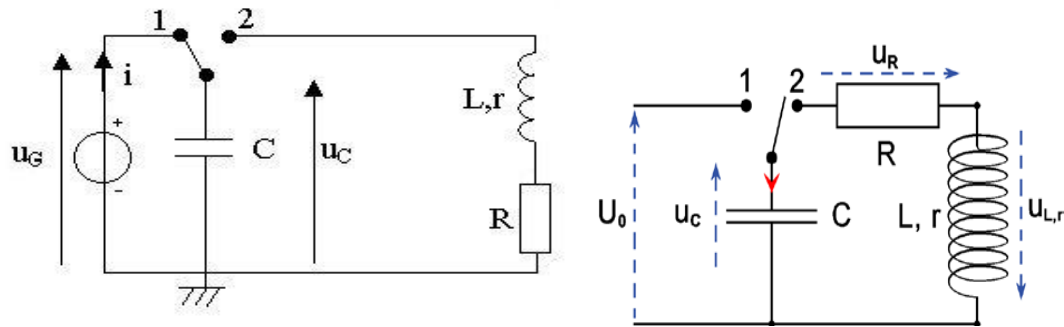


Fig 6

Le circuit RLC libre et amorti

On dit qu'un circuit RLC série est en régime libre lorsqu'il ne subit aucun apport d'énergie après l'instant initial.

I- Etude expérimentale



- Quand l'interrupteur est en **position 1**, on charge le condensateur.
- Lorsqu'on bascule l'interrupteur en **position 2**, le condensateur se décharge dans la bobine.
- Lorsque l'on regarde l'évolution de $u_c(t)$, on observe alors l'apparition d'oscillations électriques amorties.

Equation différentielle :

$$u_{AB}(t) = u_{L,r}(t) + u_R(t) + u_C(t) = 0$$

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + \frac{R+r}{L} \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C(t) = 0$$

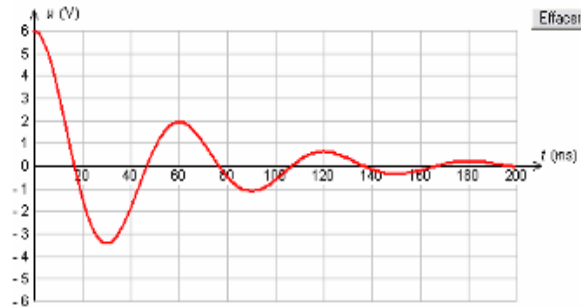
Influence de l'amortissement : 4 régimes possibles

$\frac{R+r}{L} \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$ est le terme d'amortissement

L'amortissement, dans un circuit RLC série en régime libre (sans apport extérieur d'énergie), **dépend de la résistance totale du circuit : $R_t = R + r$** .

a. Régime pseudo-périodique :

valeur de R_t est petite : On observe un **signal périodique** dont **l'amplitude des oscillations décroît** au cours du temps.



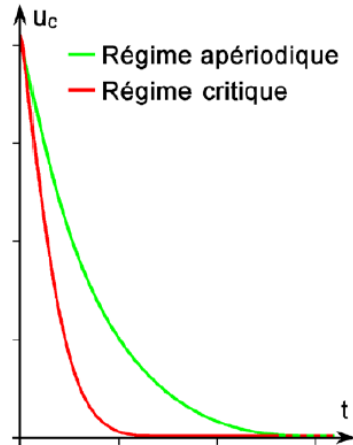
- On appelle la période d'un tel signal la **pseudo-période T** , temps qui s'écoule **entre deux valeurs maximales successives**, elle est constante.

b. Régime apériodique :

Quand l'amortissement est trop fort (**valeur de R_t trop grande**) alors il n'y a plus d'oscillations

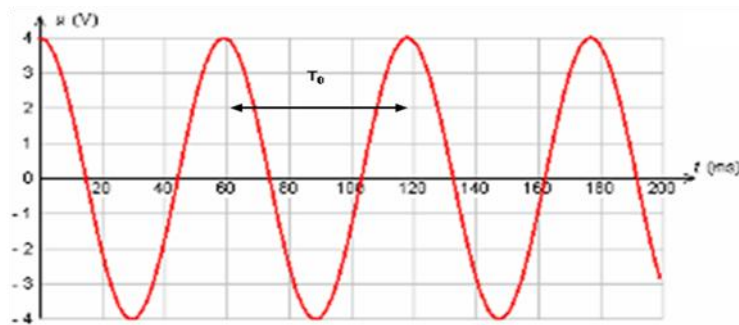
c. Régime critique :

Il existe une **valeur de R_t** pour laquelle on passe du **régime pseudo-périodique au régime apériodique**. Cette valeur de résistance est nommée résistance critique et le régime correspondant s'appelle également le régime critique.



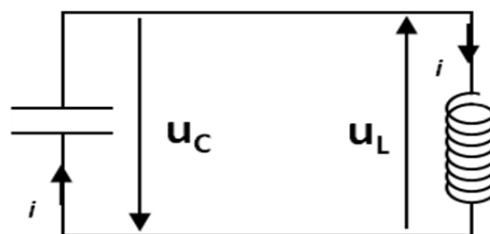
d. Régime périodique :

Si **l'amortissement est négligeable** (ce qui ne peut exister en pratique pour un circuit libre), le système est le siège **d'oscillations non amorties**, le régime est alors périodique. Les oscillations sont de périodes T_0 .



Doc n°4

II Etude de l'oscillateur non amorti



Doc n°6

a. Etablissement de l'équation différentielle :

La charge du condensateur initiale est q_0 et la bobine a une résistance négligeable

D'après la loi des tensions (mailles) : $u_C + u_L = 0$

• Or $u_L = L \times \frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$

d'où $u_L = LC \frac{d^2u_C}{dt^2}$

• Ainsi :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \times u_C = 0$$

Soit une solution de la forme : $u_C = U_m \times \cos(\omega_0 t + \phi)$

Avec U_m , ω_0 et ϕ sont trois constantes à déterminer.

Vérifions qu'elle satisfait bien à l'équation différentielle :

• $\frac{du_C}{dt} = -\omega_0 \times U_m \times \sin(\omega_0 t + \phi)$

Puis $\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\omega_0^2 \times U_m \times \cos(\omega_0 t + \phi) = -\omega_0^2 \times u_C$

• En remplaçant dans l'équation différentielle :

$$\left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2 \right) \times u_C = \left(\frac{1}{LC} - \omega_0^2 \right) \times U_m \times \cos(\omega_0 t + \phi) = 0$$

• Cette relation doit être vraie quelque soit t ce qui impose :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

On appelle ω_0 la **pulsation propre des oscillations électriques**. Elle s'exprime en **rad.s⁻¹**.

Période propre des oscillations

Elle est liée à la pulsation propre par la relation :

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{d'où} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Unité de T_0 : $LC = L/R \times RC$ or L/R et RC sont homogènes à des temps donc LC est homogène à un temps². et T_0 homogène à temps. **Donc T_0 s'exprime en s.**

Détermination des deux autres constantes U_m et ϕ

$$u_c = U_m \times \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Ainsi U_m **est appelée amplitude de la tension u_c** , elle sera la tension maximale atteinte par u_c

Et à $t = 0$ on a $u_c(0) = U_m \times \cos(\phi)$;

ϕ est appelée phase à l'origine des dates, elle s'exprime en radian

➤ Expression de l'intensité du courant :

$$\text{On sait que : } i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_c}{dt} \quad \longrightarrow \quad \boxed{i = - \underbrace{C \times \omega_0 \times U_m}_{I_m} \times \sin(\omega_0 t + \phi)}$$

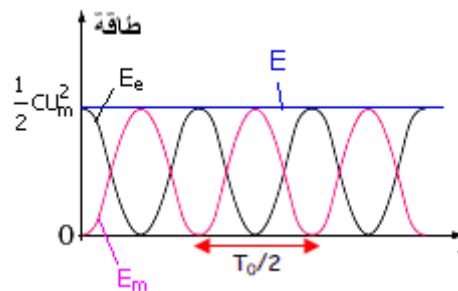
➤ Etude énergétique d'un circuit LC

L'énergie emmagasinée par un condensateur est : $E_e = \frac{1}{2} C u_c^2$

L'énergie emmagasinée par la bobine est : $E_m = \frac{1}{2} L i^2$

L'énergie totale est :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} Cu_c^2 = \frac{1}{2} L(C\omega_0 U_m)^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} CU_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{2} CU_m^2 = \frac{1}{2} LI_m^2$$



l'énergie totale est constante et il y a un perpétuel transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine.

➤ **Etude énergétique : Régime pseudo-périodique :**

Equation différentielle : $u_C + u_L + u_R = 0$

On pose $R' = R + r$

$$u_R = Ri \quad u_L = ri + L \frac{di}{dt} \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Donc : } u_L = rC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

L'équation différentielle devient : $u_C + R'i + L \frac{di}{dt} = 0$ (*)

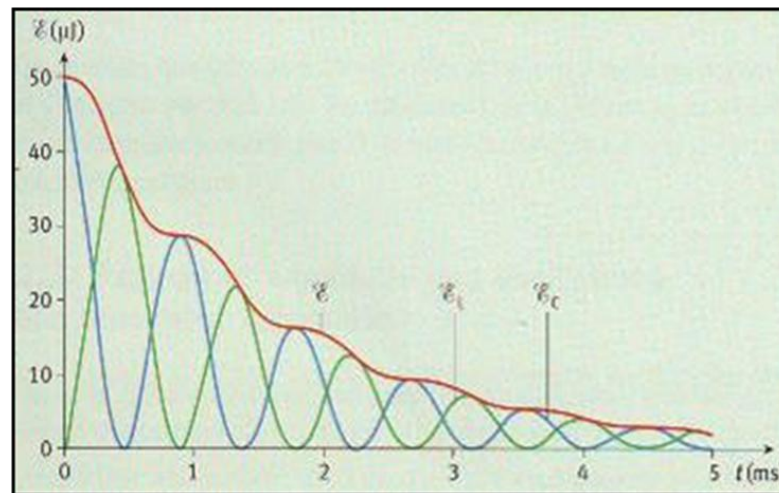
$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R'}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

L'énergie totale est $E = \frac{1}{2} Cu_c^2 + \frac{1}{2} Li^2$ soit $\frac{dE}{dt} = Cu_c \frac{du_c}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i(u_c + L \frac{di}{dt})$

D'après (*) on a donc $\frac{dE}{dt} = -R'i^2$

➤ **L'énergie totale** ($E_C + E_L$) **décroit** au cours du temps, cette énergie étant progressivement **dissipée par effet joules** dans la résistance.

- Il s'effectue un **transfert d'énergie du condensateur dans la bobine puis de la bobine dans le condensateur** et ainsi de suite. Quand E_C est max alors E_L est nulle et quand E_C est nulle E_L est max.



Doc n°5

- **Etude de l'oscillateur amorti : entretien des oscillations**

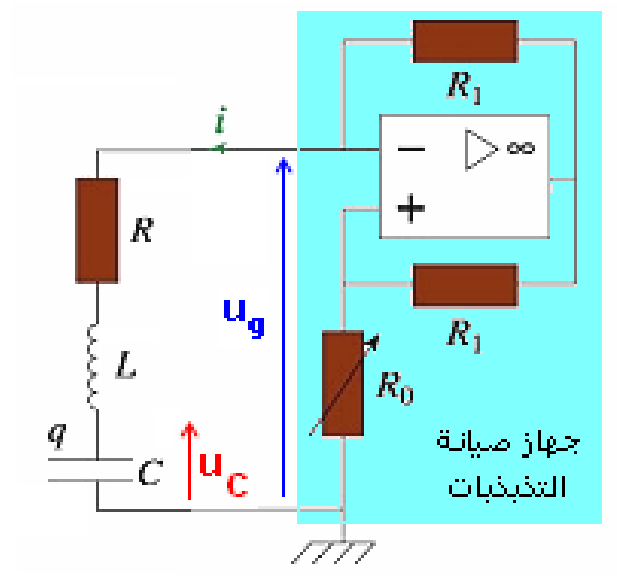
Pour entretenir les oscillations d'un circuit RLC libre, il faut apporter au circuit, par l'intermédiaire d'un dispositif, la même quantité d'énergie qui a été perdue. C'est le rôle du dispositif d'entretien (générateur u_g).

- **L'énergie perdue correspond à une puissance $P_J = R' \times i^2$.**

Pour entretenir les oscillations, on doit alors insérer une source d'énergie qui fournisse la tension u_S vérifiant :

$$\underline{P_S = u_S \times i = P_J = R' \times i^2}$$

Ainsi la source doit fournir : $u_S = R' \times i$



L'équation différentielle devient : $u_c + R'i + L\frac{di}{dt} = u_s = R'i$

Soit : $u_c + L\frac{di}{dt} = 0$ soit

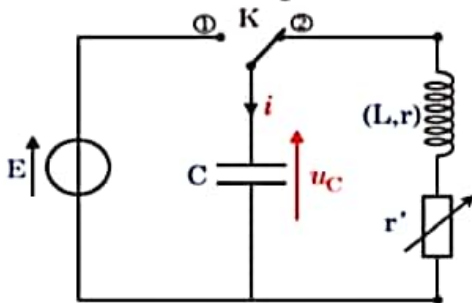
$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} \times u_c = 0$$

On retrouve le régime sans amortissement. On crée une tension

sinusoïdale de période : $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

I. Décharge d'un condensateur dans une bobine:

On réalise le montage suivant:



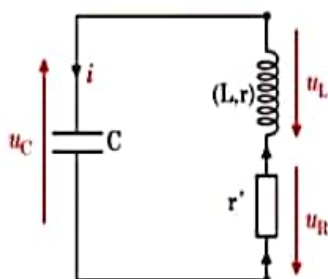
on place l'interrupteur (K) sur la position (1), le condensateur se charge, puis on bascule l'interrupteur sur la position (2). Le condensateur se décharge dans la bobine et le conducteur ohmique.

Selon la valeur de la résistance du circuit, on observe sur l'écran de l'oscilloscope les régimes suivants:

Régime pseudo-périodique	Régime critique	Régime aperiodique
R faible	R grande	R plus grande
	u_c tend rapidement vers zéro	u_c tend vers zéro sans oscillations

II - Etude analytique d'un circuit oscillant:

1. Equation différentielle d'un circuit RLC en série:



d'après la loi d'additivité des tensions:

$$u_L + u_R + u_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + r i + R i + u_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r) i + u_C = 0$$

avec: $i = c \frac{du_C}{dt}$

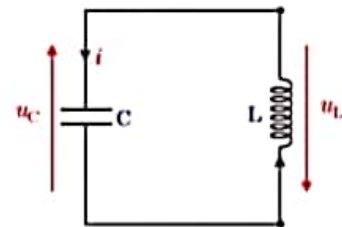
$$\cdot \frac{di}{dt} = c \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L c \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R+r) c \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{Lc} u_C = 0$$

2. circuit LC idéal:

Association en série d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L et de résistance nulle.



Equation différentielle:

d'après la loi d'additivité des tensions:

$$u_L + u_C = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$L c \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{Lc} u_C = 0$$

Solution de l'équation différentielle:

La solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme:

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

- U_m : tension maximale aux bornes du condensateur.
- T_0 : Période propre de l'oscillation en (s).
- φ : phase

→ Détermination de l'expression de T_0 :

$$u_C = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right) U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c = 0$$

par identification avec l'équation différentielle on trouve:

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

→ Détermination de φ :

$$\text{à } t=0: u_c(0) = U_m \cos = U_m$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

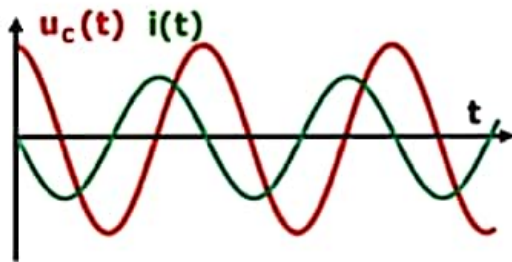
→ Représentation de u_c et i en fonction t :

$$u_c(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$$i = c \frac{du_c}{dt} = -c \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$$i = c \left(\frac{2\pi}{T_0}\right) U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \frac{\pi}{2}\right)$$



Conclusion:

u_c et i sont en quadrature de phase. lorsque l'une est maximale ou bien minimale l'autre s'annule.

III. Énergie d'un circuit oscillant:

⊙ Énergie totale:

$$E_T = E_m + E_e = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} C u_c^2$$

⊙ La Conservation de l'énergie totale:

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2} L \frac{di^2}{dt} + \frac{1}{2} C \frac{du_c^2}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} L \left(2i \frac{di}{dt}\right) + \frac{1}{2} C \left(2u_c \frac{du_c}{dt}\right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = L i \frac{di}{dt} + C u_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\text{avec: } i = c \frac{du_c}{dt}$$

$$\cdot \frac{di}{dt} = c \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} + C u_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \left[\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c \right]$$

Circuit RL en série

d'après l'équ. diff.

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = -\frac{R_T}{L} \frac{du_c}{dt}$$

Donc:

$$\frac{dE_T}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \left[-\frac{R_T}{L} \frac{du_c}{dt} \right]$$

$$= -R_T C^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2$$

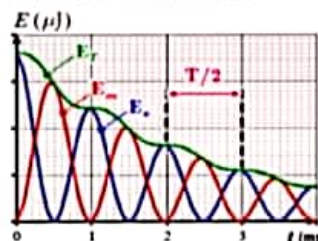
$$= -R_T \left(C \frac{du_c}{dt} \right)^2$$

$$\frac{dE_T}{dt} = -R_T i^2 < 0$$

$$\Rightarrow E_T \downarrow$$

L'énergie totale diminue au cours du temps.

- Les oscillations sont amorties à cause de la dissipation de l'énergie par effet joule dans la résistance.



Circuit LC idéal

$$\frac{dE_T}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow E_T = \text{cte}$$

Donc l'énergie d'un circuit LC se conserve.

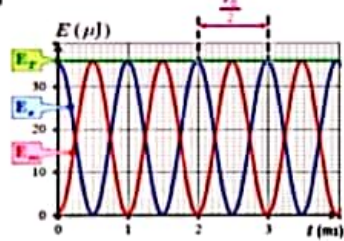
À chaque instant il y a transformation mutuelle de l'énergie électrostatique E_e et énergie magnétique E_m ou l'inverse. on a donc:

$$\begin{array}{ccc} -U_m & 0 & U_m \\ |i=0 & |i=\pm I_m & |i=0 \end{array}$$

$$E_e = E_{e_{\max}} \quad E_e = 0 \quad E_e = E_{e_{\max}}$$

$$E_m = 0 \quad E_m = E_{m_{\max}} \quad E_m = 0$$

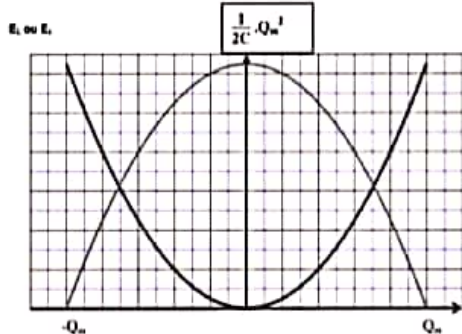
$$\Rightarrow E_T = E_{e_{\max}} \quad E_T = E_{m_{\max}} \quad E_T = E_{e_{\max}}$$



① Différents types de diagrammes Énergétique pour un circuit LC idéal:

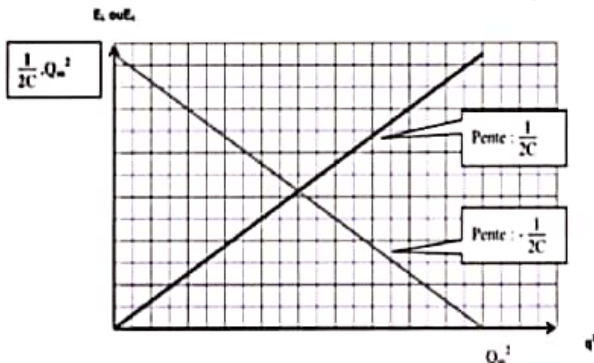
• Courbe de variation de $E_e = f(q)$ et $E_m = g(q)$:

- $E_T = E_m + E_e = E_{m_{max}} = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = cte$
- $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$: c'est l'équation d'une parabole.
- $E_m = -E_e + E_T = -\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = aq^2 + b$: c'est l'équ. d'une parabole.
 $E_m = \frac{1}{2C} (Q_m^2 - q^2)$



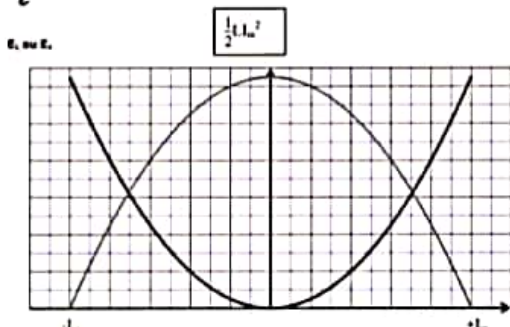
• Courbe de variation de $E_e = f(q^2)$ et $E_m = g(q^2)$:

- $E_T = E_m + E_e = E_{e_{max}} = E_{m_{max}} = cte$
- $E_e = \frac{1}{2C} q^2 = a q^2$: c'est l'équation d'une droite linéaire croissante, de coeff. directeur (Pente): $a = \frac{1}{2C} > 0$
- $E_m = -E_e + E_T = -\frac{1}{2C} q^2 + E_T = a' q^2 + b$: c'est l'équ. d'une droite affine décroissante, de coeff. directeur est $a' = -\frac{1}{2C} < 0$



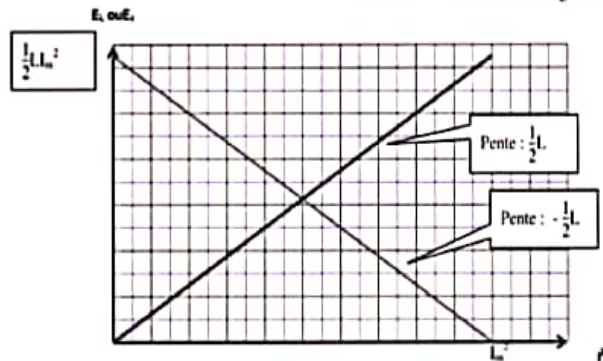
• Courbe de variation de $E_m = f(i)$ et $E_e = g(i)$:

- $E_T = E_m + E_e = E_{m_{max}} = \frac{1}{2} L I_m^2 = cte$
- $E_m = \frac{1}{2} L i^2 = a i^2$: c'est l'équ. d'une parabole.
- $E_e = -E_m + E_T = -\frac{1}{2} L i^2 + E_T = a' i^2 + b$: c'est l'équ. d'une parabole.
 $E_e = \frac{1}{2} L (I_m^2 - i^2)$



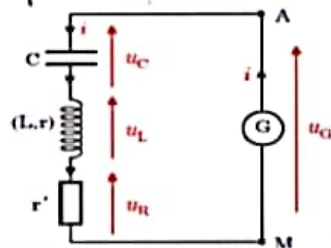
• Courbe de variation de $E_m = f(i^2)$ et $E_e = g(i)$:

- $E_T = E_m + E_e = E_{m_{max}} = E_{e_{max}} = cte$.
- $E_m = \frac{1}{2} L i^2 = a i^2$: c'est l'équ. d'une droite linéaire croissante, le coeff. directeur est $a = \frac{1}{2} L > 0$.
- $E_e = -E_m + E_T = -\frac{1}{2} L i^2 + E_T = a' i^2 + b$: c'est l'équ. d'une droite affine décroissante, le coeff. directeur est: $a' = -\frac{1}{2} L < 0$



IV - Entretien des oscillations:

Pour entretenir les oscillations, il faut compenser les pertes d'énergie par effet joule, pour cela on met en série un générateur délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant ($U_G = k i$) avec le dipôle RLC.



d'après la loi d'additivité des tensions:

$$\begin{aligned} u_L + u_R + u_C &= u_G \\ L \frac{di}{dt} + r i + R i + u_C &= k i \\ L \frac{di}{dt} + (R+r) i + u_C &= k i \\ L \frac{di}{dt} + (R_T - k) i + u_C &= 0 \\ L C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_T - k) C \frac{du_C}{dt} + u_C &= 0 \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{(R_T - k)}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0}$$

Pour avoir des oscillations sinusoïdale il faut que l'équation différentielle s'écrive sous la forme:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

c.a.d: $R_T - k = 0$
 $\Rightarrow k = R_T$

CIRCUIT RLC SÉRIE EN RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

I. ÉTUDE DE LA TENSION AUX BORNES DE LA RÉSISTANCE

I.1 Calcul de la fonction de transfert

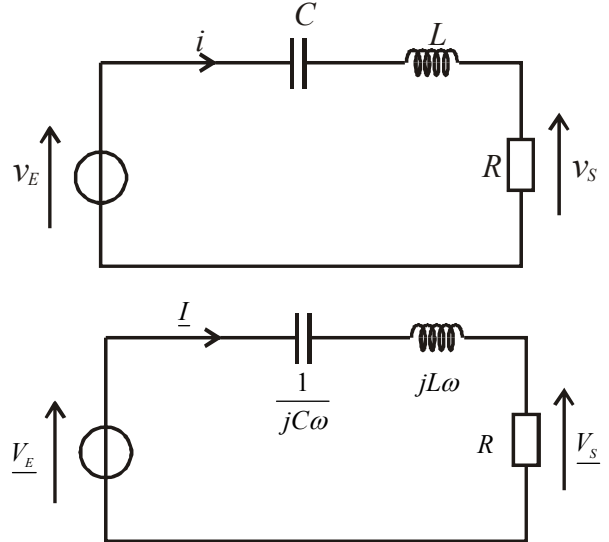
On étudie la tension aux bornes de la résistance d'un circuit RLC série.

Un GBF délivre une tension sinusoïdale $v_E(t) = E_m \cos(\omega t)$.

On cherche $v_s(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

Méthode de résolution des exercices en régime sinusoïdal forcé :

- Redessiner le circuit en indiquant les amplitudes et impédances complexes. Simplifier le circuit en utilisant les lois d'association série, parallèle.
- Écrire $v_s(t)$ sous la forme : $v_s(t) = S_m \cos(\omega t + \varphi)$.
- On cherche à exprimer \underline{V}_s en fonction de \underline{V}_E . On utilisera les résultats du continu : diviseur de tension, diviseur de courant, loi des mailles, loi des nœuds en termes de potentiel ou théorème de Millman.



On peut écrire un diviseur de tension : $\underline{V}_s = \underline{V}_E \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega}$. D'où la fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_E} = \frac{R}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} \quad (\text{eq.1})$$

I.2 Forme canonique

Il existe plusieurs **formes canoniques** possibles (voir chapitre sur les filtres). On cherche à identifier à :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (\text{eq.2})$$

Pour identifier les équations (1) et (2), il faut transformer l'équation 1 pour faire apparaître le terme $1 + j(\dots)$. On

divise par R au numérateur et au dénominateur : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)}$.

Identification : $\begin{cases} H_0 = 1 \\ \frac{Q}{\omega_0} = \frac{L}{R} \\ Q\omega_0 = \frac{1}{RC} \end{cases}$. D'où $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $Q = \frac{L\omega_0}{R}$ et $H_0 = 1$.

On va donc étudier par la suite la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$

La pulsation réduite est définie par $u = \frac{\omega}{\omega_0}$. On a donc : $\underline{H}(ju) = \frac{1}{1 + jQ\left(u - \frac{1}{u}\right)}$

$$v_E = E_m \cos(\omega t) \Rightarrow \underline{V_E} = E_m$$

$$v_S = S_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \underline{V_S} = S_m \exp(j\varphi)$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(j\omega)| = \frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{S_m}{E_m} = \text{rapport des amplitudes (appelé gain et noté } G) \\ \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(\underline{V_S}) - \arg(\underline{V_E}) = \varphi = \text{déphasage de } v_S \text{ par rapport à } v_E. \end{cases}$$

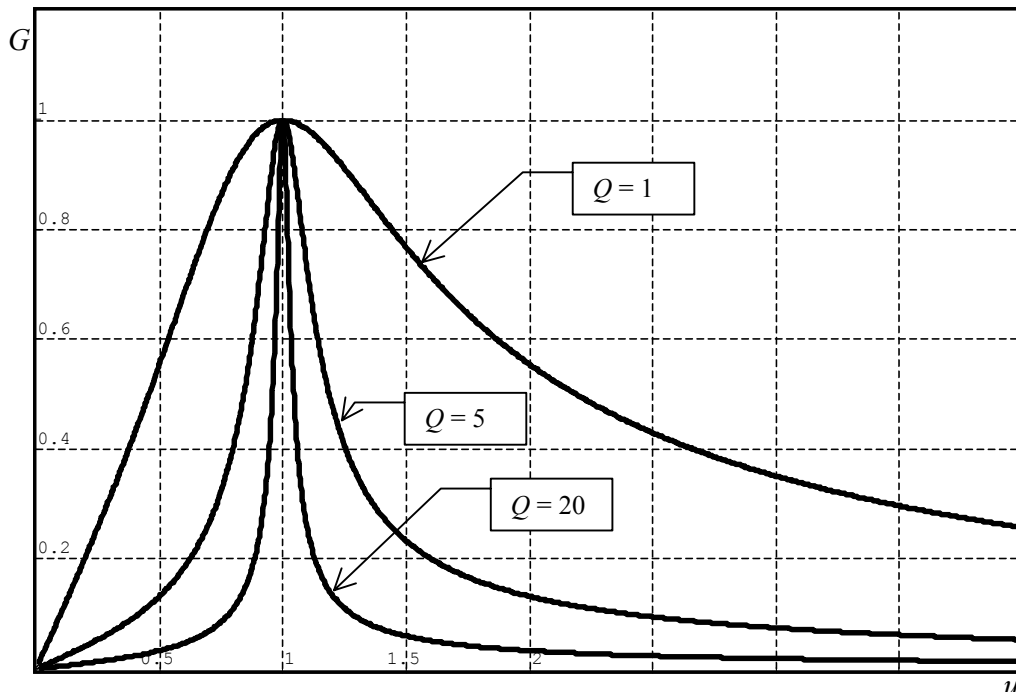
L.3 Étude du gain G en fonction de la pulsation réduite

Le gain est défini par $G = |\underline{H}(ju)| = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(u-\frac{1}{u}\right)^2}}$. On se contente souvent de trois points particuliers :

- G est maximum¹ si le dénominateur est minimum, c'est à dire pour $\left(u-\frac{1}{u}\right)^2 = 0$, c'est à dire $u-\frac{1}{u} = 0$, soit $u = 1$,
 $G_{\max} = 1$ quelque soit Q .
- si $u \rightarrow 0$, $\underline{H}(ju) = \frac{1}{jQ\left(-\frac{1}{u}\right)} \approx \frac{j}{Q}u$ donc $G \rightarrow 0$
- si $u \rightarrow \infty$, $\underline{H}(ju) = \frac{1}{jQ(u)} \approx \frac{-j}{Q} \frac{1}{u}$ donc $G \rightarrow 0$.

G est maximum pour $u = 1$, c'est à dire pour $\omega = \omega_0$. On dit qu'il y a résonance en tension aux bornes de la résistance ou **résonance en intensité.**

Remarque : il y a toujours résonance en intensité (par rapport à Q) contrairement à la résonance en tension aux bornes du condensateur (voir paragraphe suivant).



Interprétation :

- Les signaux dont les pulsations s'éloignent de ω_0 ont des amplitudes de plus en faibles. Les signaux de pulsations voisines de ω_0 ont des amplitudes importantes : on a un **filtre passe-bande**.
- La courbe admet une tangente à l'origine² qui n'est pas horizontale.

¹ Il n'est pas utile de dériver car la fonction est simple à étudier. Mais attention aux conclusions trop hâtives. Dans le doute, il faut mieux dériver...

² Quand on demande l'allure d'une courbe dans un problème, il faut respecter les tangentes aux points particuliers.

On peut définir la **bande passante** à -3 dB. On a deux pulsations ω_1 et ω_2 pour lesquelles $|\underline{H}(j\omega_1)| = |\underline{H}(j\omega_2)| = \frac{|\underline{H}|_{\max}}{\sqrt{2}}$. La bande passante est : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$.

- On cherche u_1 et u_2 tels que :

$$G(u_1) = G(u_2) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}. \text{ D'où : } \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(u-\frac{1}{u}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow Q^2\left(u-\frac{1}{u}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(u-\frac{1}{u}\right)^2 - \frac{1}{Q^2} = 0$$

Il faut résoudre l'équation : $\left(u-\frac{1}{u}-\frac{1}{Q}\right)\left(u-\frac{1}{u}+\frac{1}{Q}\right) = 0$.

➤ Étude de $\left(u-\frac{1}{u}-\frac{1}{Q}\right) = 0 \Rightarrow u^2 - \frac{u}{Q} - 1 = 0$. Le discriminant vaut $\Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 = 4\left(1 + \frac{1}{4Q^2}\right) > 0$

$u = \frac{1}{2Q} \pm \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$. Une seule solution est physiquement acceptable ($u > 0$).

D'où $u_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0} = \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$

➤ Étude de $\left(u-\frac{1}{u}+\frac{1}{Q}\right) = 0 \Rightarrow u^2 + \frac{u}{Q} - 1 = 0$. Le discriminant vaut $\Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 = 4\left(1 + \frac{1}{4Q^2}\right) > 0$

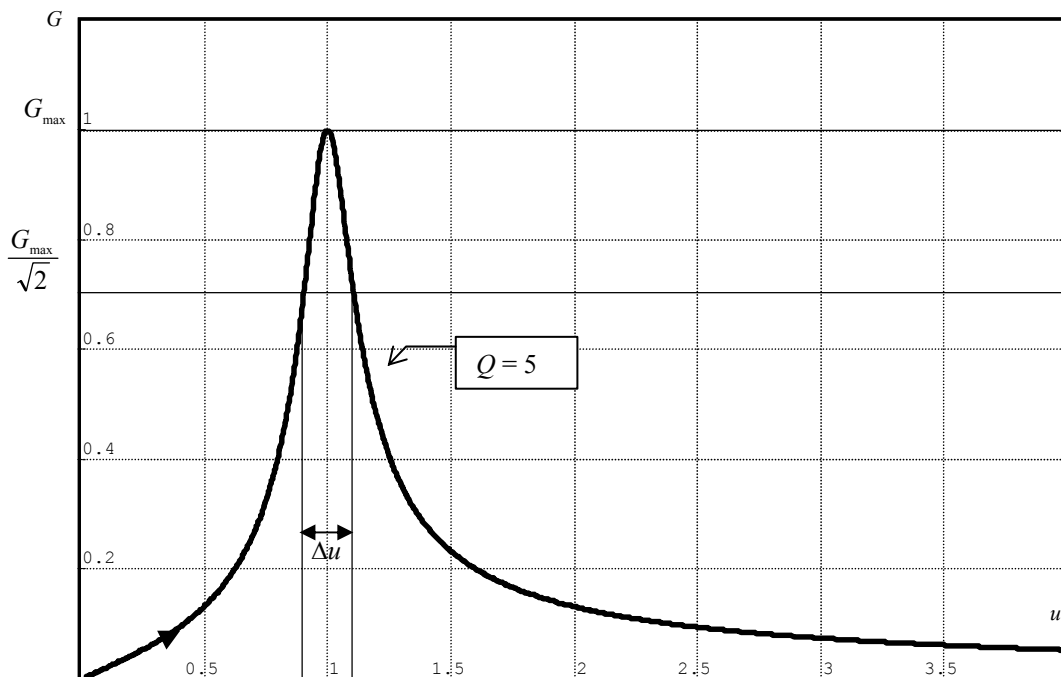
$u = -\frac{1}{2Q} \pm \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$. Une seule solution est physiquement acceptable ($u > 0$).

D'où $u_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0} = -\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$. On en déduit donc que : $\Delta u = \frac{1}{Q} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$.

Remarque : Ce résultat est à connaître. Si le facteur de qualité est grand, la bande passante est petite, le circuit est sélectif.

La largeur de la bande passante pour un passe-bande est : $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$. En fréquence, on a $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$. En pulsations réduites, on a : $\Delta u = \frac{1}{Q}$. Le circuit est d'autant plus sélectif (bande passante étroite) que le facteur de qualité est grand (résistance petite).

Les courbes tracées précédemment confirment bien le résultat.



L4 Étude du déphasage de la sortie par rapport à l'entrée

Le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée est : $\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = -\arg\left(1 + jQ\left(u - \frac{1}{u}\right)\right)$

a) Étude simplifiée du déphasage

- Si $u \rightarrow 0$, $\underline{H}(ju) = \frac{1}{jQ\left(-\frac{1}{u}\right)} \approx \frac{j}{Q}u$, donc $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$
- Si $u \rightarrow \infty$, $\underline{H}(ju) = \frac{1}{jQ(u)} \approx \frac{-j}{Q} \frac{1}{u}$ donc $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$.
- Si $u = 1$, $\underline{H}(ju) = 1$, donc $\varphi = 0$

b) Étude complète

Pour déterminer φ , l'expression de $\tan \varphi$ ne suffit pas, l'angle ne serait déterminé qu'à π près. Il faut donc préciser $\cos \varphi$ ou $\sin \varphi$.

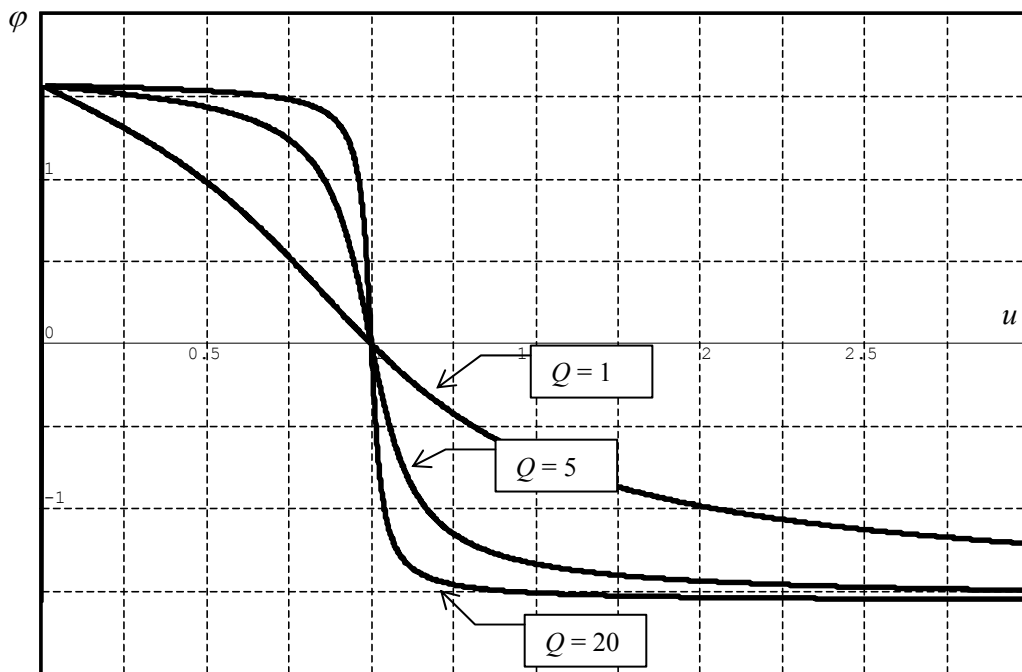
$$\begin{cases} \tan(-\varphi) = Q\left(u - \frac{1}{u}\right) \\ \cos(-\varphi) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(Q\left(u - \frac{1}{u}\right)\right)^2}} \end{cases} \quad \cos \varphi > 0, \text{ donc } \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

L'étude de la dérivée de φ par rapport à u se fait plus facilement en dérivant $\tan \varphi$.

$$\frac{d(\tan \varphi)}{du} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{du} = \frac{1}{Q} \left(-\frac{1}{u^2} - 1\right) < 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d\varphi}{du} < 0}$$

La fonction φ est donc décroissante.

- si $u \ll 1$ ($\omega \ll \omega_0$), $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$
- si $u \gg 1$ ($\omega \gg \omega_0$), $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$.



Interprétation : on a un **saut de phase de π** qui se fait autour de ω_0 . Il est d'autant plus rapide que le facteur de qualité est grand (résistance petite).

Si $u < 1$, la sortie est en avance de phase sur l'entrée. Si $u > 1$, la sortie est en retard de phase sur l'entrée.

II. ÉTUDE DE LA TENSION AUX BORNES DU CONDENSATEUR

II.1 Calcul de la fonction de transfert

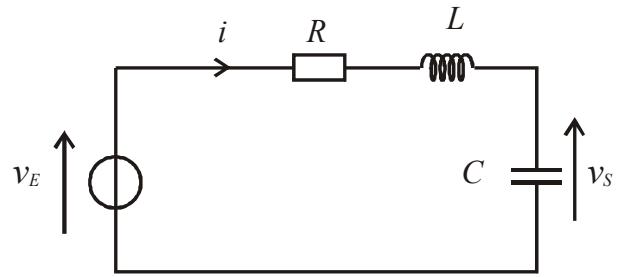
On étudie la tension aux bornes de la résistance d'un circuit RLC série.

Un GBF délivre une tension sinusoïdale $v_E(t) = E_m \cos(\omega t)$.

On cherche $v_S(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

On reconnaît un **diviseur de tension**.

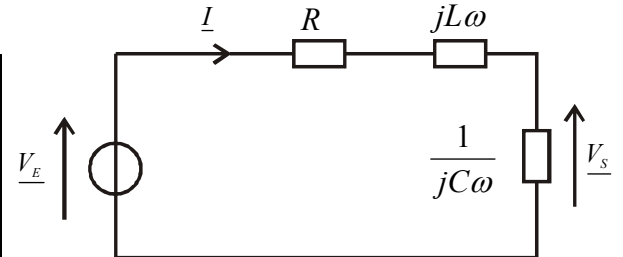
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$



II.2 Forme canonique

Il existe plusieurs **formes canoniques** possibles (voir chapitre sur les filtres). On cherche à identifier à :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{eq.2})$$



Pour identifier les équations (1) et (2), il faut transformer l'équation

1 pour faire apparaître le terme $1 + j(\dots)$. On multiplie par $jC\omega$ au numérateur et au dénominateur :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Identification : $\begin{cases} H_0 = 1 \\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \end{cases}$. D'où $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$; $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ et $H_0 = 1$.

$$\frac{1}{Q\omega_0} = RC$$

La pulsation réduite est définie par $u = \frac{\omega}{\omega_0}$: $\underline{H}(ju) = \frac{1}{1 - u^2 + j\frac{u}{Q}}$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_S}{V_E} \Rightarrow \begin{cases} |\underline{H}(j\omega)| = \frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{S_m}{E_m} = \text{rapport des amplitudes (appelé gain et noté } G) \\ \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(V_S) - \arg(V_E) = \varphi = \text{déphasage de } v_S \text{ par rapport à } v_E. \end{cases}$$

$v_E = E_m \cos(\omega t) \Rightarrow \underline{V}_E = E_m$
 $v_S = S_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow \underline{V}_S = S_m \exp(j\varphi)$

II.3 Étude du gain G

$$G = |\underline{H}(ju)| = \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \frac{u^2}{Q^2}}} = \frac{Q}{\sqrt{u^2 + Q^2(1-u^2)^2}}$$

Pour étudier G en fonction de u , il faut étudier le signe de la dérivée.

$$\frac{dG}{du} = -\frac{Q}{2} \left[u^2 + Q^2(1-u^2)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \left[2u - 2Q^2 2u(1-u^2) \right]$$

$$\frac{dG}{du} = -\frac{Q}{2} \left[u^2 + Q^2(1-u^2)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \left[2Q^2(1-u^2) - 1 \right]$$

$$\frac{dG}{du} = 0 \Leftrightarrow u = 0 \text{ ou } 1 - 2Q^2 + 2Q^2u^2 = 0$$

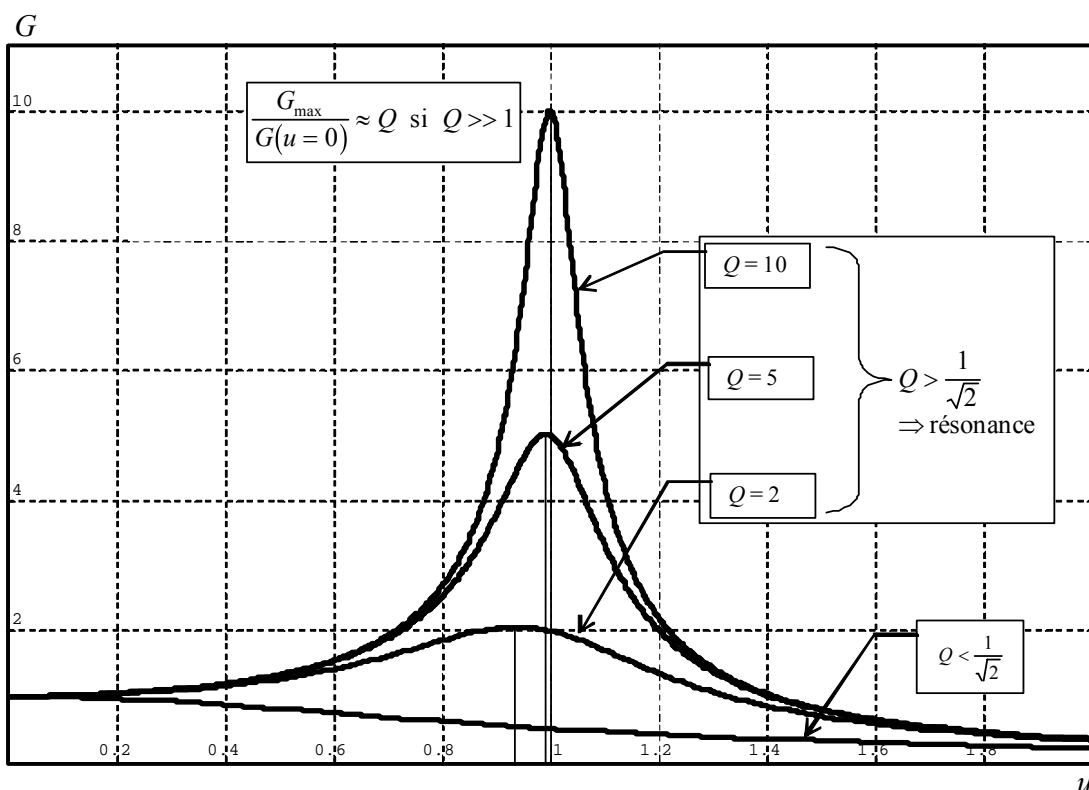
$$\frac{dG}{du} = 0 \Leftrightarrow u = 0 \text{ ou } u = u_R = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}. \text{ Ceci n'est possible que si } Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

On a donc deux cas :

- Si $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$: $\frac{dG}{du} < 0$. G est toujours décroissante.
 $G(0) = 1$, $G(1) = Q$ et si $u \rightarrow \infty$, $G \rightarrow 0$.
- Si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$: $\frac{dG}{du}$ s'annule pour $u = 0$ et $u = u_R = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$.

G passe par un maximum pour $u = u_R$.

$$G_{\max} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2} + Q^2 \left(\frac{1}{2Q^2} \right)}} = \frac{Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$



Interprétation :

- On a une **résonance en tension** si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. La pulsation réduite de résonance u_R est inférieure à 1 donc $\omega_R < \omega_0$.

Si Q est très grand (en pratique³ $Q > 5$), alors $u_R \approx 1$, soit $\omega_R \approx \omega_0$ et $\frac{G_{\max}}{G(u=0)} \approx Q$. Ce résultat se généralise si $G(u=0) \neq 1$. Q s'appelle aussi le facteur de surtension. Il faut prendre des précautions en TP puisqu'on peut avoir une tension supérieure à la tension de claquage du condensateur !

- La courbe présente une **tangente horizontale en 0**.
- Si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, on peut définir la **bande passante à -3 dB**. On a deux pulsations ω_1 et ω_2 pour lesquelles

$$G(\omega_1) = G(\omega_2) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}. \text{ La bande passante est : } \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1. \text{ On peut montrer que si } Q \gg 1, \Delta\omega \approx \frac{\omega_0}{Q}. \text{ Le}$$

circuit est d'autant plus sélectif (bande passante étroite) que le facteur de qualité est grand (résistance petite).

Pour $Q = 1$, on a un maximum peu contrasté : **résonance floue** alors que Q très grand devant 1, on a une **résonance aigue**.

³ $1/(4Q^2) = 1/100$. Cela revient à négliger 1/100 devant 1.

II.4 Étude de la phase de la sortie par rapport à l'entrée

La fonction de transfert est :
$$\underline{H}(ju) = \frac{1}{1-u^2 + j\frac{u}{Q}}$$

Le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée est :
$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = -\arg\left((1-u^2) + j\frac{u}{Q}\right)$$

a) Étude simplifiée du déphasage

- Si $u \rightarrow 0$, $\underline{H}(ju) \approx 1$, donc $\varphi \rightarrow 0$
- Si $u \rightarrow \infty$, $\underline{H}(ju) \approx \frac{1}{-u^2}$ donc $\varphi \approx -\pi$ ou π . Comment conclure ? La partie réelle du dénominateur $\approx -u^2$.

La partie imaginaire du dénominateur $\approx \frac{u}{Q}$. L'argument du dénominateur est compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π . Comme

φ est l'opposé de l'argument du dénominateur, on a $\boxed{\varphi \approx -\pi}$.

- Si $u = 1$, $\underline{H}(ju) = 1$, donc $\varphi = 0$

b) Étude complète

$$\tan \varphi = -\frac{\frac{u}{Q}}{1-u^2} \quad \text{et} \quad \sin \varphi = -\frac{\frac{u}{Q}}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \left(\frac{u}{Q}\right)^2}}$$

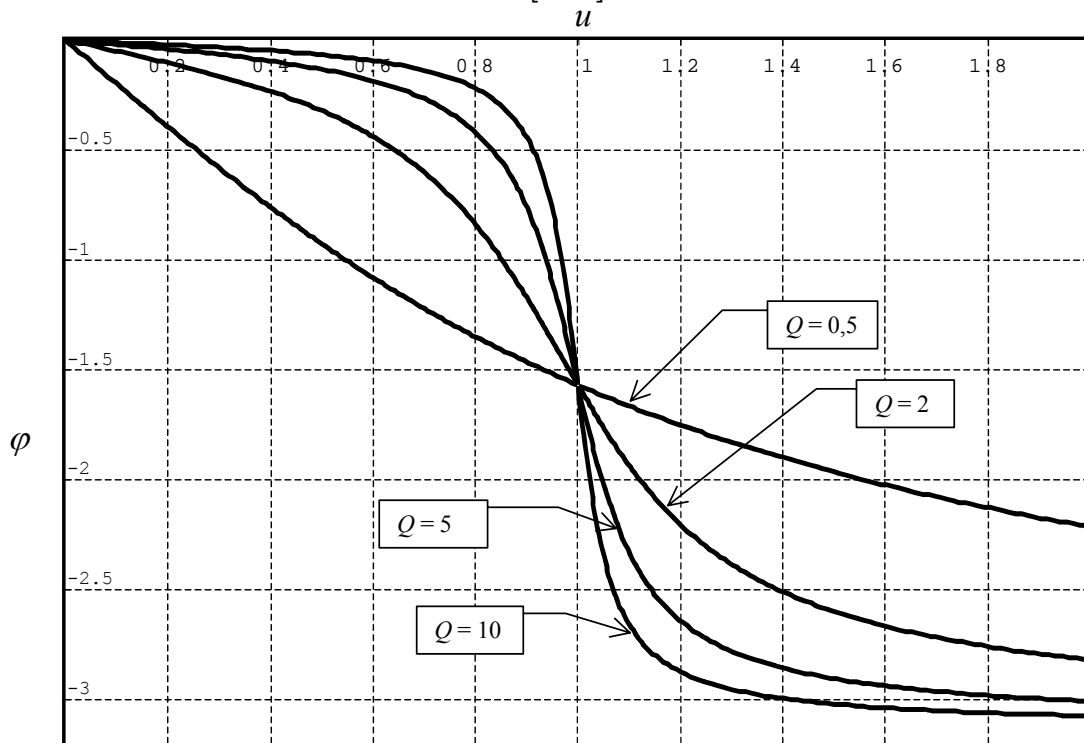
$\sin \varphi < 0$, donc $\varphi \in [-\pi, 0]$

Pour étudier la dérivée de φ par rapport à u , il est plus simple de dériver $\tan \varphi$.

$$\frac{d(\tan \varphi)}{du} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{d\varphi}{du} = -\frac{1}{Q} \frac{(1-u^2) + 2u^2}{(1-u^2)^2} = -\frac{1}{Q} \frac{(1+u^2)}{(1-u^2)^2} < 0 \Rightarrow \frac{d\varphi}{du} < 0$$

La fonction est donc décroissante.

- si $u \ll 1$, $\varphi \rightarrow 0$
- si $u \gg 1$, $\varphi \rightarrow -\pi$ (et non pas π car $\varphi \in [-\pi, 0]$)



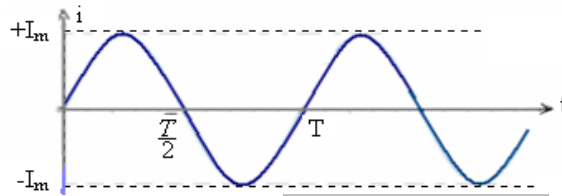
On a toujours $\varphi < 0$, la tension de sortie est donc toujours en retard de phase par rapport à la tension d'entrée.

Oscillations forcées dans un circuit RLC en série

I-Généralités sur le courant alternatif sinusoïdale :

1) Intensité du courant électrique alternatif sinusoïdale:

Le courant électrique alternatif sinusoïdale instantané est une fonction sinusoïdale du temps, son signe change deux fois par période. Il est caractérisé par sa fréquence $N = \frac{1}{T}$.



L'intensité instantanée du courant s'écrit : $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$

I_m : l'intensité maximale du courant électrique.

ω : la pulsation du courant électrique en (rad/s).

φ : la phase à l'origine (en rad)

N : la fréquence du courant électrique en (Hz) et on a : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot N$

I : intensité efficace du courant électrique, elle est liée à l'intensité maximale par la relation : $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

2) Tension alternative sinusoïdale:

La tension instantanée s'écrit : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$

U : tension efficace, elle est liée à la tension maximale par la relation : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

Remarque: Les valeurs efficaces sont les valeurs indiquées par les instruments de mesure lorsqu'on les utilise en courant alternatif.

3) Déphasage entre deux courbes sinusoïdales:

Considérons l'intensité instantanée du courant la tension instantanée.

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_u)$$

On appelle déphasage de u par rapport à i : $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ (il permet de savoir le retard ou l'avance de phase entre u et i .)

Si $\varphi > 0$, u est en avance de phase par rapport à i , Si $\varphi < 0$ u est en retard de phase par rapport à i

Si $\varphi = 0$, u et i sont **en phase**.

Si $\varphi = \pi$, u et i sont en **opposition de phase**.

Si $\varphi = \frac{\pi}{2}$, u et i sont **en quadrature de phase**.

4) Comment déterminer le déphasage?

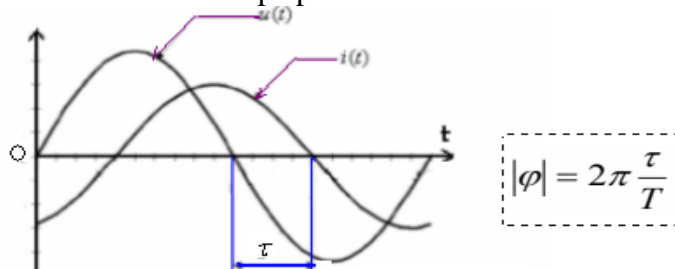
En considérant les conditions initiales. On a : $i=0$ à $t=0$ donc : $0 = I_m \cdot \cos\varphi_i \Rightarrow \varphi_i=0$ et dans ce cas le déphasage entre u et i devient $\varphi_u = \varphi$ donc on a :

$$i(t) = I_m \cdot \cos\omega \cdot t \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$\Rightarrow u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = U_m \cdot \cos\omega(t + \frac{\varphi}{\omega}) = U_m \cdot \cos(\omega(t + \tau))$$

Le retard temporel $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$ entre les deux courbes de u et i correspond au déphasage φ entre $i(t)$ et $u(t)$.

La détermination de τ sur l'écran de l'oscilloscope permet de connaître la valeur absolue du déphasage:

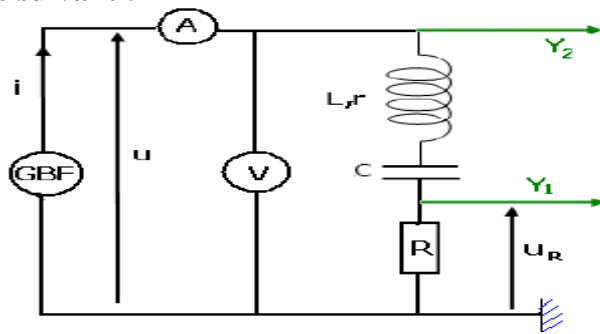


Si $u(t)$ est en avance de phase par rapport à i $\varphi > 0$ et si $u(t)$ est en retard de phase par rapport à i $\varphi < 0$.

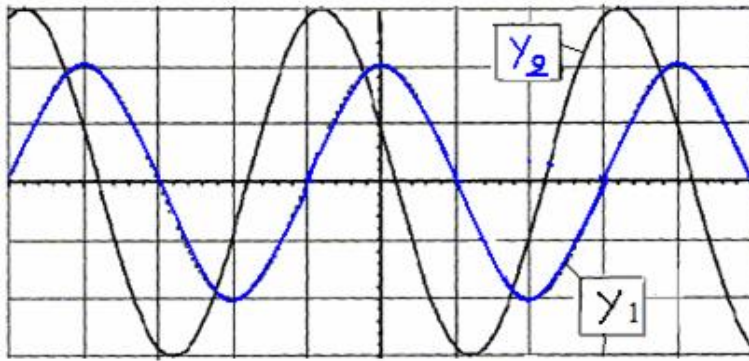
II-Etude d'un dipole RLC en série dans un régime sinusoïdale et forcé

1) Etude expérimental:

On réalise le montage suivant :



On visualise sur l'écran de l'oscilloscope dans l'entrée Y_2 la tension $u(t)$ entre les bornes de RLC et dans l'entrée Y_1 la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique. On obtient l'oscillogramme de la figure suivante:



$R = 100\Omega$
Sensibilité verticale de l'entrée Y_1 : 2V/div
Sensibilité verticale de l'entrée Y_2 : 1V/div
balayage horizontal : 1ms/div

On obtient des oscillations forcées car le générateur GBF impose sur circuit RLC sa fréquence et il l'oblige d'osciller avec cette fréquence c'est le régime d'oscillations forcées. Le générateur GBF s'appelle excitateur alors que le circuit RLC s'appelle résonateur.

- 1) Que représente la courbe visualisée dans l'entrée Y_1 et celle visualisée dans Y_2 ?
- 2) Déterminer la période T et la pulsation ω .
- 3) Déterminer la valeur de l'intensité maximale I_m du courant électrique qui traverse le circuit puis donner l'expression de l'intensité instantanée $i(t)$.
- 4) Déterminer la valeur de la tension maximale U_m entre les bornes du dipôle RLC.
- 5) Déterminer la valeur absolue du déphasage entre la tension et le courant puis déterminer son signe et en déduire l'expression de la tension instantanée de la tension aux bornes du dipôle RLC.

1) On a: $u_R = Ri \Rightarrow i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$ la courbe visualisée sur la voie Y_1 est proportionnelle à $i(t)$. $u_R(t)$ et $i(t)$ ont même phase. La courbe visualisée sur l'entrée Y_1 représente $u_R(t)$ et celle visualisée sur Y_2 représente u_{RLC}

2) $T = 4 \text{ div} \cdot 1 \text{ ms} / \text{div} = 4 \text{ ms}$ et : $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 500\pi / \text{s}$

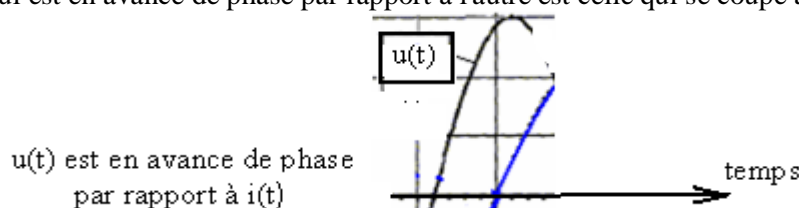
3) $U_{R_{\max}} = 4 \text{ div} \cdot 1 \text{ V} / \text{div} = 2 \text{ V}$ et : $U_{R_{\max}} = R I_{\max} \Rightarrow I_{\max} = \frac{U_{R_{\max}}}{R} = \frac{4}{100} = 0,04 \text{ A}$ En considérant les conditions initiales.: $i(t) = I_m \cos \omega t$ et : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ donc : $i = 0,04 \cos(500\pi t)$

4) $U_m = 3 \text{ div} \cdot 1 \text{ V} / \text{div} = 3 \text{ V}$

5) $|\varphi| = 2\pi \frac{\tau}{T} = 2\pi \frac{0,8 \text{ ms}}{4 \text{ ms}} = 0,4\pi$ or la phase de $i(t)$ est nulle et $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $i(t)$

donc $\varphi > 0$ par conséquence : $\varphi = 2\pi \frac{\tau}{T} = 2\pi \frac{0,8 \text{ ms}}{4 \text{ ms}} = +0,4\pi$ donc : $u(t) = 3 \cos(1,57 \cdot 10^3 t + 0,4\pi)$

Remarque: La courbe qui est en avance de phase par rapport à l'autre est celle qui se coupe avec l'axe de temps avant l'autre.



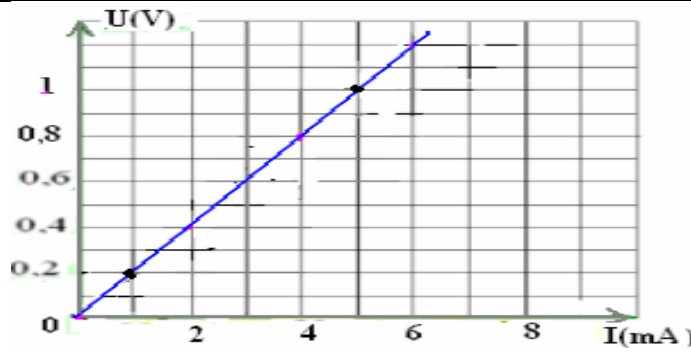
$u(t)$ est en avance de phase par rapport à $i(t)$

2)-Impédance d'un circuit RLC:

On garde dans le montage précédent la fréquence constante et on mesure la variation de la tension efficace en fonction de l'intensité efficace .

Tableau des mesures:

U(V)	0	0,4	0,8	1,2	1,6
I(mA)	0	2	4	6	8



La courbe qui représente la tension efficace $U=f(I)$ est une fonction linéaire : $U=Z.I$
 Z : s'appelle impédance du circuit en (Ω)

Remarque : En multipliant les deux membres de la relation précédente on obtient : $U.\sqrt{2} = Z.I.\sqrt{2} \Rightarrow U_m = Z.I_m$

Donc l'impédance du circuit est : $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$

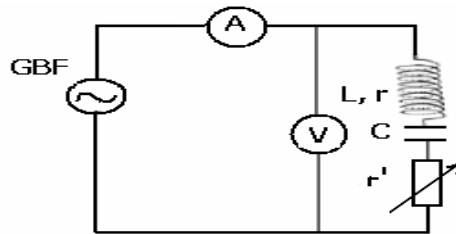
graphiquement on a : $Z = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{(1-0,2)V}{(5-1).10^{-3} A} = 200 \Omega$

III-Phénomène de résonance:

1)Etude expérimental:

On réalise le montage suivant dans lequel la fréquence du générateur GBF est variable ainsi que la résistance r' , l'inductance de la bobine $L=1,1H$. La capacité du condensateur est $C = 0,9 \mu F$

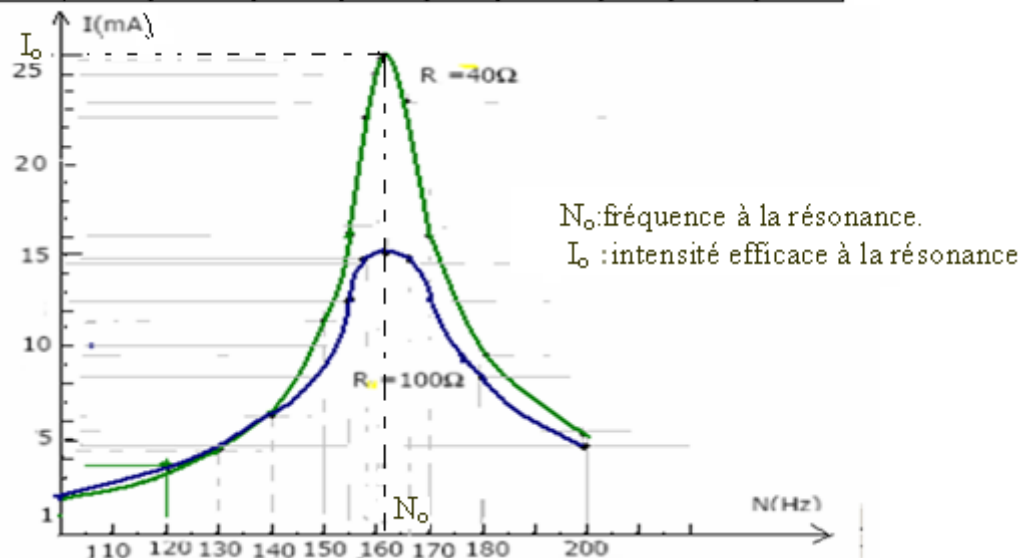
On garde la tension efficace constante $U=2V$.



On mesure la variation de l'intensité efficace dans le circuit avec la variation de la fréquence puis on change la valeur de la résistance totale du circuit.

Tableau des mesures:

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	166	170	180	200	
$R = 40 \Omega$	I(mA)	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	23,12	16	9,37	5,37
$R_0 = 100 \Omega$	I(mA)	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14,75	14,5	12,5	8,25	4,75



- A la résonance l'intensité efficace est maximale dans le circuit.
- Si la résistance du circuit est faible, la résonance est aigue.
- Si la résistance du circuit est grande, la résonance est floue.

2) Grandeurs caractérisant la résonance:

a) La fréquence à la résonance:

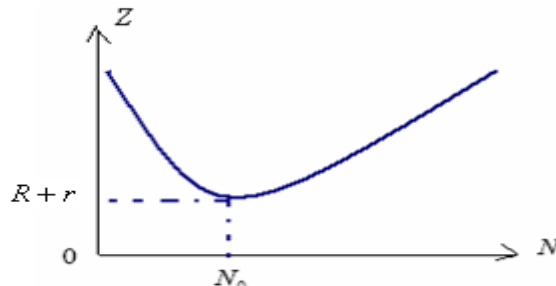
A la résonance la fréquence du générateur (excitateur) est égale à la fréquence propre du circuit

$$N_o = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{LC}}$$

b) impédance du circuit à la résonance:

A la résonance I est maximale donc l'impédance Z est minimale elle égale à la résistance totale du circuit RLC
Donc à la résonance : $Z=Z_o=R+r$.

On donne l'allure de la courbe qui représente la variation de Z en fonction de N :



c) Intensité efficace du courant à la résonance:

$$I_o = \frac{U}{R+r}$$

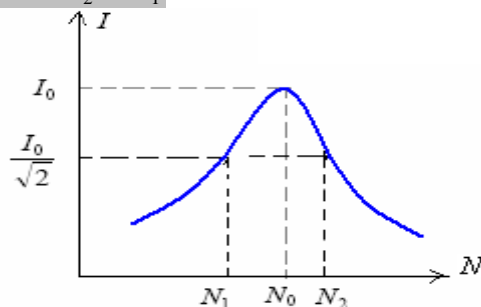
d) Déphasage à la résonance: u(t) et i(t) sont en phase $\Rightarrow \varphi = 0$

3) Largeur de la bande passante à -3décibels :

On appelle bande passante à -3 décibels d'un circuit RLC l'intervalle de fréquence $[N_1, N_2]$ du générateur pour

(I_o : est l'intensité maximale efficace à la résonance) $I \geq \frac{I_o}{\sqrt{2}}$ lequel l'intensité efficace du courant

La largeur de la bande passante est : $\Delta N = N_2 - N_1$



4) Le facteur de qualité:

Le facteur de qualité Q est le rapport la fréquence propre à la largeur de la bande passante. $Q = \frac{N_o}{\Delta N}$

Le facteur de qualité est un nombre sans unité.

IV-La puissance en régime alternatif sinusoïdal:

1) Puissance instantanée:

On considère un dipôle AB dans lequel passe un courant électrique : $i(t) = I.\sqrt{2}.\cos \omega t$ et aux bornes duquel est appliquée une tension/ $u(t) = U.\sqrt{2}.\cos(\omega t + \varphi)$.



La puissance électrique instantanée est:

$$p(t) = u(t)i(t) = 2U.I.\cos(\omega t + \varphi).\cos \omega t \quad \text{en appliquant la relation : } \cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

elle devient:

$$p(t) = U.I[\cos \varphi + \cos(2\omega t + \varphi)]$$

2) Puissance moyenne:

$P = U.\sqrt{2}.\cos \varphi$ représente la puissance moyenne.

$\cos \varphi$: dans cette relation représente le facteur de puissance.

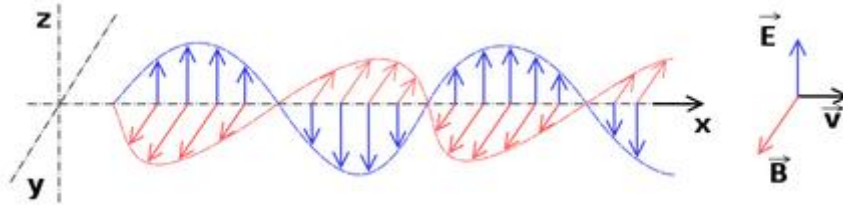
Remarque : La puissance moyenne se dissipe au niveau du circuit par effet Joule $P = (R+r).I^2$

Les ondes électromagnétiques -Transmission des émissions

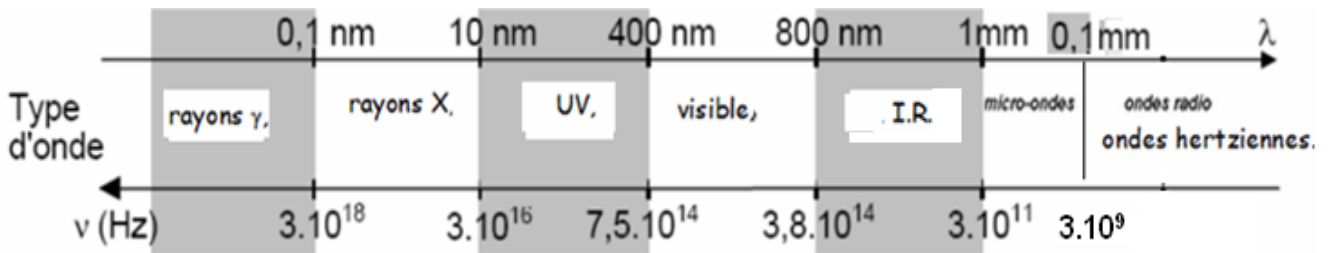
I- Caractéristique des ondes électromagnétiques:

Les ondes électromagnétiques correspondent aux oscillations couplées d'un champ électrique et d'un champ magnétique, dont les amplitudes varient de façon sinusoïdale au cours du temps. Elles se propagent dans l'air et dans le vide ainsi que dans certains milieux matériels

La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide et dans l'air est d'environ 3.10^8 m.s^{-1}



On rencontre différents types d'ondes électromagnétiques, ayant des propriétés très différentes. Elles comprennent un vaste domaine de longueurs d'onde, elles sont classées en fonction de leurs fréquences dans ce que l'on appelle le « spectre électromagnétique », par leurs longueurs d'ondes croissantes, nous avons les rayons gamma, les rayons X, les ultraviolets, le visible, les infrarouges, les micro-ondes et les ondes radio.



La lumière visible est une onde électromagnétique ainsi que les ondes hertziennes qui sont utilisées dans le domaine de la radio, la télévision, et le domaine de télécommunications.

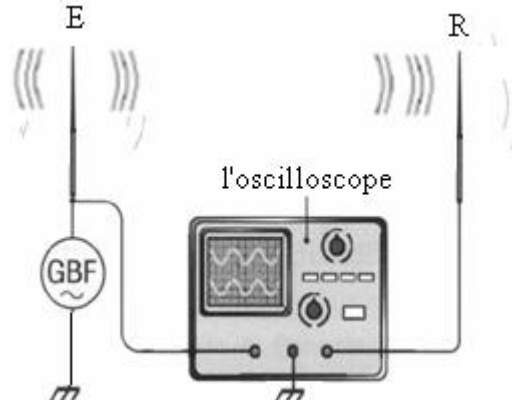
Les ondes électromagnétiques pendant leur propagation ne transportent pas la matière mais elles transportent de l'énergie et elles sont capables de transporter les informations.

II -Utilisation des ondes électromagnétique:

1) Mise en évidence de la méthode d'envoyer et de recevoir une onde électromagnétique:

Dans le montage suivant E et R sont deux fils électriques conducteurs qui jouent le rôle d'émetteur et de récepteur.

On visualise sur l'entrée Y_A de l'oscilloscope un signal sinusoïdal émis par le générateur GBF et on obtient sur l'entrée Y_B un signal reçu par le récepteur R qui a la même fréquence et la même forme que le signal émis par E.



L'antenne émettrice E émet une onde électromagnétique de même fréquence que le signal électrique du circuit. Cette onde se propage dans tout l'espace et provoque dans l'antenne réceptrice R un signal de même fréquence.

L'onde électromagnétique peut transporter le signal qui contient l'information à des grandes distances sans aucun transport de la matière et avec une vitesse égale à la célérité de lumière dans le vide.

2) Pourquoi doit t'on faire la modulation ?

Pour transmettre un signal de basse fréquence BF à une distance de plusieurs millions de kilomètres, il serait rapidement atténué et en plus la réception de ce signal nécessitera des antennes de très grandes dimensions, car la longueur de l'antenne est

en général de l'ordre de la moitié de la longueur d'onde du signal de réception : $\ell = \frac{\lambda}{2}$.

Pour un signal BF, $f=200\text{Hz}$ par exemple, sa longueur d'onde : $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{200} = 15.10^5 \text{ m} = 150 \text{ km}$, pour le capter on a

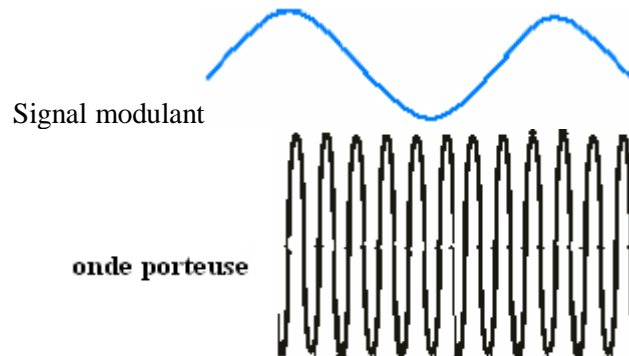
besoin d'une antenne de longueur $\ell = \frac{\lambda}{2} = 750 \text{ km}$.

Un signal haute fréquence HF sera facilement transmissible [HF correspond à des fréquences $f > 100\text{MHz}$], de longueurs d'ondes $\lambda = \frac{c}{f} < 3\text{m}$ et pour le capter l'antenne utilisée sera de longueur inférieure à 1,5m.

Pour cette raison on doit utiliser une technique pour transmettre les informations, cette technique s'appelle la modulation. La modulation est un processus qui consiste à transmettre le signal de sa forme original en une forme adaptée au canal de transmission en faisant varier son amplitude ou sa fréquence ou bien sa phase.

3) Les différents types de modulations :

Généralement on "greffe" sur un signal haute fréquence appelé "**onde porteuse**" le signal basse fréquence à transmettre appelé "**signal modulant**", on obtient ainsi un **signal modulé**.



L'onde porteuse est une onde sinusoïdale qui s'écrit:

L'onde porteuse est une onde sinusoïdale qui s'écrit:

$$u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

U_m : Amplitude
 f : fréquence
 φ : phase à l'origine.

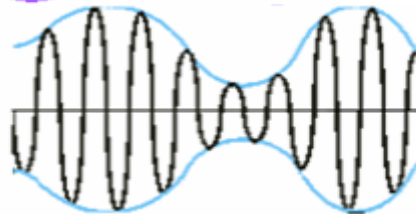
La modulation consiste à transmettre le signal en faisant varier son amplitude ou sa fréquence ou bien sa phase.

-La modulation par amplitude :

Elle correspond à la modulation de l'amplitude de l'onde porteuse selon le signal modulant contenant l'information.

$$u(t) = U_m(t) \cos(2\pi \cdot f \cdot t + \varphi)$$

Signal modulé
modulation par amplitude

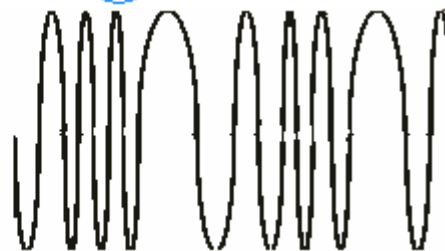


La modulation de fréquence :

Elle correspond à une variation de la fréquence de l'onde porteuse par celle de l'information.

$$u(t) = U_m \cos(2\pi \cdot f(t) \cdot t + \varphi)$$

Signal modulé
modulation de fréquence



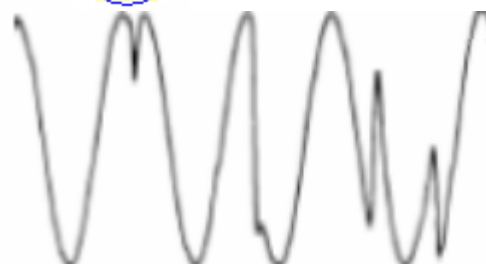
L'amplitude de l'onde porteuse n'a pas varié mais sa fréquence a varié selon celle de l'onde modulée.

-La modulation de phase :

Elle correspond à une variation de la phase de l'onde porteuse par celle de l'information.

$$u(t) = U_m \cos(2\pi \cdot t + \varphi(t))$$

Signal modulé
modulation de phase



Remarque: On utilise parfois (AM) et (FM)

(AM) modulation d'amplitude

(FM) modulation de fréquence

Niveaux: SM PC SVT | Matière: Physique

PROF: Zakaryae Chriki | Résumé N:9

Modulation d'amplitude



I. Ondes électromagnétiques- Transmission d'information

1. Les caractéristiques des ondes électromagnétiques

Comme les ondes mécaniques progressives sinusoïdales, les ondes électromagnétiques sont caractérisées par :

- * une fréquence f (en Hz) et une période T (en s) liées entre elles par la relation suivante : $f = \frac{1}{T}$
- * Une célérité (vitesse de propagation en m/s) : dans le vide et dans l'air elle est égale à la célérité de la lumière soit $c = 3.10^8 m/s$
- * La célérité des ondes électromagnétiques dans les milieux transparents (comme les fibres optiques) est également importante (de l'ordre de $10^8 m/s$)
- * Une longueur d'onde dans le vide λ (en m) qui correspond à la distance parcourue par l'onde se déplaçant à la célérité c durant une période temporelle T . On a aussi la relation suivante : $\lambda = c.T = \frac{c}{f}$

2. La nécessité de la modulation

On veut transporter un signal (musique, son, image, etc...). Ces signaux ont une basse fréquence de l'ordre de $1kHz$, en fait ces signaux ne peuvent pas être transmis directement pour plusieurs raisons :

- * Les ondes de basses fréquences sont fortement amorties ;
- * Les dimensions de l'antenne réceptrice pour une onde donnée doivent être de l'ordre de $\frac{\lambda}{2}$ et $\frac{\lambda}{4}$

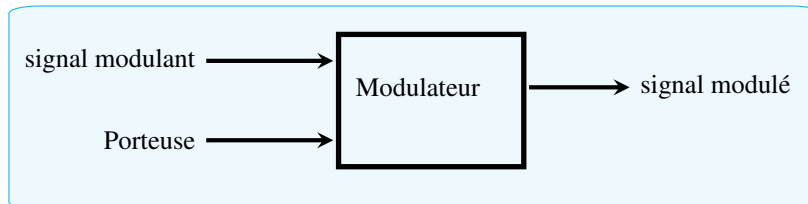
Cela conduirait à des antennes irréalisables du fait de leurs dimensions : pour une onde de fréquence $1kHz$ il faudrait une

$$\text{antenne de dimension } L = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \cdot 10^3} = 150km$$

- * L'intervalle des basses fréquences est très étroites qui a pour effet de rendre l'antenne incapable de sélectionner le signal transmis parmi d'autres. Il y aurait brouillage de l'information.

La solution :

C'est de transporter le signal dans une plage des hautes fréquences, ce qui nécessite l'utilisation d'une onde porteuse de haute fréquence qui porte le signal de BF sous forme d'une onde modulante.

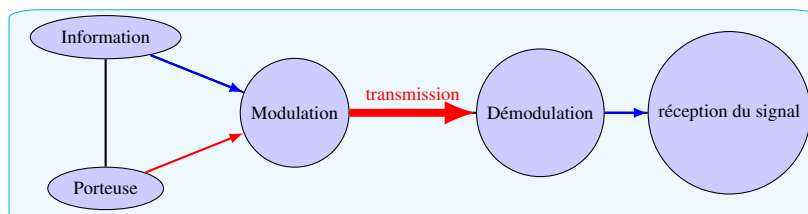


3. Le principe de transmission d'une information par une onde électromagnétique

L'information à transmettre est contenue dans un signal électrique de basse fréquence.

Pour le transporter, on utilise une "onde porteuse" de haute fréquence.

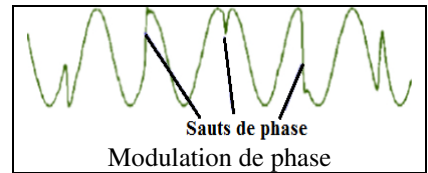
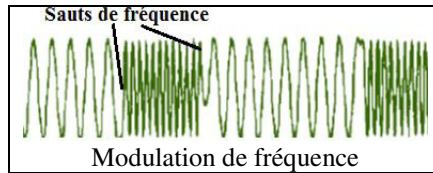
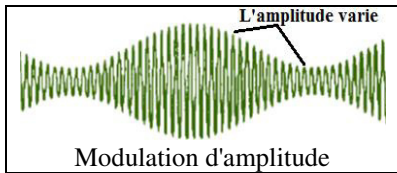
L'amplitude de l'onde porteuse est modulée par le signal électrique de basse fréquence. Ceci est effectué par un modulateur.



4. les types de modulations

Dans la porteuse $p(t) = P_m \cdot \cos(2\pi \cdot N \cdot t + \varphi)$, trois paramètres peuvent être modifiés :

- L'amplitude U_m : modulation d'amplitude
- La fréquence N : modulation de fréquence
- La phase φ : modulation de phase



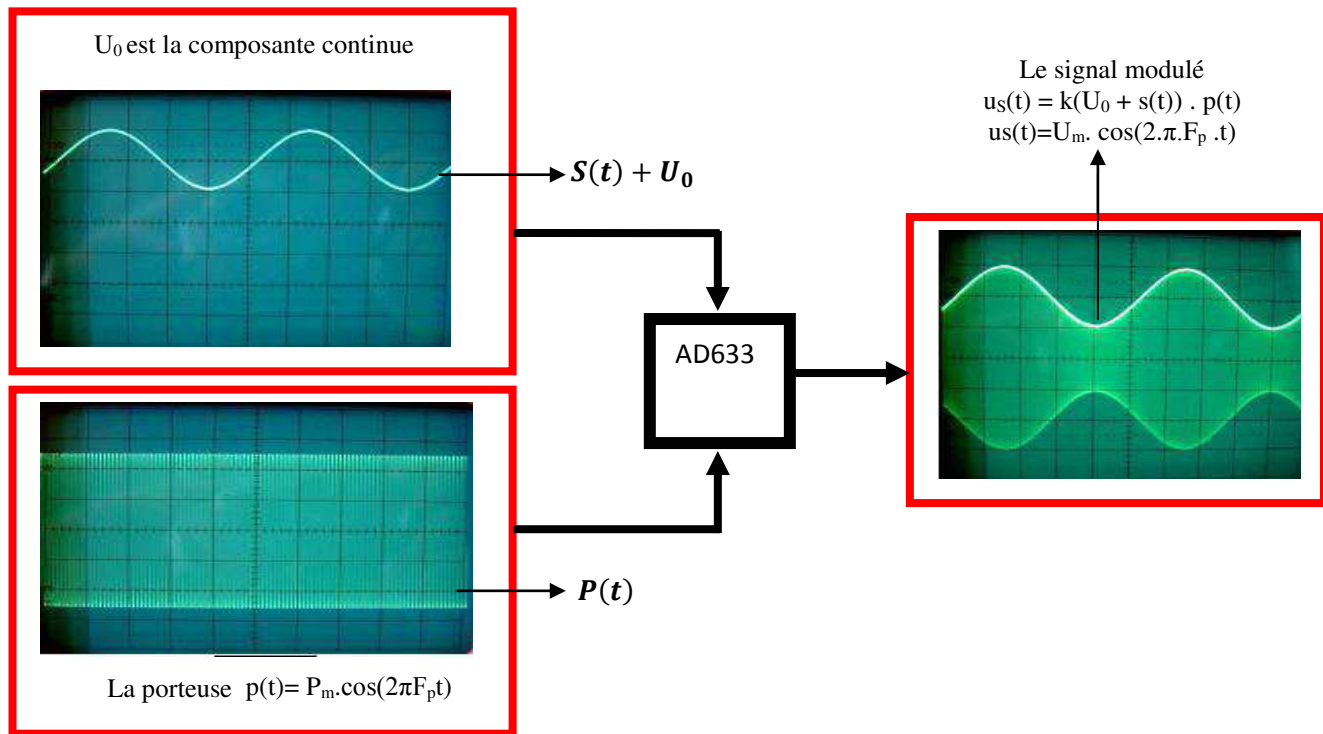
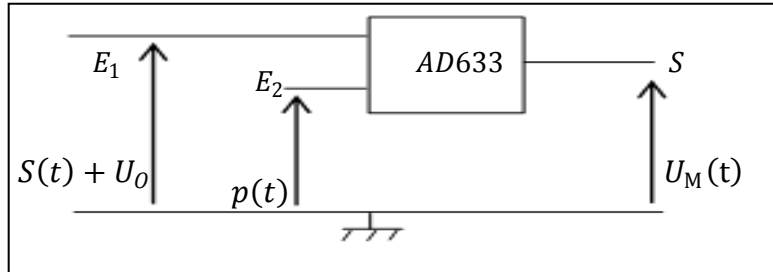
II. Modulation d'amplitude

1. Principe :

La modulation d'amplitude d'une tension porteuse $p(t)$ de haute fréquence F_p permet la transmission de signaux de faibles fréquences (une tension $s(t)$ de basse fréquence f_s) avec :

$s(t) = S_m \cos(2\pi f_s t)$: signal de faible fréquence: Le signal modulant contenant l'information à diffuser (à envoyer)

$p(t) = P_m \cos(2\pi F_p t)$: porteuse



2. Expression de la tension modulée en amplitude

À l'entrée E_1 du multiplieur , on a $s(t) + U_0 = S_m \cos(2\pi f_s t) + U_0$ avec U_0 une tension continue .

À l'entrée E_2 , on applique la tension porteuse : $p(t) = P_m \cos(2\pi F_p t)$.

À la sortie on obtient la tension $u_s(t) = k P_m (S_m \cos(2\pi f_s t) + U_0) \cos(2\pi F_p t)$

On sait que l'expression générale de la tension modulée en amplitude est : $u_s(t) = U_m(t) \cos(2\pi F_p t)$

$U_m(t)$ est l'amplitude de la tension modulée est une fonction affine de la tension modulante $s(t)$

Elle en reproduit les variations au cours du temps .

L'amplitude de la tension modulée s'écrit : $U_m(t) = k P_m (S_m \cos(2\pi f_s t) + U_0)$ $U_m(t) = k P_m U_0 (\frac{S_m}{U_0} \cos(2\pi f_s t) + 1)$

On pose : $A = k P_m U_0$ et $m = \frac{S_m}{U_0}$ et la relation prend la forme suivante : $U_m(t) = A(m \cos(2\pi f_s t) + 1)$

On appelle m le **taux de modulation**

De la relation ci-dessous , montre que l'amplitude modulée $U_m(t)$ varie entre deux valeurs extrêmes : U_{mmax} et U_{mmin} tel que :

$$U_{mmax} = A(m + 1) \quad U_{mmin} = A(-m + 1) \quad \text{c'est à dire que : } U_{mmax} + U_{mmin} = 2A \quad U_{mmax} - U_{mmin} = 2A$$

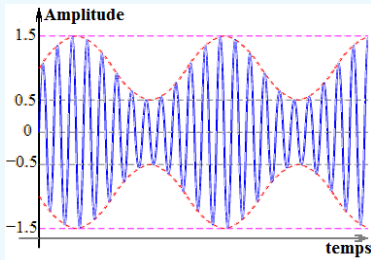
d'où le taux de modulation est : $m = \frac{U_{mmax} - U_{mmin}}{U_{mmax} + U_{mmin}}$

3. La qualité d'une modulation d'amplitude

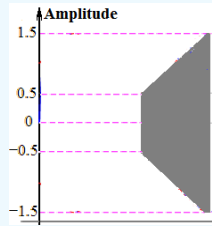
Pour une modulation parfaite il faut que :

- La fréquence F_p de la porteuse soit nettement supérieure à la fréquence de la modulante f_s : $F_p \gg f_s$ (Généralement $F_p \gg 10.f_s$)
- Le taux de modulation m soit inférieur à 1 : $m < 1$

Modulation parfaite (Bonne)

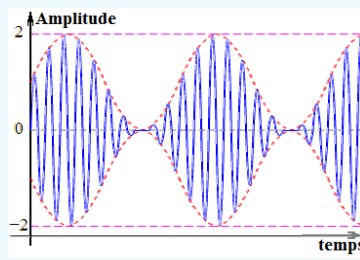


En mode XY on obtient :

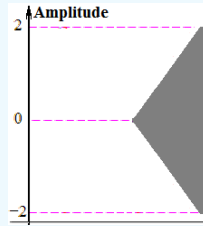


$$m = \frac{1.5 - 0.5}{1.5 + 0.5} = 0.5 < 1$$

Mauvaise modulation (Critique)

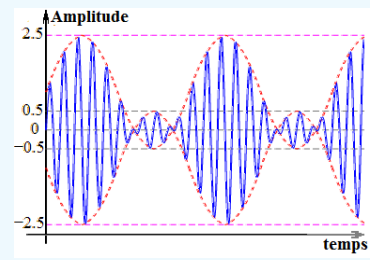


En mode XY on obtient :

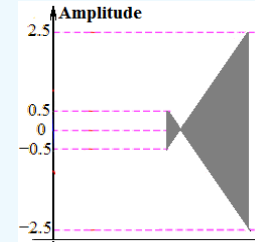


$$m = \frac{2 - 0}{2 + 0} = 1$$

Surmodulation



En mode XY on obtient :



$$m = \frac{2.5 - (-0.5)}{2.5 + (-0.5)} = 1.5 > 1$$

4. Spectre des fréquences :

Le spectre de fréquences du signal modulé est un graphe présentant l'amplitude de chaque composante sinusoïdale du signal.

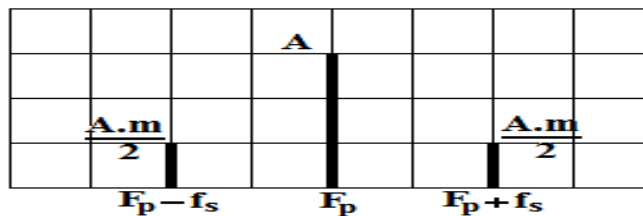
$$\text{On a } u_s(t) = A \cdot (1 + A \cdot m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t)) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_p \cdot t) = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_p \cdot t) + A \cdot m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_p \cdot t)$$

$$\text{On sait que } 2 \cdot \cos(a) \cdot \cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$$

$$u_s(t) = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_p \cdot t) + \frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (F_p - f_s) \cdot t) + \frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (F_p + f_s) \cdot t)$$

Conclusion : la tension modulée est la somme de trois tensions sinusoïdales avec des fréquences différentes

La fonction	$A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot F_p \cdot t)$	$\frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (F_p - f_s) \cdot t)$	$\frac{A \cdot m}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot (F_p + f_s) \cdot t)$
Amplitude	A	$\frac{A \cdot m}{2}$	$\frac{A \cdot m}{2}$
Fréquence	F_p	$F_p - f_s$	$F_p + f_s$



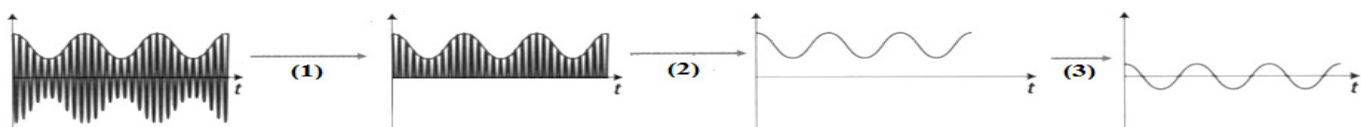
II. Démodulation d'amplitude

Une antenne réceptrice capte l'onde électromagnétique et restitue le signal électrique modulé. La **démodulation** permet alors d'**extraire le signal modulant** $s(t)$ d'origine du signal modulé.

Pour restituer l'information de la tension modulante, il suffit ensuite de **démoduler** le signal reçu

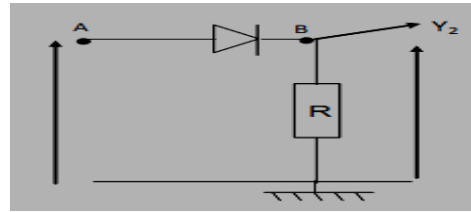
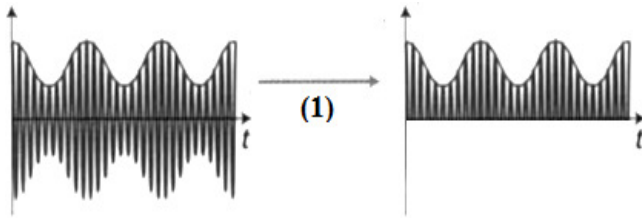
Elle s'opère comme suit :

- La réception par une antenne réceptrice
- La suppression des alternances négatives (1)
- La détection d'enveloppe (2)
- L'élimination de la composante continue (3)



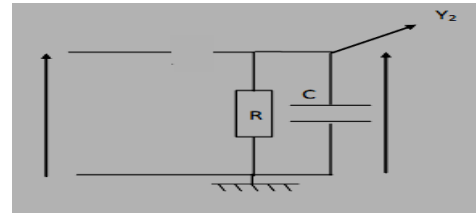
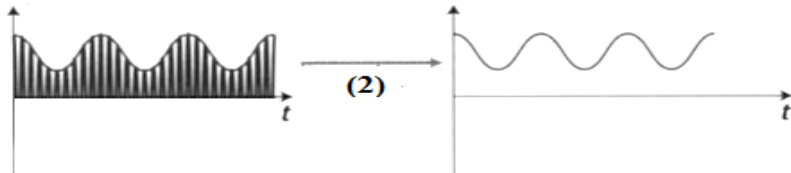
a) Première opération : la suppression des alternances négatives (1)

La diode bloque les alternances négatives. La tension recueillie aux bornes du conducteur ohmique est une **tension modulée redressée**.



b) Deuxième opération : La détection de l'enveloppe et la suppression de la porteuse

Le montage à utiliser comporte un **filtre passe – bas** (Un condensateur en parallèle avec un conducteur ohmique), c'est-à-dire ne laissant passer que les composantes aux fréquences basses et arrêtant celles aux fréquences élevées.



NB :

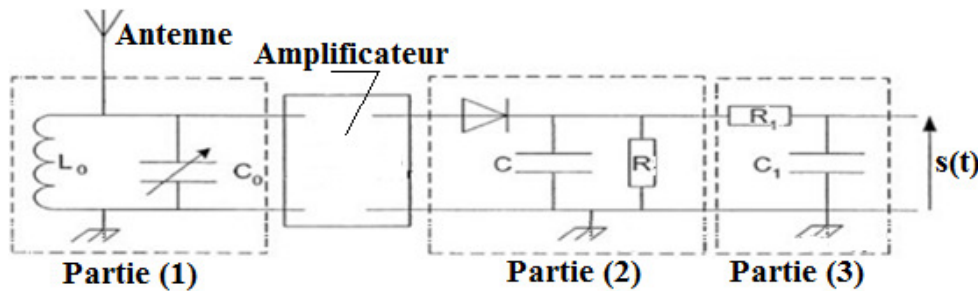
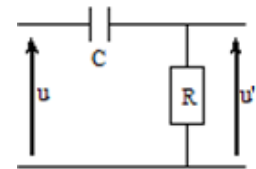
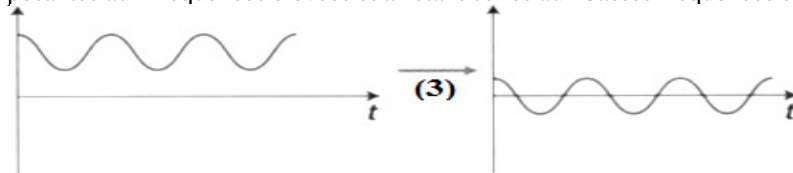
Pour retrouver une enveloppe de porteuse fidèle au signal modulant originel, il faut donc que :

$$T_p \ll RC < T_s \quad \text{avec} \quad T_s : \text{La période du signal modulant}$$

$$T_p : \text{La période du signal modulant}$$

c) Troisième opération : la suppression de la composante continue

Le montage à utiliser comporte un **filtre passe – haut**, c'est-à-dire ne laissant passer que les composantes aux fréquences élevées et arrêtant celles aux basses fréquences et continues.



Le rôle de chaque partie dans la démodulation :

Antenne	Réception des ondes électromagnétique
Partie (1) : Circuit LC	Sélectionner la fréquence F_p ; $F_p = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$ $T_p = 2\pi\sqrt{L.C}$: période de la porteuse
Amplificateur	Amplifier le signal modulé sélectionné
Partie (2) : Circuit RC ou filtre passe – bas	Elimine les alternances négatives et détecte l'enveloppe $T_p \ll RC < T_s$ T_p : période de la porteuse T_s : période de la modulante
Partie (3) : Circuit RC ou filtre passe – haut	Suppression de la composante continue U_0
s(t)	La tension modulante

EXERCICE 1

La modulation d'amplitude est obtenue en utilisant un circuit intégré multiplieur .

On applique à l'entrée E_1 du circuit intégré multiplieur une tension $p(t)$ qui correspond au signal porteur, et à l'entrée E_2 la tension $s(t)+U_0$ avec $s(t)$ la tension correspondant au signal modulant à transmettre et U_0 la composante continue (figure 4).

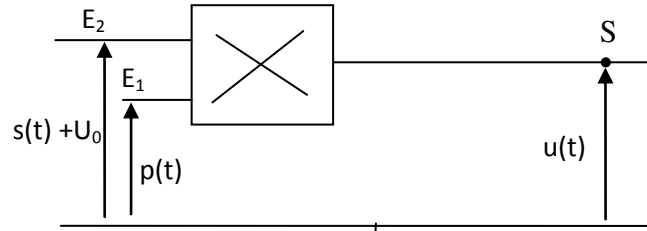


Figure 4

On obtient à la sortie S du circuit la tension $u(t)$ correspondant au signal modulé en

amplitude .L'expression de cette tension est : $u(t)=k.p(t).(s(t)+U_0)$ où $s(t)=S_m.\cos(2\pi f_s t)$ et $p(t)=P_m.\cos(2\pi f_p t)$ et k une constante qui caractérise le circuit intégré multiplieur .

1- La tension modulée en amplitude peut s'écrire sous la forme : $u(t)=A \left[\frac{m}{S_m} s(t)+1 \right] .\cos(2\pi f_p t)$ avec $A=k.P_m.U_0$ et $m = \frac{S_m}{U_0}$ le taux de modulation.

Trouver l'expression du taux de modulation m en fonction de U_{\max} et U_{\min} avec U_{\max} la valeur maximale de l'amplitude de $u(t)$ et U_{\min} la valeur minimale de son amplitude.

2- Quand aucune tension n'est appliquée sur l'oscilloscope, les traces du spot sont confondues avec l'axe médian horizontal de l'écran. On visualise la tension $u(t)$ et on obtient l'oscillogramme de la figure 5.

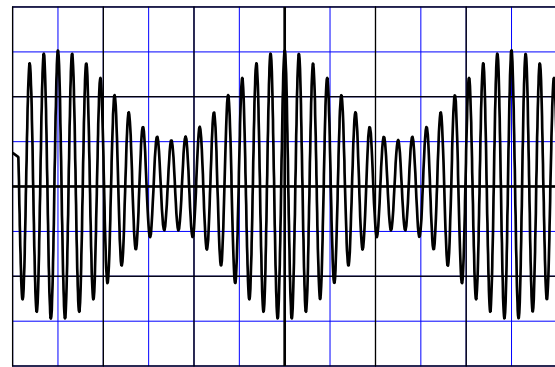


Figure 5

- Sensibilité horizontale $20\mu s.div^{-1}$; -Sensibilité verticale : $1 V.div^{-1}$.

Déterminer f_p , f_s et m . Que peut-on en déduire à propos de la qualité de la modulation ?

EXERCICE 2

Pour transmettre un signal sinusoïdal $s(t)$ on utilise un multiplieur.

On applique à l'entrée E_1 du multiplieur un signal de tension $u(t)=s(t)+V_0$ avec V_0 la tension continue de décalage , et on applique à l'entrée E_2 une tension $p(t)$ d'une onde porteuse (figure 5).

On obtient à la sortie S du multiplieur la tension

modulée en amplitude $u_s(t)$ telle que : $u_s(t) = A[1+0,6\cos(10^4\pi.t)].\cos(2.10^5\pi.t)$.

3.1- Montrer que la modulation d'amplitude obtenue est bonne .

3.2- La démodulation d'amplitude est réalisée à l'aide du montage de la figure 6.

La partie 1 du montage comprend la bobine (b') et un condensateur de capacité C_0 réglable entre les deux valeurs $6.10^{-12} F$ et $12.10^{-12} F$.

Le conducteur ohmique utilisé dans la partie 2 du montage a une résistance $R_1=30k\Omega$.

a- Montrer que l'utilisation de la bobine (b') dans le montage permet à la partie 1 du montage de sélectionner le signal $u_s(t)$.

b- On veut obtenir une bonne détection d'enveloppe en utilisant l'un des condensateurs de capacités :

$10 nF$; $5 nF$; $0,5 nF$; $0,1 nF$. Déterminer la capacité du condensateur qui convient .

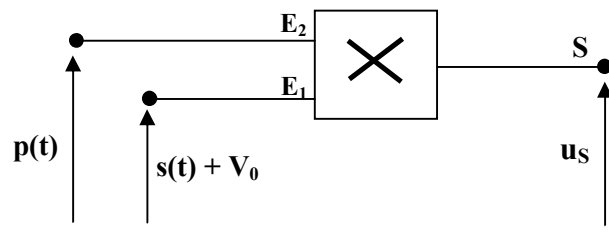


Figure 5

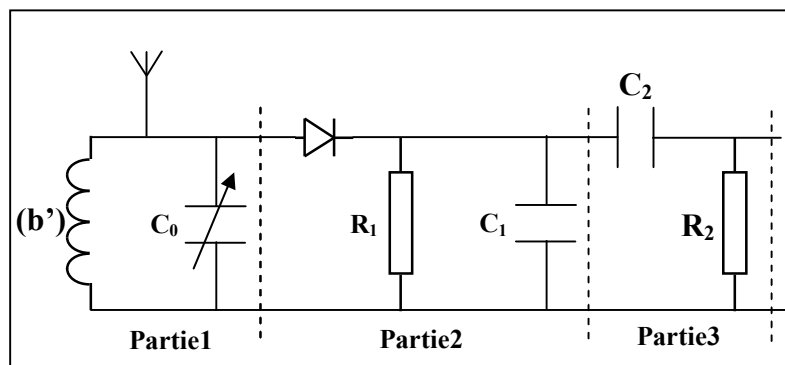


Figure 6

EXERCICE 3

Pour recevoir une onde radio, modulée en amplitude de fréquence $f_0 = 594 \text{ kHz}$, on utilise le dispositif simplifié représenté par le schéma de la figure 3.

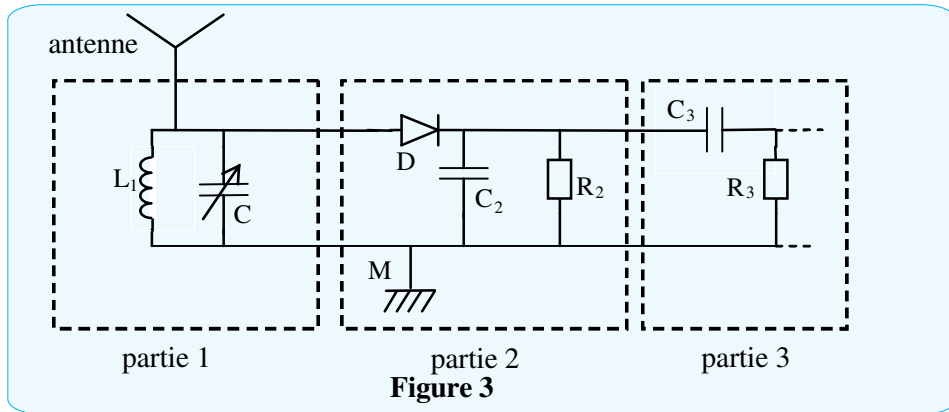


Figure 3

Parmi les réponses proposées préciser, sans aucune justification, la réponse juste :

1. La partie 1 du dispositif comporte une antenne et une bobine d'inductance $L_1 = 1,44 \text{ mH}$ et de résistance négligeable qui est montée en parallèle avec un condensateur de capacité C variable.

1.1. La partie 1 sert à :

- recevoir et sélectionner l'onde
- éliminer la composante continue
- éliminer la porteuse
- moduler l'onde

1.2. Pour capter l'onde radio de la fréquence f_0 , la capacité C doit être fixée sur la valeur :

- 499 pF
- $49,9 \text{ pF}$
- $4,99 \text{ pF}$
- $0,499 \text{ pF}$

2. La partie 2 joue le rôle du détecteur d'enveloppe. La capacité du condensateur utilisé dans cette partie est $C_2 = 50 \text{ nF}$.

2.1. La dimension du produit $R_2.C_2$ est :

- $[L]$
- $[T]$
- $[T^{-1}]$
- $[I]$

2.2. La moyenne des fréquences des ondes sonores est 1 kHz . La valeur de la résistance R_2 qui permet d'avoir une bonne démodulation de l'onde radio étudiée est:

- $20 \text{ k}\Omega$
- $5 \text{ k}\Omega$
- 35Ω
- 10Ω

EXERCICE 4

Les ondes sonores audibles ont une faible fréquence, leur transmission à des longues distances nécessite qu'elles soient modulante à une onde électromagnétique de haute fréquence. Cet exercice vise à étudier la modulation et la de demodulation.

1 - Modulation

On considère le montage représenté dans la figure 4 ;

- Le générateur $(\text{GBF})_1$ applique à l'entrée E_1 de la composante

électronique X une tension sinusoïdale $u_1(t) = P_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_p}\right)$

Le générateur $(\text{GBF})_2$ applique à l'entrée E_2 de la composante

électronique X une tension sinusoïdale $u_2(t) = U_0 + S(t)$

avec U_0 la composante continue de la tension et

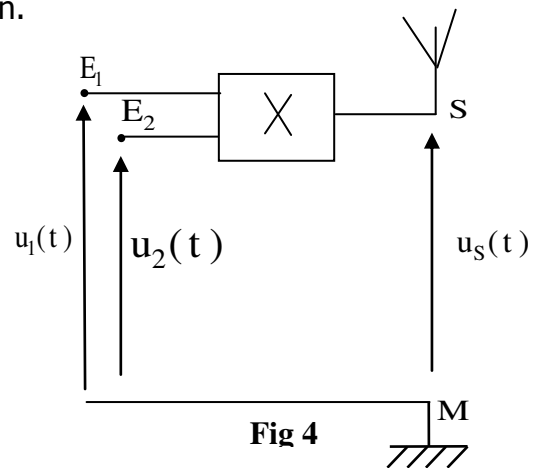
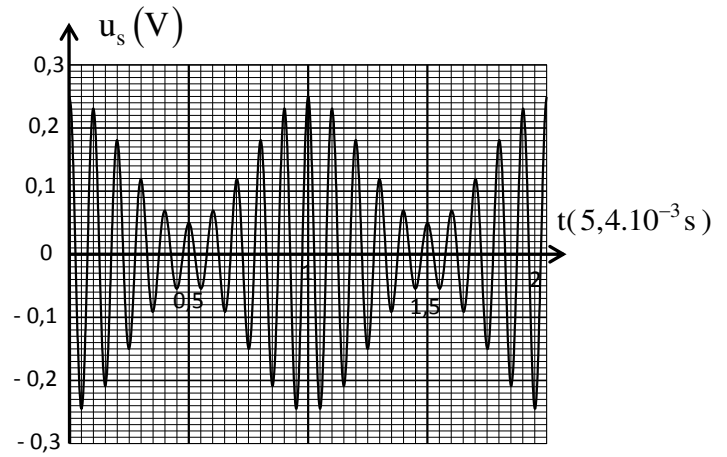


Fig 4

$$S(t) = S_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \text{ la tension correspondante}$$

à l'onde qu'on désire transmettre.
On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension de sortie $u_s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$ avec k constante positive caractérisant la composante X , fig 5



1.1- Montrer que l'expression de la de la tension S s'écrit sous la forme :

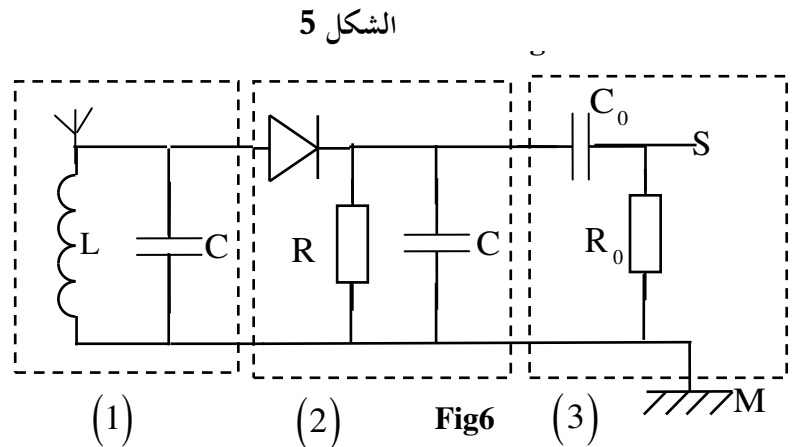
$$u_s(t) = A \left[1 + m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) \right] \cos\left(\frac{2\pi t}{T_p}\right)$$

et préciser l'expression de A et celle de m .

1.2- Calculer la valeur de m et déduire la qualité de la modulation.

2 - Démodulation

La figure 6 représente le montage utilisé dans un dispositif de réception constitué de



EXERCICE 5

3- Modulation d'amplitude d'un signal sinusoïdal

Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplieur X (fig.6). On applique à l'entrée :

- E_1 : la tension $u_1(t) = s(t) + U_0$ avec $s(t) = S_m \cdot \cos(2\pi.f_s.t)$ représentant le signal informatif et U_0 une composante continue de la tension.

- E_2 : une tension sinusoïdale représentant la porteuse $u_2(t) = U_m \cdot \cos(2\pi.F_p.t)$.

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est $u_s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$; k est une constante qui dépend du circuit intégré X .

Rappel: $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

3.1- Montrer que $u_s(t)$ s'écrit sous la forme :

$$u_s(t) = \frac{A.m}{2} \cdot \cos(2\pi.f_1.t) + A \cdot \cos(2\pi.f_2.t) + \frac{A.m}{2} \cdot \cos(2\pi.f_3.t)$$

où m est le taux de modulation et A une constante.

3.2- La figure 7 représente le spectre de fréquences formé de trois raies de la tension modulée $u_s(t)$. Déterminer m et la fréquence f_s . La modulation est-elle bonne ?

3.3- Pour une bonne réception du signal modulée, on utilise un circuit bouchon (circuit d'accord) formé d'une bobine d'inductance $L_0 = 60 \text{ mH}$ et de résistance négligeable et de deux condensateurs, montés en série, de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ et C_0 . Déterminer la valeur de C_0 .

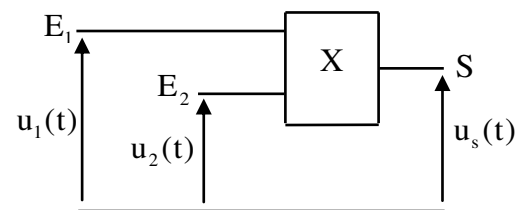


Figure 6

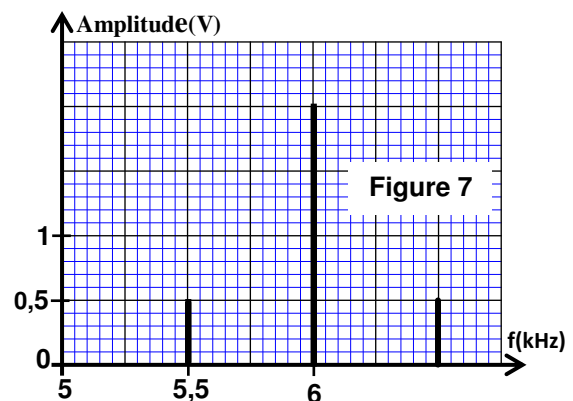


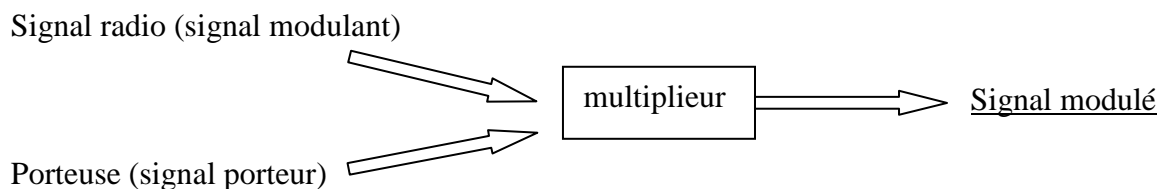
Figure 7

MODULATION ET DEMODULATION D'AMPLITUDE

I – Modulation d'amplitude

1) Principe

Les ondes radios ne peuvent pas être transmises sans une modulation d'amplitude. On entendrait sinon le son d'une émission directement depuis la station émettrice, ce qui est matériellement impossible. La modulation consiste à multiplier le signal émis (appelé signal modulant) avec un signal de fréquence très élevée (appelé signal porteur) pour faire en sorte que le signal soit bien transmis, sans que personne ne s'aperçoive de son trajet (son émis, lumière émise...). De plus, la vitesse est celle de la lumière et non plus celle de son.



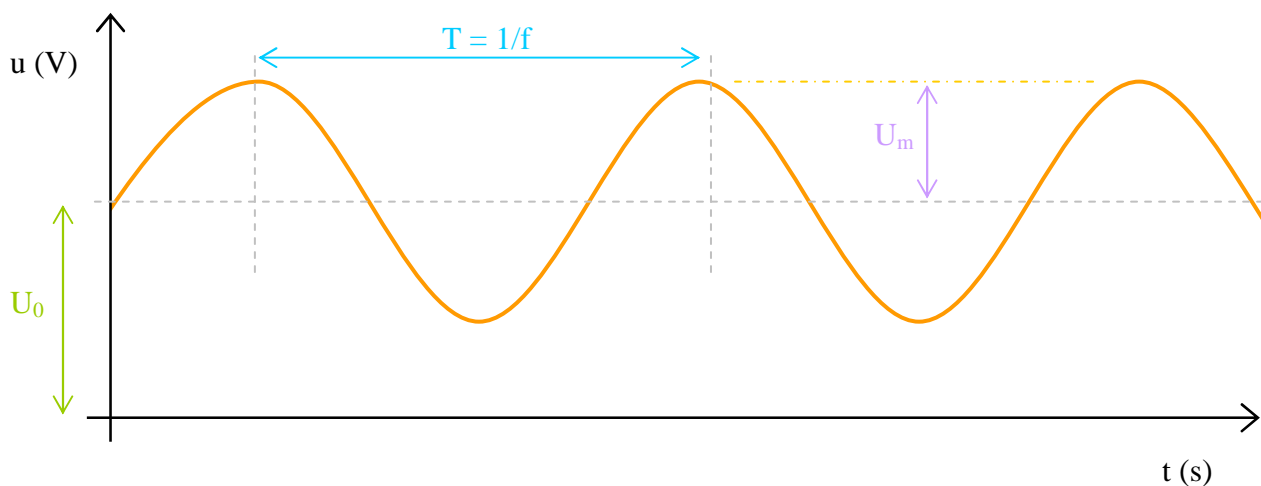
2) Etude théorique

a. Signal modulant

On appelle le signal radio **signal modulant**. On assimile celui-ci à une tension sinusoïdale d'expression :

$u = U_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) + U_0$ On s'intéresse à une tension décalée (dont on verra l'utilité par la suite partant de son état d'équilibre, c'est-à-dire $\varphi = 0$). De plus, étant donné que l'on s'intéresse à la fréquence on préférera écrire ω sous la forme $2\pi f$. On peut écrire :

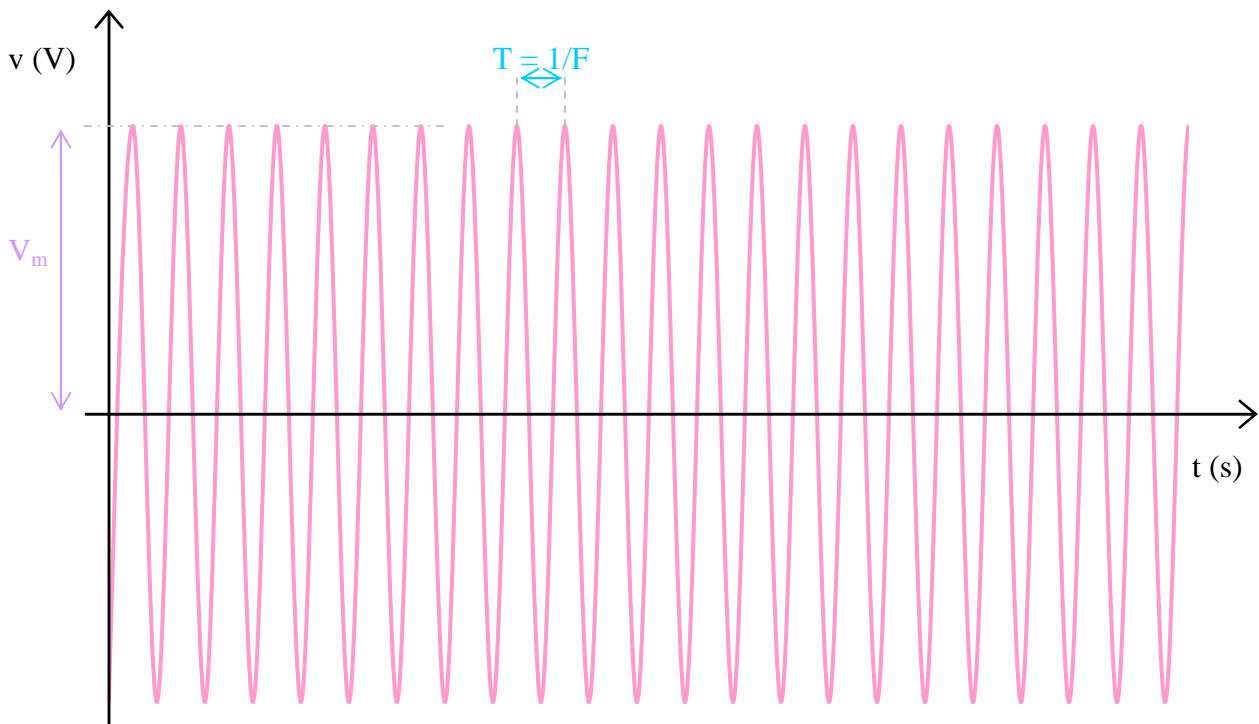
$$u(t) = U_m \cdot \cos(2\pi f \cdot t) + U_0$$



b. Signal porteur (porteuse)

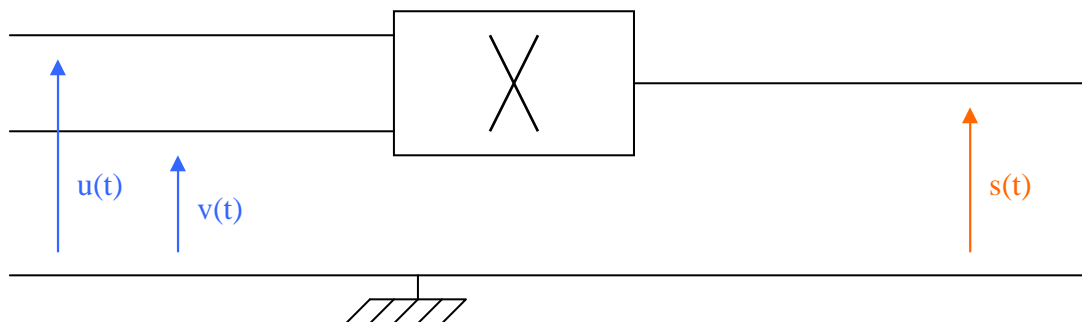
Le signal qui va servir à transporter le signal modulant depuis son émetteur jusqu'au récepteur est appelé **signal porteur** ou porteuse. Celui-ci est aussi une tension sinusoïdale. Il n'a pas de tension de décalage et à une fréquence très élevée. Nous ne nous intéressons pas au déphasage, qui est inutile. La tension se note donc :

$$v(t) = V_m \cdot \cos(2\pi F \cdot t)$$



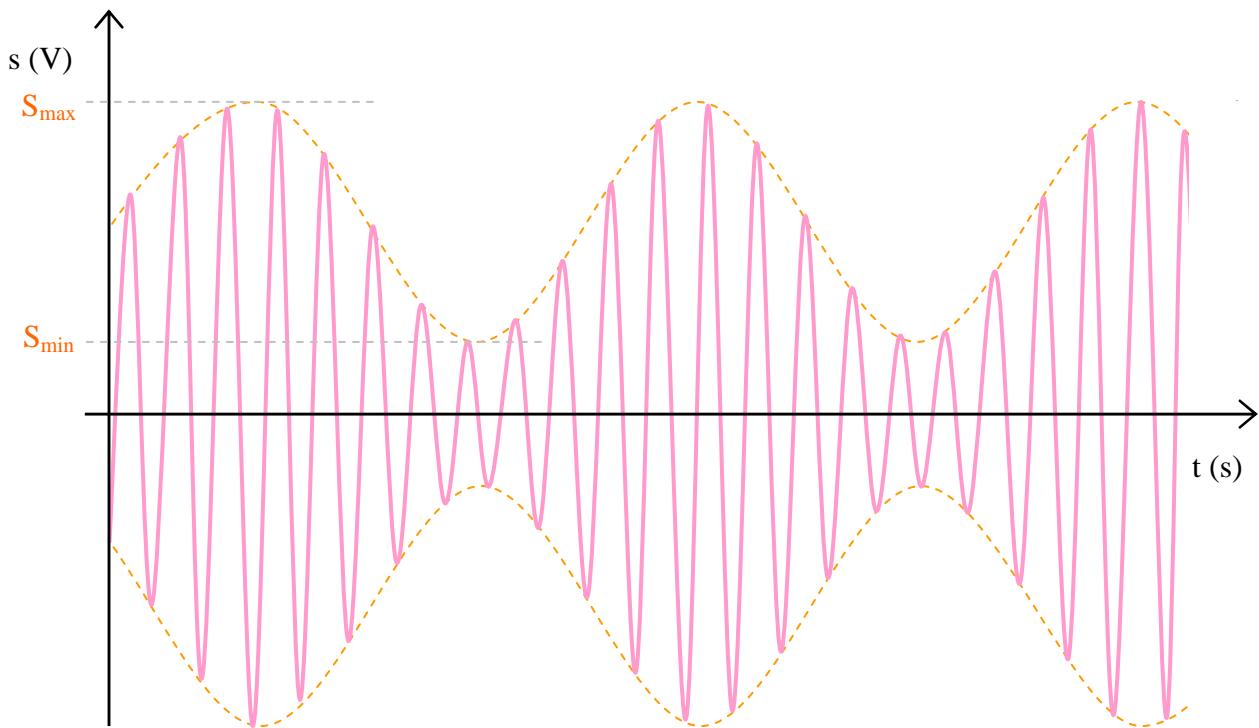
c. Modulation

La modulation consiste à multiplier les deux tensions entre elles à l'aide d'un composant électronique appelé **multiplieur**.



La multiplication de deux tension (avec un coefficient de multiplication) donne une nouvelle tension, appelée **signal modulé**, et dont l'amplitude maximum varie comme le signal modulant. La fréquence est celle du signal porteur.

On obtient le signal suivant :



Formule du signal modulé :

On multiplie **u** et **v** avec un coefficient **k** (en V^{-1}) :

$$s(t) = k \cdot u(t) \cdot v(t)$$

$$= k \cdot (U_m \cos(2\pi f \cdot t) + U_0) \cdot (V_m \cos(2\pi F \cdot t))$$

$$s(t) = k \cdot U_0 \cdot V_m \cdot \left(\frac{U_m}{U_0} \cos 2\pi f \cdot t + 1 \right) \cdot \cos(2\pi F \cdot t)$$

On pose $A = k \cdot U_0 \cdot V_m$

On appelle taux de modulation le rapport $m = \frac{U_m}{U_0}$

La tension $s(t)$ s'écrit alors :

$$s(t) = A \cdot (1 + m \cdot \cos(\omega t)) \cdot \cos(\Omega t)$$

L'amplitude de ce signal est $s_m = A(1 + m \cdot \cos(\omega t))$

Elle a deux valeurs extrêmes notées S_{\min} et S_{\max} :

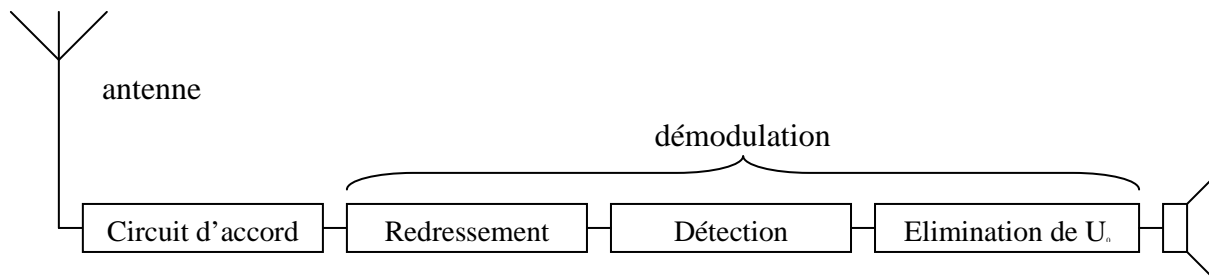
$$S_{\max} = A(1 + m) \quad \text{quand } \cos \omega t = 1$$

$$S_{\min} = A(1 - m) \quad \text{quand } \cos \omega t = -1$$

on peut montre aussi : $m = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\max} + S_{\min}}$

On dit que la modulation est bonne lorsque : $0 < m < 1$ et $F \gg f$

II – Démodulation d'amplitude

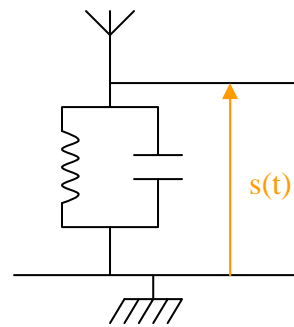


1) Antenne

La longueur de l'antenne doit être de $L = \frac{\lambda}{2}$

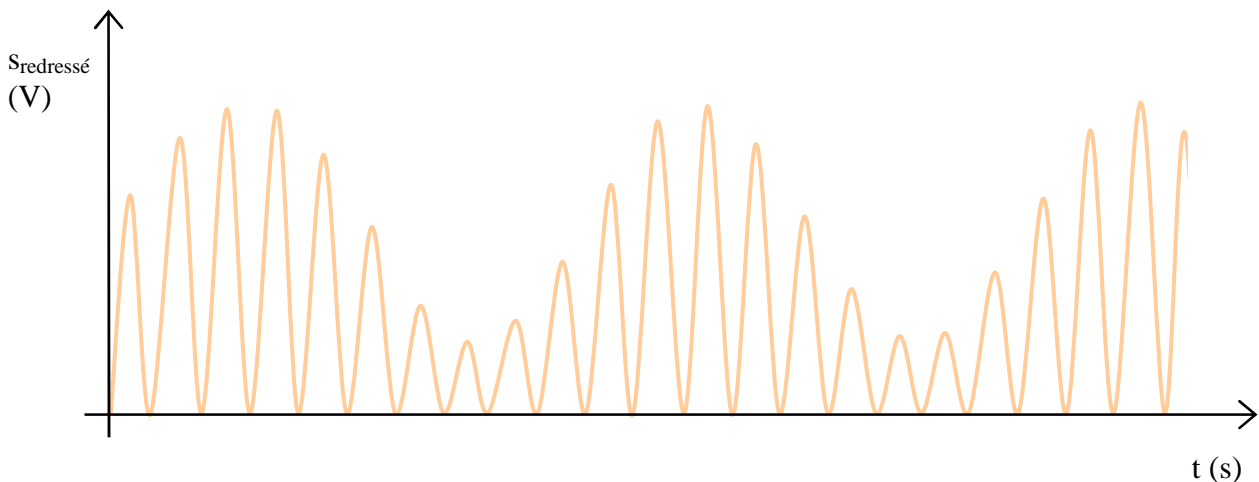
2) Circuit d'accord

C'est un circuit L,C, un filtre passe-bande, qui permet de sélectionner la fréquence désirée pour n'avoir plus que le **signal modulé**.



3) Redressement

Une diode D_1 assure le redressement de la tension. Elle en garde que la **partie positive** du signal modulé :

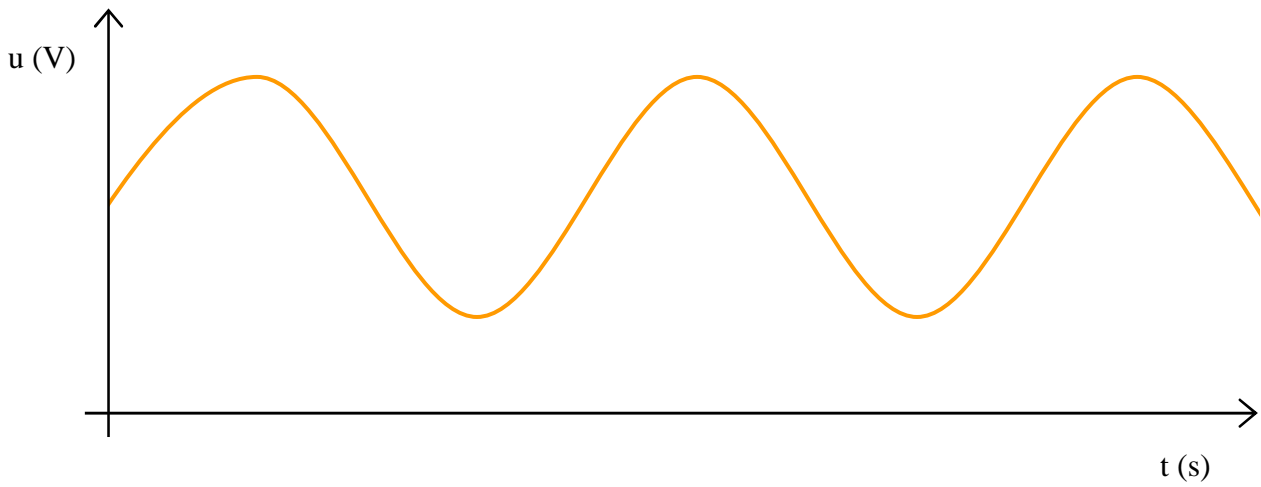


4) Détection d'enveloppe

Un circuit R_1, C_1 , un filtre passe-bas, viens récupérer l'enveloppe du signal, qui correspond au **signal modulant u**. On se base sur les propriétés du dipôle RC et sa constante de temps τ .

$$T_{\text{porteuse}} \ll \tau = RC < T_{\text{modulant}} \quad (\text{pour une bonne démodulation})$$

Le condensateur se charge et se décharge à l'aide du signal au sortir de la diode : voir explications du cours.

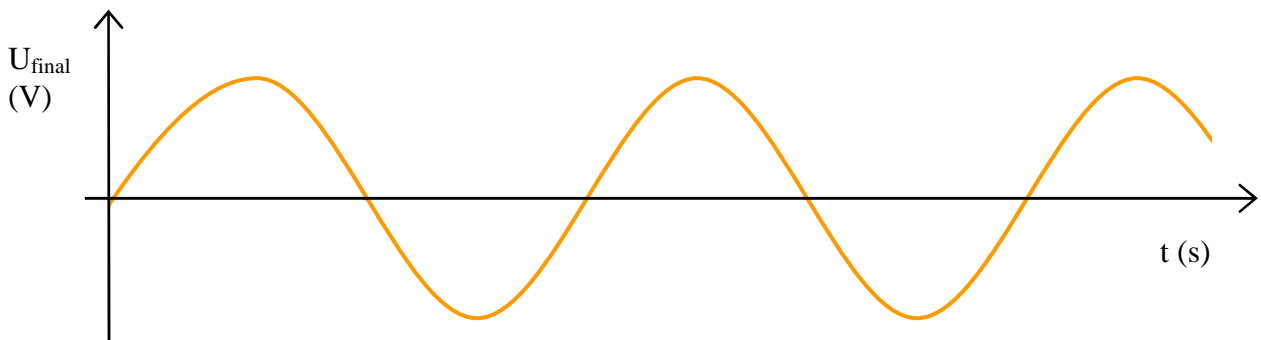


5) Elimination de la composante U_0

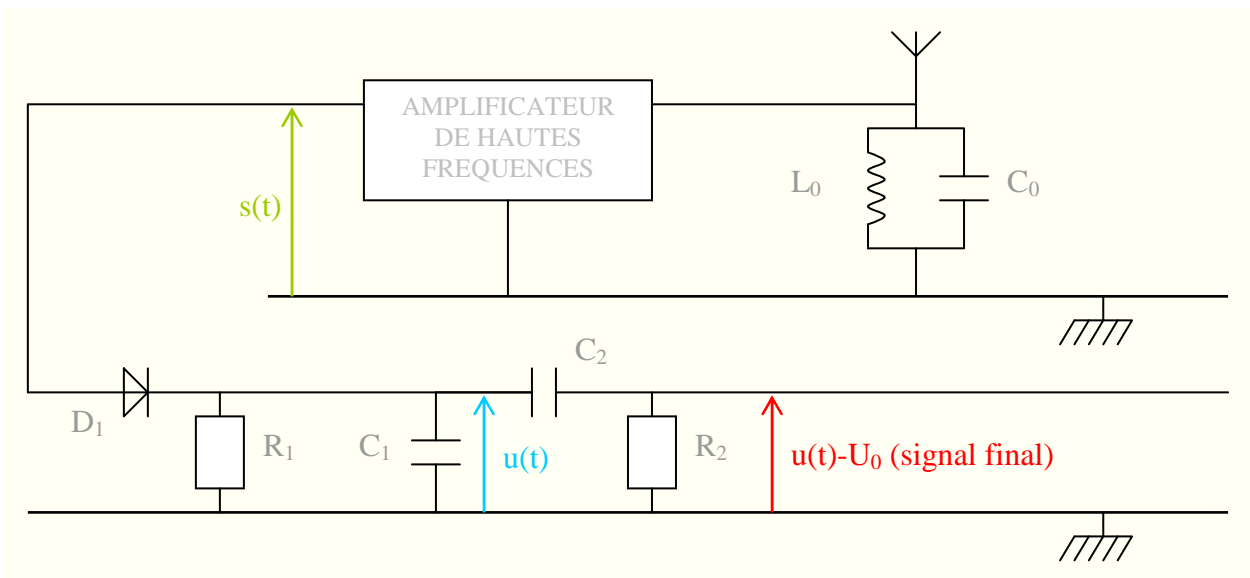
Afin de bénéficier d'un signal parfait, il faut de séparer de la tension de décalage U_0 .

On place en série le condensateur C_2 et la résistance R_2 pour se faire.

On obtient un signal sinusoïdal parfait :



SCHEMA GENERAL DU CIRCUIT DE RECEPTION



Première Partie :
Transformations
rapides et lentes d'un
système chimique

Unité 1
4 H

Transformations rapides et transformations lentes

التحولات السريعة و التحولات البطيئة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

2^{ème} Bac Sciences
Chimie

I – Les réactions d'oxydoréduction (rappel) :

1 – Activité :

On verse un certain volume de solution de nitrate d'argent ($Ag^+_{(aq)} + NO_3^-_{(aq)}$) dans un bécher, puis on ajoute un morceau de fil de cuivre $Cu_{(s)}$. Après un temps, la solution initialement incolore devient bleue et il se forme un dépôt d'un corps solide brillant sur le fil de cuivre émergé.

a- Qu'observez-vous ? Expliquer ces observations ?

Le corps solide brillant qui apparaît sur la fil de cuivre émergé est le métal argenté $Ag_{(s)}$. Alors, l'ion $Ag^+_{(aq)}$ se transforme au métal $Ag_{(s)}$ selon la demi-équation : $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftharpoons Ag_{(s)}$.

La coloration bleue de la solution devient plus intense indique la formation des ions de $Cu^{2+}_{(aq)}$. Alors, le cuivre $Cu_{(s)}$ se transforme à l'ion $Cu^{2+}_{(aq)}$ selon la demi-équation : $Cu_{(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^-$.

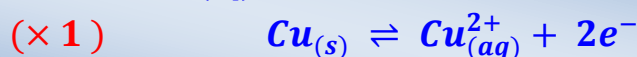
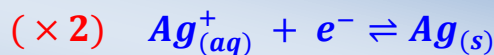
b- Déterminer l'espèce chimique qui joue le rôle d'oxydant et l'espèce chimique qui joue le rôle de réducteur, et en déduire les couples oxydant/réducteur intervenants dans cette réaction.

L'ion d'argent $Ag^+_{(aq)}$ a joué le rôle de l'oxydant, car il a acquis un électron et se réduit au réducteur conjugué $Ag_{(s)}$. Ces deux espèces forment un couple : $Ag^+_{(aq)}/Ag_{(s)}$.

L'atome de cuivre $Cu_{(s)}$ a joué le rôle du réducteur, car il a perdu deux électrons et s'oxydé à l'oxydant conjugué $Cu^{2+}_{(aq)}$. Ces deux espèces forment un couple : $Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}$.

c- Déduire l'équation de la réaction entre l'ion d'argent et l'atome de cuivre .

L'équation de la réaction peut être obtenue en additionnant les deux demi-équations d'oxydoréduction de sorte que les électrons n'apparaissent pas dans l'équation bilan :



2 – Définition :

L'oxydant (ox) est toute espèce chimique capable d'acquérir des électrons lors d'une réaction chimique, et susceptible de se réduit au réducteur (red) selon l'équation suivante : $ox + n e^- \rightleftharpoons red$ Exemple : $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftharpoons Ag_{(s)}$

Le réducteur (red) est toute espèce chimique capable de perdre des électrons lors d'une réaction chimique, et susceptible de s'oxyde à l'oxydant (ox) selon l'équation suivante :

$red \rightleftharpoons ox + n e^-$ Exemple : $Cu_{(s)} \rightleftharpoons Cu^{2+}_{(aq)} + 2e^-$



Les espèces chimiques (*ox*) et (*red*) sont **conjugués** et forment un **couple ox/red** s'il est possible de passer d'une espèce chimique à l'autre en **gagnant** ou en **perdant** des **électrons** selon l'équation suivante : $ox + n e^- \rightleftharpoons red$.

Exemple : $Cu_{(aq)}^{2+}/Cu_{(s)}$, $Fe_{(aq)}^{2+}/Fe_{(s)}$ et $Ag_{(aq)}^+/Ag_{(s)}$...

La **réaction d'oxydoréduction** est une **réaction** qui fait intervenir un **échange d'électrons** entre les **réactifs** de **deux couples ox₁/red₁** et **ox₂/red₂**, où le **réducteur perd des électrons** et est **acquis par l'oxydant**.

On considère les couples suivants : ox_1/red_1 et ox_2/red_2

Pour le **premier couple** : $n_2 \times (ox_1 + n_1 e^- \rightleftharpoons red_1)$

Pour le **deuxième couple** : $n_1 \times (red_2 \rightleftharpoons ox_2 + n_2 e^-)$

L'équation bilan de la **réaction** est : $n_2 ox_1 + n_1 red_2 \rightarrow n_2 red_1 + n_1 ox_2$

3 – Application :

Écrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction entre les ions du permanganate et des ions de fer (II) en milieu acide.

On considère les **réactifs** suivants : $MnO_4^-_{(aq)}$ et $Fe_{(aq)}^{2+}$

On considère les **couples** suivants : $MnO_4^-_{(aq)}/Mn_{(aq)}^{2+}$ et $Fe_{(aq)}^{3+}/Fe_{(aq)}^{2+}$

Pour le **premier couple** : $1 \times (MnO_4^-_{(aq)} + 8 H^+_{(aq)} + 5 e^- \rightleftharpoons Mn_{(aq)}^{2+} + 4 H_2O_{(l)})$

Pour le **deuxième couple** : $5 \times (Fe_{(aq)}^{2+} \rightleftharpoons Fe_{(aq)}^{3+} + e^-)$

L'équation bilan : $MnO_4^-_{(aq)} + 5 Fe_{(aq)}^{2+} + 8 H^+_{(aq)} \rightarrow Mn_{(aq)}^{2+} + 5 Fe_{(aq)}^{3+} + 4 H_2O_{(l)}$

II – Les transformations rapides et les transformations lentes :

1 – Les transformations rapides :

1-1- Activité :

On verse **20 ml** de solution de sulfate de cuivre II ($Cu_{(aq)}^{2+} + SO_4^{2-}_{(aq)}$) dans un tube à essai (1), et on ajoute **10 ml** de la soude ($Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$) (2).

a- Qu'observez-vous ? Quel est le nom du composé produit ?

On observe la **formation d'un précipité bleu**, c'est l'**hydroxyde de cuivre II**.

b- Écrire l'équation de cette réaction.

L'équation bilan : $Cu_{(aq)}^{2+} + 2 HO^-_{(aq)} \rightarrow Cu(OH)_{2(s)}$.

c- Cette **réaction** peut-elle être **suivie** à l'œil nu ? Que concluez-vous ?

Cette **réaction** ne peut pas être **suivie** à l'œil nu. Alors, c'est une **réaction rapide**.

1-2- Définition :

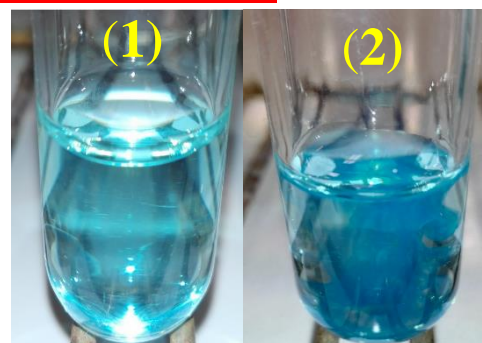
Les **transformations rapides (instantanée)** sont des **transformations** qui se produisent **rapidement**, de sorte que nous ne pouvons pas **suivre** leur **évolution** à l'**œil nu** ou avec les **appareils de mesure courants** disponibles en **laboratoire**. C-à-d qu'il est impossible de distinguer des **états intermédiaires** entre l'**état initial** et l'**état final** du système.

Exemple :

Réaction de **précipitation** du **chlorure d'argent** : $Ag^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} \rightarrow AgCl_{(s)}$

Réactions **acido-basiques** : $H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow 2 H_2O_{(l)}$

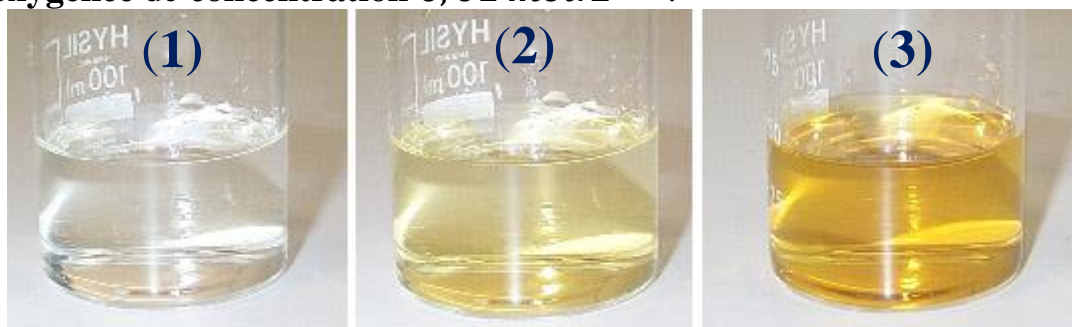
Réaction d'oxydoréduction: $MnO_4^-_{(aq)} + 5 Fe_{(aq)}^{2+} + 8 H^+_{(aq)} \rightarrow Mn_{(aq)}^{2+} + 5 Fe_{(aq)}^{3+} + 4 H_2O_{(l)}$



2 – Les transformations rapides :

2-1- Activité :

On mélange, dans un bécher, 50 ml de solution d'iodure de potassium de concentration molaire 0,20 mol.L⁻¹ acidifier par l'acide sulfurique, et 50 ml de l'eau oxygénée de concentration 0,01 mol.L⁻¹.



a- Qu'arrive-t-il au mélange avec le temps ?

On observe que la **couleur** du mélange **change** avec le **temps**.

b- Expliquer ces observations ? Que concluez-vous ?

L'apparition du **diode** est **progressive**, comme en témoigne la **coloration progressive** de la **solution** (apparaît en **jaune** et en **marron**). L'évolution progressive de la **couleur du mélange** montre que la **transformation** est **lente**.

c- Écrire l'équation de cette **réaction**.

On considère les **réactifs** suivants : $H_2O_{2(aq)}$ et $I^-_{(aq)}$

On considère les **couples** suivants : $H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(l)}$ et $I_{2(aq)} / I^-_{(aq)}$

Pour le **premier couple** : $H_2O_{2(aq)} + 2 H^+_{(aq)} + 2 e^- \rightleftharpoons 2 H_2O_{(l)}$

Pour le **deuxième couple** : $2 I^-_{(aq)} \rightleftharpoons I_{2(aq)} + 2 e^-$

L'équation bilan : $H_2O_{2(aq)} + 2 I^-_{(aq)} + 2 H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2 H_2O_{(l)}$

2-2- Définition :

Les **transformations lentes** sont des **transformations** qui durent de **quelques secondes** à **plusieurs heures**, de sorte que leur **évolution** peut être **suivie** à l'**œil nu** ou avec les **appareils de mesure courants** disponibles en **laboratoire**.

Exemple : Réaction de l'**acide chlorhydrique** avec le **zinc**.

La réaction de **dismutation** de l'ion thiosulfate $S_2O_3^{2-}$ en milieu **acide**.

La formation de la **rouille** (oxydation du fer) ou de la **patine** (oxydation du cuivre).

3– Quelques techniques physiques pour mettre en évidence les transformations lentes :

MANOMÈTRE : Dans le cas de **transformations** accompagnées d'une **modification** de la **quantité de matière gazeuse**, nous utilisons le **manomètre** pour **suivre la pression** du **mélange réactionnel** dans le **temps**. Reconnaisant ainsi la **nature** de la **transformation** (**rapide** ou **lente**).

CONDUCTIMÉTRIE : Dans le cas des **transformations ioniques**, nous utilisons la **conductimétrie** pour observer l'**évolution** de la **conductivité** du **mélange réactionnel** dans le **temps**. Reconnaisant ainsi la **nature** de la **transformation** (**rapide** ou **lente**).

PH-MÈTRE : Dans le cas des ions $H_3O^+_{(aq)}$ et $HO^-_{(aq)}$ présent dans la **réaction**, nous utilisons le **pH-mètre** pour **suivre l'évolution** du **pH** de la **solution** (c-à-d $[H_3O^+_{(aq)}]$). Reconnaisant ainsi la **nature** de la **transformation** (**rapide** ou **lente**).

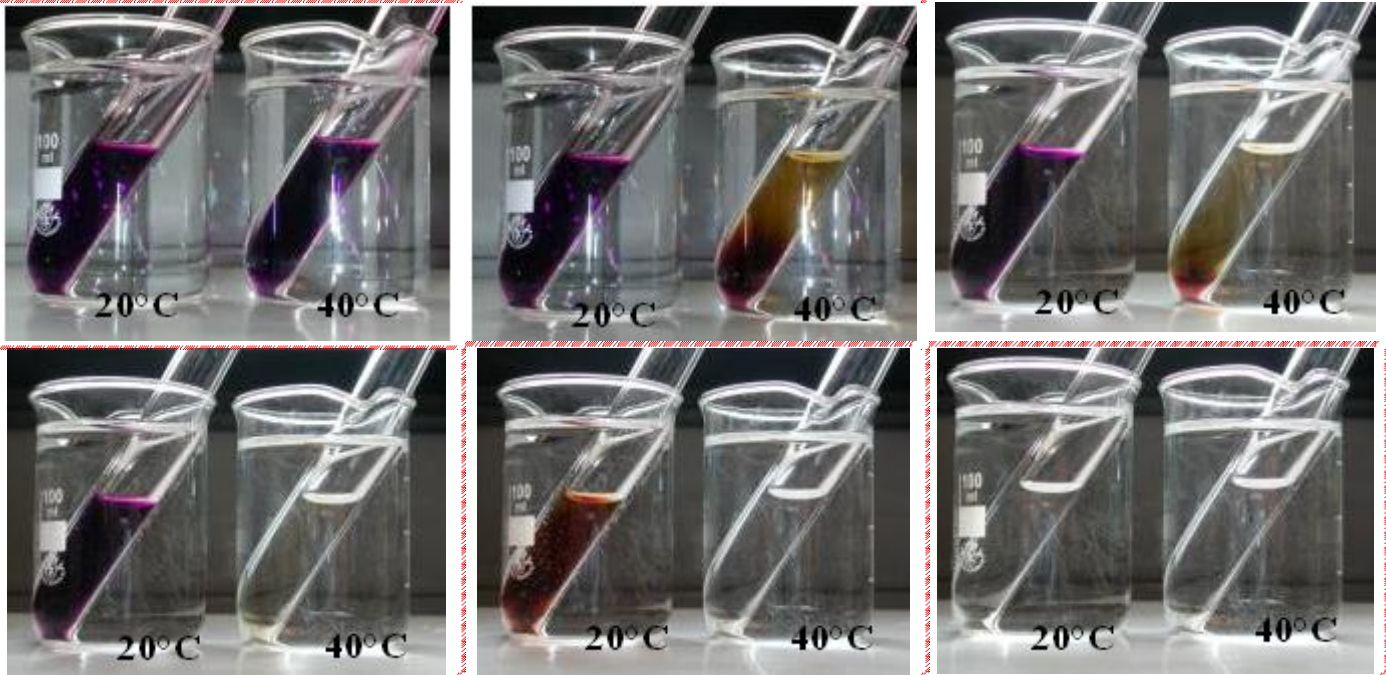
III – La démonstration expérimentale de facteurs cinétiques :

Nous appelons un **facteur cinétique**, chaque **paramètre** pouvant **modifier** la **vitesse** de l'évolution d'un système chimique.

1 – L'influence de la température :

1-1- Activité :

On verse dans le **tube à essais (1) et (2)**, **10,0 ml** de solution d'**acide oxalique** (éthanedioïque) $H_2C_2O_4(aq)$ de concentration $0,50 mol.L^{-1}$. Dans le **bécher de droite**, le **mélange du tube (1)** est plongé dans un **bain Marie** à $40^{\circ}C$. Dans le **bécher de gauche**, le **mélange du tube (2)** est plongé dans un **bain Marie** à $20^{\circ}C$. Dans le **même temps**, on ajoute aux tubes **5,0 ml** de solution de **permanganate de potassium** ($K^+_{(aq)} + MnO_4^-_{(aq)}$), et on obtient les **résultats** suivants :



a- Qu'observez-vous ? Que concluez-vous ?

On observe une **disparition rapide** de la **couleur violette** dans le **tube (1)** à $40^{\circ}C$.

On conclue que la **réaction** est **rapide** si la **température** est **élevée**.

b- Écrire l'équation de réaction entre les couples $MnO_4^-_{(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}$ et $CO_{2(g)}/H_2C_2O_{4(aq)}$.

Pour le **premier couple** : $2 \times (MnO_4^-_{(aq)} + 8 H^+_{(aq)} + 5 e^- \rightleftharpoons Mn^{2+}_{(aq)} + 4 H_2O_{(l)})$

Pour le **deuxième couple** : $5 \times (H_2C_2O_{4(aq)} \rightleftharpoons 2 CO_{2(g)} + 2 H^+ + 2 e^-)$

L'équation bilan : $2MnO_4^-_{(aq)} + 5H_2C_2O_{4(aq)} + 6H^+_{(aq)} \rightarrow 2Mn^{2+}_{(aq)} + 10CO_{2(g)} + 8H_2O_{(l)}$

1-2- Résumé :

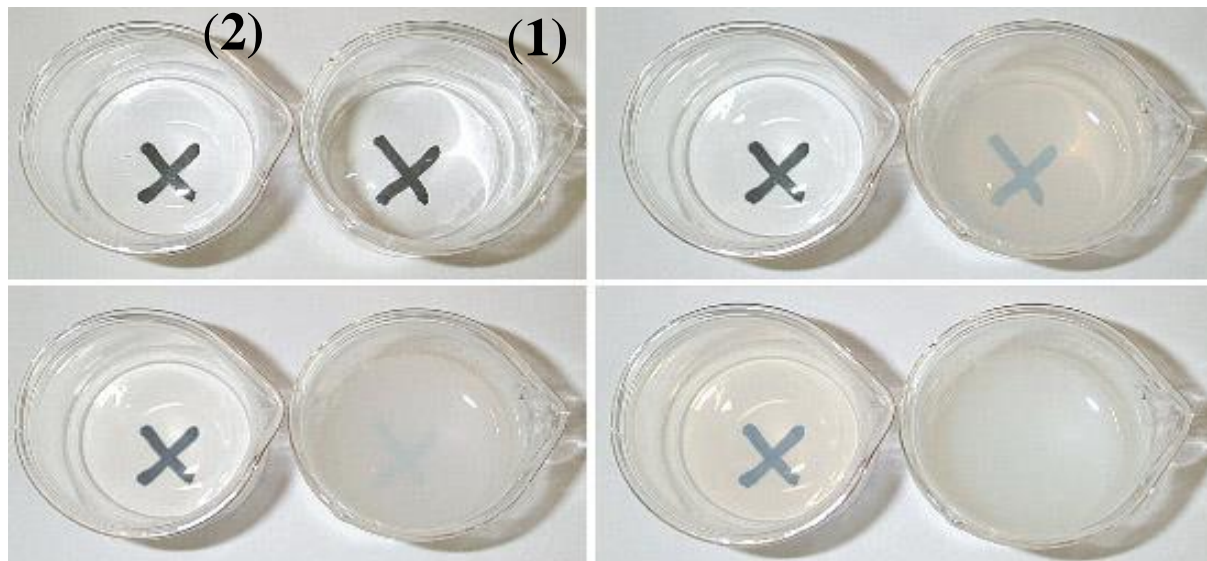
D'une **manière générale**, plus la **température** du milieu réactionnel est **élevée**, plus la **transformation** est **rapide** et **vice versa**.

2 – L'influence de la concentration initiale des réactifs :

2-1- Activité :

On verse dans le **bécher (1)**, **20,0 ml** de solution de **thiosulfate de sodium** ($2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}_{(aq)}$) de concentration $0,10 mol.L^{-1}$, et on verse dans le **bécher (2)**, **20,0 ml** de solution de **thiosulfate de sodium** ($2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}_{(aq)}$)

de concentration $0,05 \text{ mol.L}^{-1}$. Dans le même temps, on ajoute aux béchers $20,0 \text{ ml}$ de solution de chlorure d'hydrogène de concentration $0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. On projette un faisceau de lumière blanche sur le contenu du bécher et on obtient les résultats suivants :



a- Qu'observez-vous ? Que concluez-vous ?

On observe l'apparition de particules solides du soufre en suspension dans la solution, et lorsque la quantité de soufre produite est importante il disperse la lumière qui rend la solution opaque (c-à-d le mélange perd sa transparence).

Ainsi que l'apparition de particules de soufre et la perte de transparence du mélange ont été plus rapides dans le bécher (1).

Par conséquent, la vitesse de transformation est d'autant plus grande si les concentrations initiales des réactifs sont plus importantes.

b- Écrire l'équation de réaction entre les couples $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})/\text{S}(\text{s})$ et $\text{SO}_2(\text{aq})/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$.

Pour le premier couple : $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + 6 \text{H}^+(\text{aq}) + 4 \text{e}^- \rightleftharpoons 2 \text{S}(\text{s}) + 3 \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

Pour le deuxième couple : $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons 2 \text{SO}_2(\text{aq}) + 2 \text{H}^+(\text{aq}) + 4 \text{e}^-$

L'équation bilan : $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) + 2 \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow \text{S}(\text{s}) + \text{SO}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$

2-2- Résumé :

D'une manière générale, plus les concentrations initiales des réactifs sont élevées plus la transformation est rapide et vice versa .

3 – Application de facteurs cinétiques :

3-1- Accélération d'une transformation chimique :

Dans certains cas, le chimiste est obligé d'accélérer les réactions chimiques, par exemple, il augmente la température.

Exemples : la synthèse de l'ammoniac - combustion d'essence - utilisation d'un cocotte-minute pour cuire des aliments

3-2- L'abaissement de la vitesse d'une transformation chimique :

Le contrôle des facteurs cinétiques permet d'abaisser la vitesse de certaines transformations chimiques très rapides ou les stoppées.

Exemples : transformations exothermique - conservation des aliments - arrêt d'une transformation chimique

Cours : Transformations lentes et transformations rapides

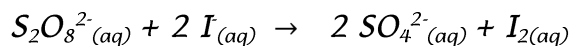
I. Rappels sur les couples oxydant/réducteur et sur l'écriture des réactions d'oxydoréduction :

1. Un exemple de réaction d'oxydoréduction : la réaction entre l'ion peroxodisulfate avec l'ion iodure :

Expérience :

- Mettre dans un bécher, 50 mL de la solution aqueuse d'iodure de potassium de concentration en soluté apportée $C = 2,5 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$
- Versez 50 mL de la solution aqueuse de peroxodisulfate de sodium $2 \text{ Na}^+ + \text{S}_2\text{O}_8^{2-}$ de concentration en soluté apportée $C = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$
- Agiter, puis noter les observations

On donne l'équation associée à cette transformation :



Question-réponse :

- Quels sont les deux couples mis en jeu ? (oxydant/réducteur)

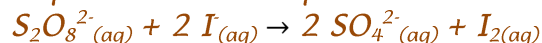


- Ecrire les demi-équations correspondantes.



- Retrouver l'équation de la transformation chimique.

On multiplie par deux la première demi-équation afin le nombre de mole d'électrons soit le même :



- Quelles sont vos observations :

Au cours du temps, la solution contenue dans le bécher prend une teinte brune de plus en plus intense. La réaction est lente.

- A quel produit est dû l'apparition de la couleur brune ?

La couleur brune est due à l'apparition du diiode.

2. Définitions :

- un réducteur est une espèce chimique susceptible de céder un ou plusieurs électrons.
- un oxydant est une espèce chimique susceptible de capter un ou plusieurs électrons.
- une oxydation est une perte d'électrons et une réduction est un gain d'électrons.

- un oxydant et un réducteur conjugués forment un couple oxydant/réducteur, noté Ox / Red. Le passage possible d'un oxydant à son réducteur conjugué et réciproquement est formalisé par une demi-équation électronique d'oxydoréduction :
 $\text{oxydant} + n e^- \rightleftharpoons \text{réducteur}$
- une réaction d'oxydoréduction est une transformation chimique mettant en jeu un transfert d'électrons entre un réducteur (qui cède des électrons) et un oxydant (qui capte des électrons).

II. Type de transformation chimique :

À l'échelle humaine, on distingue trois catégories de transformation chimique :

- La transformation quasi instantanée de durée inférieure à la seconde. On dit que la réaction est rapide

On ne peut pas observer l'évolution de la réaction à l'œil. C'est le cas de certaines réactions de précipitation. La formation du précipité se fait instantanément.

- Les transformations lente dont la durée est de l'ordre de quelques secondes à plusieurs minutes.

On peut observer l'évolution de la réaction.

- Les transformations extrêmement lente ou infiniment lente dont la durée est de l'ordre de plusieurs jours à plusieurs semaines.

On ne peut pas observer l'évolution de la réaction à l'œil.

III. Mise en évidence expérimentale de transformations lentes.

1)- Oxydation des ions iodure par de peroxyde d'hydrogène en milieu acide.

a)- Expérience :

À l'instant $t = 0, 0 \text{ s}$, on verse un volume $V = 100 \text{ mL}$ d'une solution d'iodure de potassium de concentration $C = 0,20 \text{ mol / L}$ et un volume $V_1 = 100 \text{ mL}$ d'une solution d'eau oxygénée de concentration $C_1 = 5,6 \times 10^{-2} \text{ mol / L}$ dans un erlenmeyer de 250 mL , puis on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique concentré.

b)- Observations :

Au cours du temps, la solution contenue dans le bécher prend une teinte brun orangé de plus en plus intense. Donc on peut observer l'évolution de la transformation grâce au changement de teinte de la solution.

Le changement de teinte est dû à la formation de diiode en milieu aqueux.

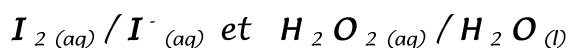
c)- Interprétations :

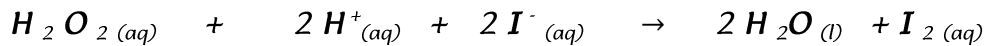
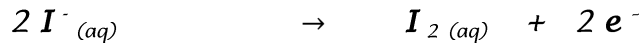
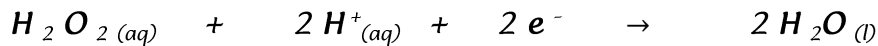
Il se produit une réaction d'oxydoréduction entre les ions iodure et l'eau oxygénée en milieu acide.

Cette transformation est lente par rapport à l'échelle humaine.

d)- Écrire l'équation de la réaction chimique :

On donne les couples intervenants au cours de la transformation :





2)- Dismutation de l'ion thiosulfate en milieu acide.

a)- Expérience :

Dans un bécher de 100 mL, on verse :

- 45 mL de thiosulfate de sodium de concentration $C_1 = 0,13 \text{ mol / L}$,
- 5 mL de solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_2 = 0,10 \text{ mol / L}$.

b)- Observations :

On observe la formation d'un précipité jaune de soufre qui trouble peu à peu la solution.

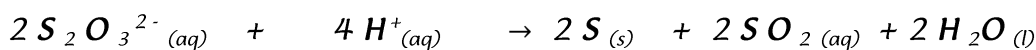
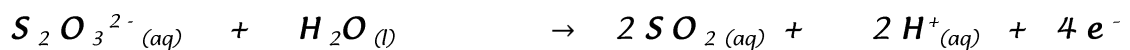
c)- Interprétation :

La transformation est lente, on peut observer son évolution.

L'équation de la réaction :

On donne les couples mis en jeu : $S_2O_3^{2-}_{(aq)} / S_{(s)}$ et $SO_2_{(aq)} / S_2O_3^{2-}_{(aq)}$

- On dit que l'ion thiosulfate se dismute car il apparaît dans deux couples différents en tant que réducteur dans un couple et oxydant dans l'autre couple.



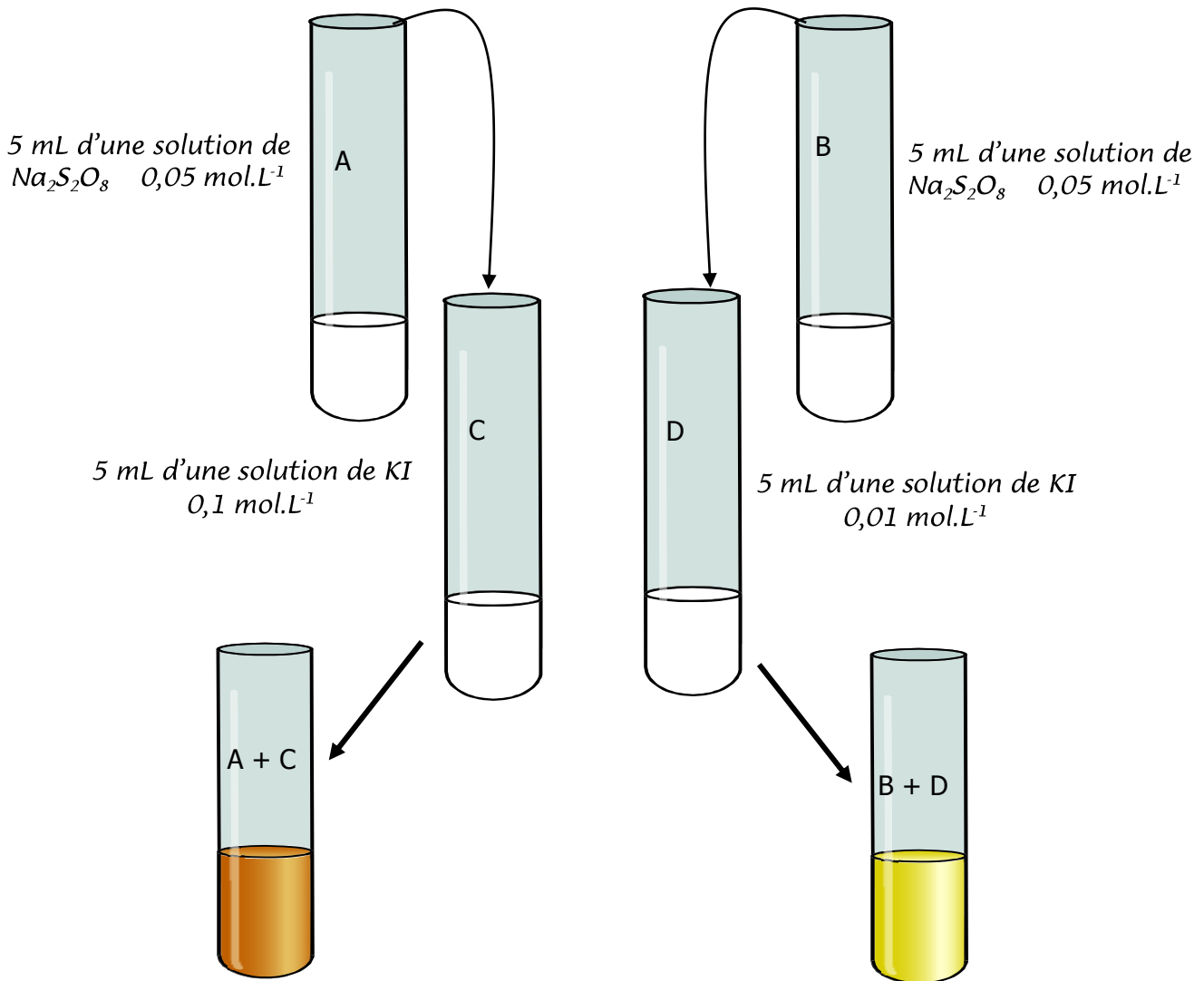
On dit que l'ion thiosulfate se dismute car il apparaît dans deux couples différents en tant que réducteur dans un couple et oxydant dans l'autre couple.

La réaction de dismutation de l'ion thiosulfate en milieu acide est une transformation lente.

VI. Influence des facteurs cinétiques sur la vitesse de réaction :

TP : La mise en évidence expérimentale de l'influence des facteurs cinétiques sera réalisée enTP

1 . Influence des concentrations des réactifs sur la vitesse d'une réaction :



Verser simultanément le contenu du tube à essai A dans C et celui de B dans D. Notez vos observations :

L'apparition de la couleur brune est plus rapide dans le mélange A + C que dans le mélange B + D.

Conclusion :

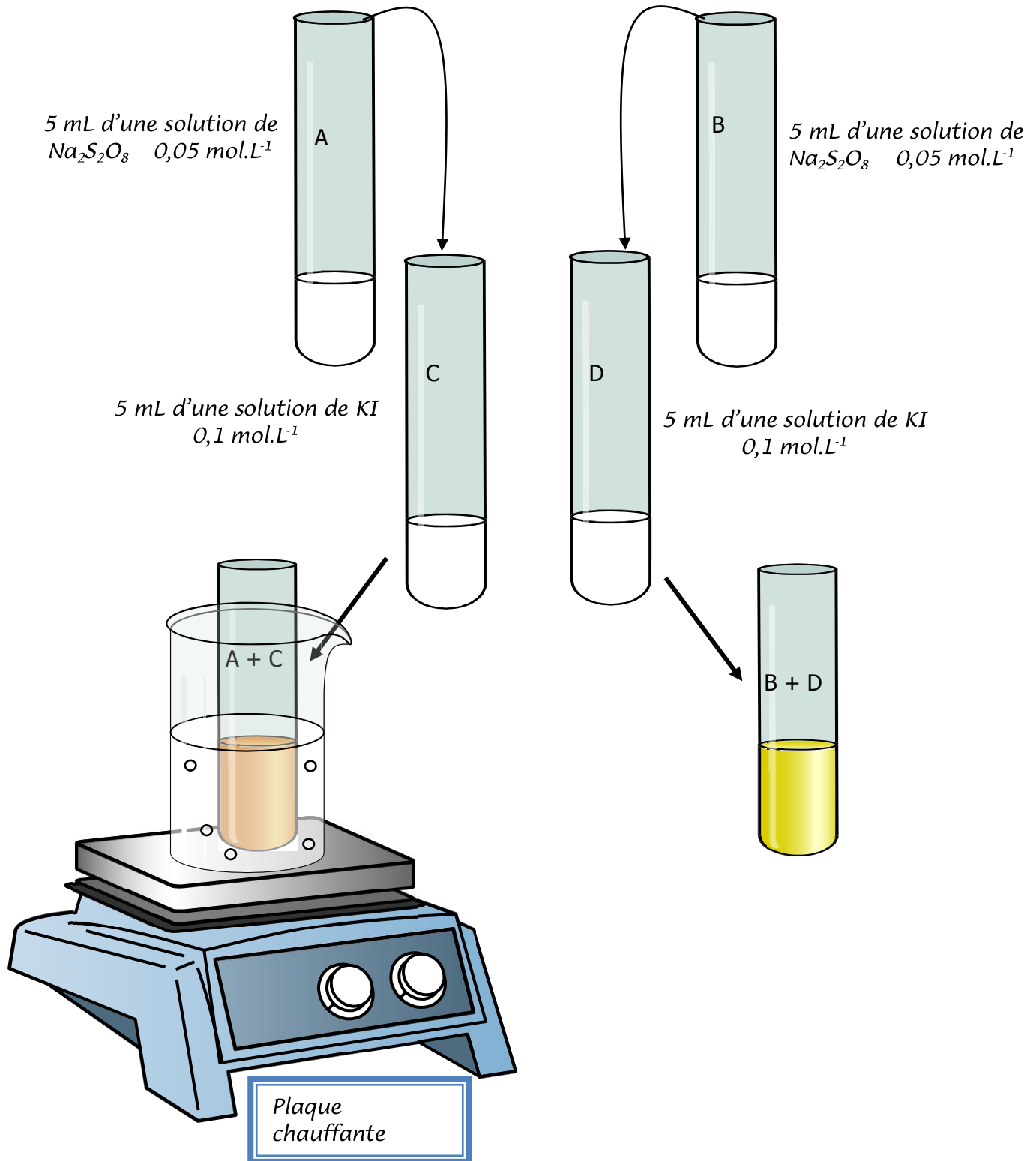
La formation du diiode augmente avec la concentration initiale des réactifs.

On dit que la concentration des réactifs est un facteur cinétique.

De façon générale l'avancement d'une réaction augmente avec la concentration initiale des réactifs.

Comme applications au laboratoire la dilution, en diminuant la concentration des réactifs on peut ralentir ou stopper une réaction.

2- Influence de la température sur la vitesse d'une réaction



Verser simultanément le contenu du tube à essai A dans C et celui de B dans D. Notez vos observations :

L'apparition de la couleur brune est plus rapide dans le mélange A + C que dans le mélange B + D.

Conclusion :

La formation du diiode augmente avec la température.
On dit que la température est un facteur cinétique.

De façon générale l'avancement d'une réaction augmente avec la température. Illustrations dans la vie courante :

- cuisson à l'autocuiseur.
- conservation des aliments par le froid.

Remarque : quelques applications au laboratoire :

- chauffage pour accélérer la réaction.
- trempé (refroidissement brutal du milieu réactionnel) pour stopper la réaction.

Remarque : si l'on verse de l'eau froide dans un milieu réactionnel, on fait intervenir les deux facteurs cinétiques (trempé + dilution).

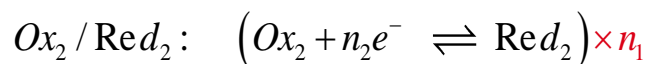
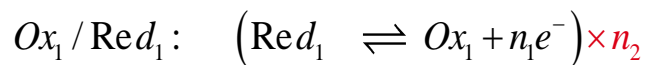
TRANSFORMATIONS RAPIDES ET TRANSFORMATIONS LENTES

1- Réactions oxydo-réduction

1-1 Définitions

- **Un oxydant** est une espèce chimique capable de capter un ou plusieurs électrons au cours d'une transformation chimique
- **Un réducteur** est une espèce chimique capable de céder un ou plusieurs électrons au cours d'une transformation chimique.
- **Un couple oxydant/réducteur** est l'ensemble d'un oxydant et de son réducteur conjugué. Il est noté : Ox/Red , et caractérisé par une demi-équation électronique : $Ox + ne^- \rightleftharpoons Red$
- **Une réaction d'oxydoréduction** met en jeu deux couples oxydant/réducteur : Il y a transfert d'électrons du réducteur de l'un des couples à l'oxydant de l'autre couple.

Soient les deux couples :

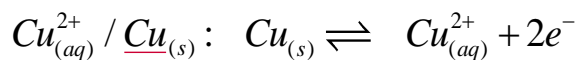


L'équation de la réaction d'oxydoréduction entre Ox_2 et Red_1 s'écrit, en combinant les demi-équations :



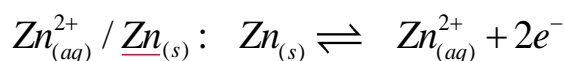
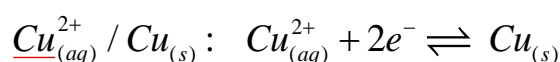
1-2 Exemples

a- réaction entre les ions d'argent et le cuivre métal.



L'équation de la réaction : $Cu_{(s)} + 2Ag_{(aq)}^+ \rightarrow Cu_{(aq)}^{2+} + 2Ag_{(s)}$

b- réaction entre les ions de cuivre et le zinc métal.



L'équation de la réaction : $Cu_{(aq)}^{2+} + Zn_{(s)} \rightarrow Cu_{(s)} + Zn_{(aq)}^{2+}$

2- transformations rapides et transformations lentes

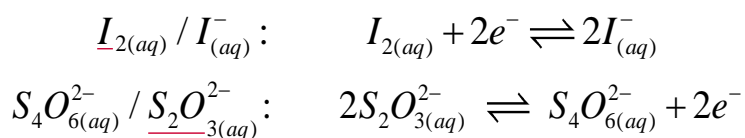
2-1 les transformations rapides

Une transformation est dite rapide si elle s'effectue en une durée trop courte pour être suivie à l'œil ou avec des instruments de mesure.

Exemples:

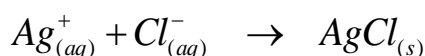
- * **Réduction du diiode par les ions thiosulfates.**

En ajoutant une solution de diiode ($I_{2(aq)}$), caractérisé par sa couleur brun, à une solution de thiosulfate de sodium ($2Na_{(aq)}^+ + S_2O_{3(aq)}^{2-}$), nous observons une décoloration immédiat de la solution.



L'équation de la réaction : $I_{2(aq)} + 2S_2O_{3(aq)}^{2-} \rightarrow 2I_{(aq)}^- + S_4O_{6(aq)}^{2-}$

- * **Les réactions acido-basiques:** $H_3O_{(aq)}^+ + HO_{(aq)}^- \rightarrow 2H_2O_{(l)}$
- * **Les réactions de précipitation:** comme la précipitation du chlorure d'argent :



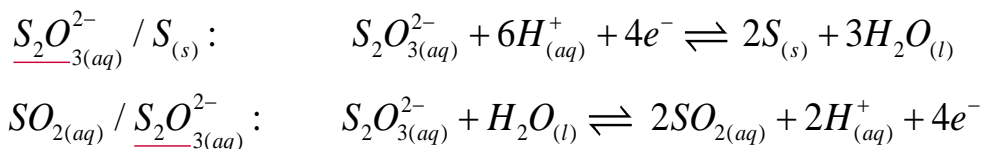
2-2 Transformations lentes

Une transformation est dite lente si elle est susceptible d'être suivie à l'œil ou par des instruments de mesure.

Exemples:

- * **Dismutation de l'ion thiosulfate en milieu acide:**

En ajoutant de l'acide chlorhydrique à une solution de thiosulfate de sodium, le mélange se transforme progressivement et nous pouvons observer la formation du soufre sous forme d'un précipité jaune qui trouble peu à peu la solution.

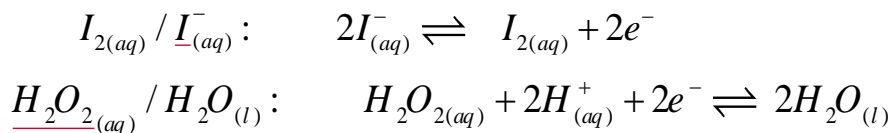


L'équation de la réaction $S_2O_{3(aq)}^{2-} + 2H_{(aq)}^+ \rightarrow S_{(s)} + SO_{2(aq)} + H_2O_{(l)}$

Dismutation: Réaction d'oxydoréduction au cours de laquelle une espèce chimique joue à la fois le rôle d'oxydant et de réducteur.

- * **Oxydation des ions iodure par l'eau oxygénée dans en milieu acide**

en mélangeant une solution d'iodure de potassium ($K_{(aq)}^+ + I_{(aq)}^-$) avec de l'eau oxygénée ($H_2O_{2(aq)}$) acidifié par addition de quelques gouttes d'acide sulfurique, nous assistons à une réaction chimique dont l'évolution peut être suivie grâce au changement de teinte de la solution qui vire du jaune au brun (apparition de diode)



L'équation de la réaction: $H_2O_{2(aq)} + 2I_{(aq)}^- + 2H_{(aq)}^+ \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$

3- Les facteurs cinétiques

Un facteur cinétique est une grandeur qui influe sur la durée d'évolution d'une transformation chimique.

3-1 Influence de la concentration des réactifs

Plus la concentration initiale des réactifs est grande, plus la durée de la transformation chimique est courte et par conséquent plus la réaction est rapide.

3-2 Influence de la température

Plus la température du milieu réactionnel est élevée, plus la durée de la transformation chimique est courte, et par conséquent plus la réaction est accélérée.

Remarque: Il existe d'autres facteurs cinétiques que la température et la concentration initiale des réactifs: l'emploi de catalyseurs, la lumière et le solvant dans lequel la réaction s'effectue.

3-3 Applications

a) Accélération ou déclenchement d'une transformation chimique.

- * De nombreuses synthèses industrielles sont des transformations lentes à température ordinaire; les contraintes économiques obligent à les réaliser à températures élevées.

Exemples: Synthèse de l'ammoniac, du trioxyde de soufre, Synthèse organiques...

- * Pour accélérer la cuisson des aliments, on utilise un autocuiseur où la température est voisine de 110°C

b) Ralentissement ou blocage d'une transformation chimique.

- * **Conservation des aliments:** Les aliments subissent, sous l'action de microorganismes, des réactions de dégradation altérant leur goût et pouvant conduire à des toxines graves pour la santé. Ils sont donc conservés au réfrigérateur (4°C environ) et au congélateur (-18°C environ)

- * **Conservation des cellules biologiques:** Les cellules et les tissus biologiques (spermatozoïdes, ovules, embryons) sont maintenues dans l'azote liquide à -195°C pour stopper les réactions biologiques et la division cellulaire.
- * **La trempe:** Elle désigne le refroidissement brutal d'un milieu réactionnel pour le rendre cinétiquement inerte. On utilise ce procédé lors de dosages en séances de travaux pratiques pour arrêter la réaction à un instant donné t .

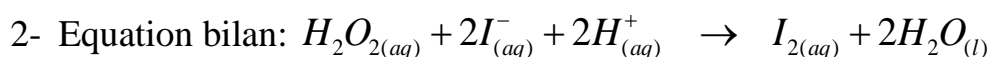
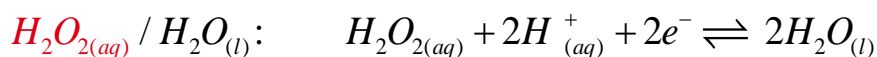
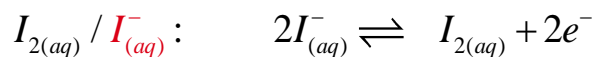
Exercice d'application:

Nous mélangeons à 25°C , un volume $V_1 = 10\text{mL}$ de l'eau oxygénée acidifié de concentration molaire $C_1 = 0,5\text{mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 20\text{mL}$ d'iodure de potassium de concentration $C_2 = 0,8\text{mol.L}^{-1}$

- 1- Déterminer les deux couples oxydant/réducteur qui interviennent dans la réaction et écrire la demi-équation de chaque couple.
- 2- Déduire l'équation bilan de la réaction d'oxydoréduction.
- 3- Quelle est l'évolution du mélange qui se produit que nous pouvons distinguer à l'œil nu.
- 4- Dresser le tableau d'évolution de la réaction.
- 5- Calculer x_{max} l'avancement maximal, et déduire le réactif limitant.
- 6- Déduire la quantité de matière du diiode formé à la fin de l'expérience.
- 7- Nous répétons l'expérience précédent toute en gardant la même température et en augmentant la concentration de la solution iodure de potassium à $C'_2 = 1\text{mol.L}^{-1}$
 - 7-1 Qu'arrivera-t-il à la durée de la réaction?
 - 7-2 Est-ce que les deux mélanges auront la même couleur à la fin des deux expériences?
- 8- Que se passerait-il si nous mettons le premier mélange dans l'eau glacée?

solution:

- 1- Les deux couples oxydant/réducteur:



- 3- Au fur et à mesure de la progression de la réaction chimique, la couleur du mélange vire du jaune au brun à cause de l'augmentation de la quantité de diiode formé.

- 4- Tableau d'évolution :

Equation de la réaction		$H_2O_{2(aq)} + 2I_{(aq)}^- + 2H_{(aq)}^+ \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$				
Etat du système	avancement	Quantité de matière (mol)				
Etat initiale	0	C_1V_1	C_2V_2	excès	0	excès
Etat intermédiaire	x	$C_1V_1 - x$	$C_2V_2 - 2x$	excès	x	excès
Etat finale	x_{\max}	$C_1V_1 - x_{\max}$	$C_2V_2 - 2x_{\max}$	excès	x_{\max}	excès

5- L'avancement maximal x_{\max} :

$$\begin{cases} C_1V_1 - x_{\max 1} = 0 \\ C_2V_2 - 2x_{\max 2} = 0 \end{cases} \text{ donc: } \begin{cases} x_{\max 1} = C_1V_1 \\ x_{\max 2} = \frac{C_2V_2}{2} \end{cases} \text{ A.N: } \begin{cases} x_{\max 1} = 5 \text{ mmol} \\ x_{\max 2} = 8 \text{ mmol} \end{cases}$$

D'où: $x_{\max} = x_{\max 1} = 5 \text{ mmol}$ et le réactif limitant est l'eau oxygéné.

6- Quantité de matière d'iode formé: $n(I_2) = x_{\max} = 5 \text{ mmol}$

7-

7-1 La durée de la réaction doit diminuer parce que nous avons augmenté la concentration de l'un des réactifs ($C'_2 > C_2$)

7-2 Pour comparer la couleur des deux mélanges il faut calculer la quantité de matière de diiode formé dans la deuxième expérience.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{\max 1} = C_1V_1 \\ x_{\max 2} = \frac{C'_2V_2}{2} \end{array} \right. \text{ A.N: } \begin{array}{l} x_{\max 1} = 5 \text{ mmol} \\ x_{\max 2} = 10 \text{ mmol} \end{array} \left. \right\} \text{ donc: } n'(I_2) = x_{\max} = 5 \text{ mmol}$$

Les deux mélanges ont donc la même quantité de matière d'iode et comme ils ont le même volume ils auront la même concentration d'où la même couleur.

8- Si nous mettons le mélange dans l'eau glacée, la réaction doit s'arrêter (La trempe)

Première Partie :
Transformations
rapides et lentes d'un
système chimique

Unité 2
4 H

Suivi temporel d'une transformation chimique - Vitesse de réaction

التتبع الزمني لتحول كيميائي - سرعة التفاعل

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته
2^{ème} Bac Sciences
Chimie

I – Suivi temporel de la transformation chimique :

La **cinétique chimique** vise à **suivre l'évolution** de la **transformation chimique**, en particulier à **déterminer l'avancement** $x = f(t)$.

A cette fin, des **méthodes physiques** et **chimiques** sont adoptées :

Les méthodes physiques sont utilisées lorsque certaines **grandeurs physiques mesurables** dans un **milieu réactionnel** sont liées à la **concentration** de certaines des **espèces chimiques** présentes dans ce milieu, notamment : **Conductimétrie** - **pH-métrie** - **mesure de volume ou de pression** - **Spectrophotométrie**. Ces méthodes se caractérisent par un **enregistrement continu** de l'**évolution** de la **quantité de matière** ou de la **concentration** dans le **temps**, et un **temps très courte** et **non parasites** pour le **milieu réactionnel**.

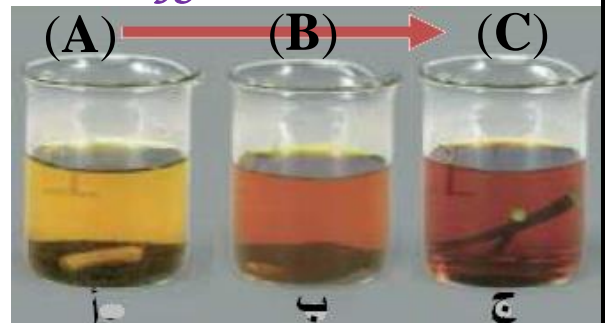
Il existe des *méthodes chimiques* telles que l'**étalonnage**. Ces méthodes ne permettent pas d'**enregistrer en continu** l'**évolution** de la **quantité de matière** ou de la **concentration** d'un **réactif** ou d'un **produit** dans le **temps**.

II – Suivi de l'évolution temporelle d'une transformation chimique :

1- Suivi de l'évolution temporelle d'une transformation chimique par le dosage :

1-1- Étude cinétique de la réaction entre l'eau oxygénée et l'ion iodure :

On verse, dans un bécher, un **volume** de **solution d'eau oxygénée** $H_2O_{2(aq)}$ (incolore) de **concentration** $C = 0,20 \text{ mol.L}^{-1}$ et **quelques gouttes** d'**acide sulfurique concentré**, puis on ajoute un **volume** de **solution d'iodure de potassium** ($K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}$) (incolore) de **concentration** $C' = 0,20 \text{ mol.L}^{-1}$.



Après **agitation**, on remarque que le **mélange** prend **progressivement** une **couleur jaune** (A), puis **marron** (B) pour devenir après **quelques minutes** plus **foncé** (C).

a- Quel est l'**espèce chimique** responsable de la **couleur observée** ?

La **couleur observée** caractérise $I_{2(aq)}$, et on explique l'**augmentation** de l'**intensité** de la **couleur** par l'**augmentation** de la **concentration** de $I_{2(aq)}$.

b- Déterminer les **couples oxydant/réducteur** intervenants dans **cette réaction**.

Les **deux couples** sont : $H_2O_{2(aq)} / H_2O_{(l)}$ et $I_{2(aq)} / I^-_{(aq)}$.

c- Écrire l'**équation** de **cette réaction**.

Pour le **premier couple** : $H_2O_{2(aq)} + 2 H^+_{(aq)} + 2 e^- \rightleftharpoons 2 H_2O_{(l)}$

Pour le **deuxième couple** : $2 I^-_{(aq)} \rightleftharpoons I_{2(aq)} + 2 e^-$

L'**équation bilan** : $H_2O_{2(aq)} + 2 I^-_{(aq)} + 2 H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2 H_2O_{(l)}$

d- Quel est l'**espèce chimique dissoute** peut être **dosée** ?

On peut **doser** $I_{2(aq)}$ à un **instant donné**.

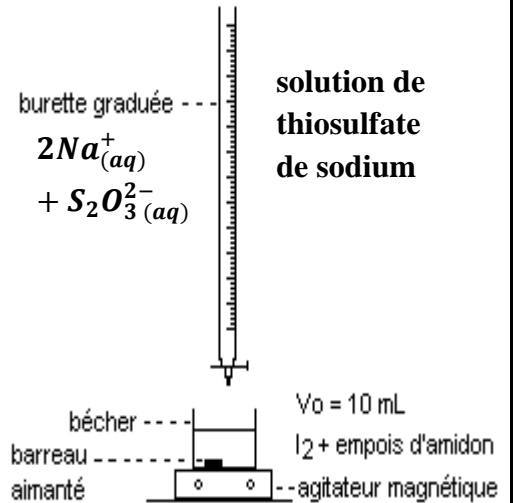
1-2- Détermination de la quantité de matière de diiode à un moment donné :

On verse, dans un bécher, un volume $V = 100 \text{ ml}$ de solution d'iodure de potassium ($K^+_{(aq)} + I^-_{(aq)}$) de concentration $C_1 = 0,400 \text{ mol.L}^{-1}$, puis on ajoute un volume $V = 100 \text{ ml}$ de solution de peroxydisulfate de potassium ($2K^+_{(aq)} + S_2O_8^{2-}_{(aq)}$) de concentration $C_2 = 0,036 \text{ mol.L}^{-1}$ acidifier par 1 ml d'acide sulfurique concentré.

Immédiatement, en préparant le mélange, on prélève un volume $V' = 10 \text{ ml}$ du mélange réactionnel et on le verse dans un bécher à l'instant $t = 0$, et on ajoute dans ce bécher 50 ml d'eau glacée (0°C) et quelques gouttes d'empois d'amidon.

On dose le diiode formé à l'instant t par la solution de thiosulfate de sodium ($2Na^+_{(aq)} + S_2O_3^{2-}_{(aq)}$) de concentration $C_3 = 0,020 \text{ mol.L}^{-1}$.

On refait les opérations précédentes à différents instants, comme l'indique le tableau suivant :



$t \text{ (min)}$	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
$n(I_2)_t \text{ mmol}$	0,0	0,5	1,0	1,4	1,7	2,1	2,3	2,8	3,1	3,2	3,3

a- Pourquoi on verse l'échantillon du mélange réactionnel dans l'eau glacée avant chaque dosage ?

Ce processus s'appelle la **plongée** dont leur but est d'**arrêter** la **réaction** par la **dilution** et le **refroidissement**.

b- Crée le **tableau d'avancement** de la **réaction** des ions **peroxydisulfate** et des ions **iodure**. **On donne** : $S_2O_8^{2-}_{(aq)} / SO_4^{2-}_{(aq)}$ et $I_2(aq) / I^-_{(aq)}$.

Pour le **premier couple** : $S_2O_8^{2-}_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons 2SO_4^{2-}_{(aq)}$

Pour le **deuxième couple** : $2I^-_{(aq)} \rightleftharpoons I_2(aq) + 2e^-$

L'équation bilan : $2I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}_{(aq)} \rightarrow I_2(aq) + 2SO_4^{2-}_{(aq)}$

L'équation de la réaction		$2I^-_{(aq)} + S_2O_8^{2-}_{(aq)} \rightarrow I_2(aq) + 2SO_4^{2-}_{(aq)}$			
L'état du système	L'avancement de la réaction	La quantité de matière en (mol)			
Etat initial	0	$n_1 = C_1.V$	$n_2 = C_2.V$	0	0
En cours	x	$C_1.V - 2.x$	$C_2.V - x$	x	$2.x$
Etat final	x_f	$C_1.V - 2.x_f$	$C_2.V - x_f$	x_f	$2.x_f$

c- Quelle est la **relation** entre la **quantité de matière** de **diiode** formé à l'instant t et l'**avancement** de la **réaction** x au même instant ?

À partir du **tableau d'avancement**, on trouve que $n(I_2)_t = x(t)$.

d- Comment **suivre** l'évolution temporelle de cette **transformation chimique** ?

Le **dosage** de **diiode** $I_2(aq)$ par les ions **peroxydisulfate** $S_2O_8^{2-}_{(aq)}$ permet de **suivre** l'évolution temporelle de l'avancement de la **réaction** x , et calculant ainsi les

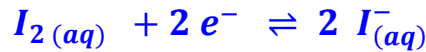
quantités de matière des autres constituants du milieu réactionnel à chaque instant t , tel que : $n(I_{(aq)}^-)_t = C_1 \cdot V - 2 \cdot x(t)$, $n(S_2O_3^{2-}_{(aq)})_t = C_2 \cdot V - x(t)$ et $n(SO_4^{2-}_{(aq)})_t = 2 \cdot x(t)$.

e- Crée le **tableau d'avancement** de la **réaction de dosage** entre les ions **thiosulfate** et le **diode**. **On donne** : $S_4O_6^{2-}_{(aq)} / S_2O_3^{2-}_{(aq)}$ et $I_2(aq) / I_{(aq)}^-$.

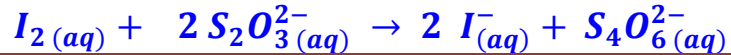
Pour le **premier couple** :



Pour le **deuxième couple** :



L'équation bilan :



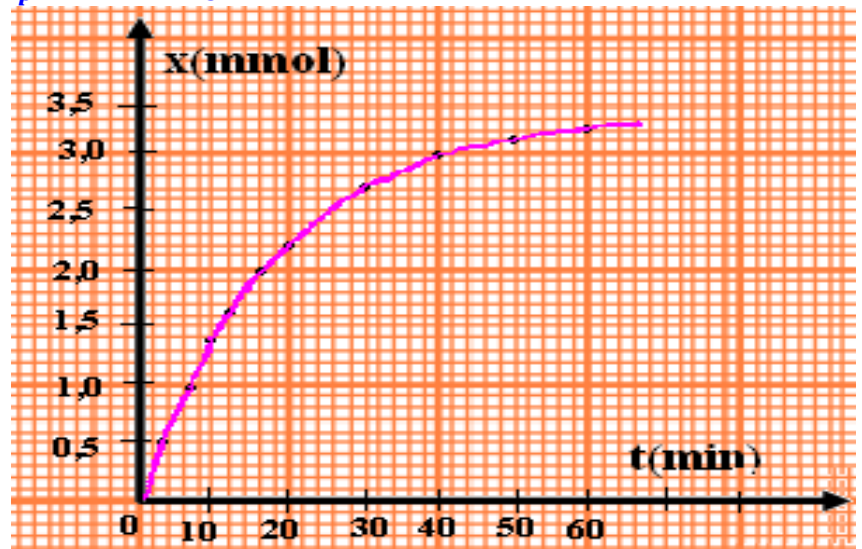
L'équation de la réaction		$I_2(aq) + 2 S_2O_3^{2-}_{(aq)} \rightarrow 2 I_{(aq)}^- + S_4O_6^{2-}_{(aq)}$			
L'état du système	L'avancement de la réaction	La quantité de matière en (mol)			
Etat initial	0	$n'_p(I_2(aq))$	$n_3 = C_3 \cdot V_{eq}$	n_0	0
En cours	x	$n'_p(I_2(aq)) - x$	$C_3 \cdot V_{eq} - 2 \cdot x$	$n_0 + 2 \cdot x$	x
Etat final	x_{eq}	$n'_p(I_2(aq)) - x_{eq}$	$C_3 \cdot V_{eq} - 2 \cdot x_{eq}$	$n_0 + 2 \cdot x_{eq}$	x_{eq}

tel que n_0 est la **quantité de matière** de $I_{(aq)}^-$ contenue dans l'échantillon titré.

f- Exprimée la **quantité de matière** de **diode formé** $n'_p(I_2(aq))$ en fonction de **volume d'équivalence** V_{eq} et de la **concentration molaire** C_3 de la **solution** de **thiosulfate de sodium** .

À l'équivalence, on a $x_E = n'_p(I_2) = \frac{C_3 V_E}{2}$. Etant donné que le **volume** du **mélange réactionnel** est égale à **10 fois** le **volume** de l'échantillon prélevé, alors, la **quantité de matière** de **diode formé** à un **instant donné** dans le **mélange réactionnel** est : $n_p(I_2) = 10 n'_p(I_2) = 5 C_3 V_E$.

g- Tracer la **courbe** $x = f(t)$.



1-3- Résumé :

Le dosage permet de suivre l'évolution temporelle de l'avancement de la réaction x , où x peut être calculé à chaque instant à partir de la connaissance de la quantité de matière de l'un des réactifs ou des produits formés à cet instant.

2- Suivi de l'évolution temporelle d'une transformation chimique par :

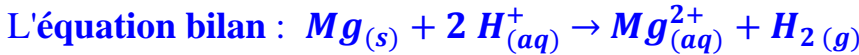
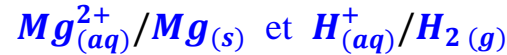
2-1- La mesure de pression d'un gaz :

On introduit, dans une fiole branché avec un manomètre, le volume $V = 50,0 \text{ mL}$ de solution de l'acide chlorhydrique de concentration $C = 0,5 \text{ mol.L}^{-1}$ et le ruban de magnésium de masse $m = 0,020 \text{ g}$.

On enregistre la valeur de la pression toutes les 30 secondes.

a- Écrire l'équation de cette réaction.

On considère les couples suivants :



b- Calculer les quantités de matière initiale des réactifs.

On a $n_i(\text{H}_3\text{O}^{+}) = C \cdot V = 0,5 \times 0,05 = 25 \text{ mmol}$

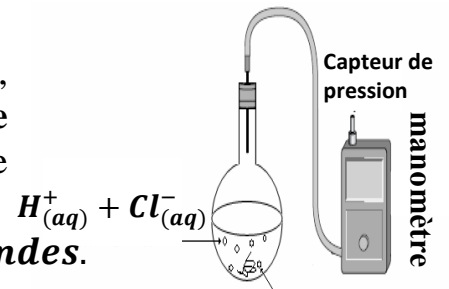
et $n_i(\text{Mg}) = \frac{m(\text{Mg})}{M(\text{Mg})} = \frac{0,020}{24,3} = 0,82 \text{ mmol}$

c- Déterminer le réactif limitant et la valeur de x_m .

Puisque on a $\frac{n_i(\text{H}_3\text{O}^{+})}{2} > \frac{n_i(\text{Mg})}{1}$, alors le réactif limitant est $\text{Mg}_{(s)}$ et l'avancement maximale est :

$$x_m = \frac{n_i(\text{Mg})}{1} = 0,82 \text{ mmol}$$

d- Crée le tableau d'avancement de cette réaction.



Le ruban de magnésium $\text{Mg}_{(s)}$

$t \text{ (s)}$	$P \text{ (hPa)}$
0	1013
30	1025
60	1036
90	1048
120	1060
150	1068
180	1079
210	1081
240	1087
270	1091
300	1093
330	1093

L'équation de la réaction		$\text{Mg}_{(s)} + 2 \text{H}_{(aq)}^{+} \rightarrow \text{Mg}_{(aq)}^{2+} + \text{H}_{2(g)}$			
L'état du syst	L'avancement	La quantité de matière en (mmol)			
Etat initial	0	0,82	25	0	0
En cours	x	$0,82 - x$	$25 - 2 \cdot x$	x	x
Etat final	x_{max}	0	23,4	0,82	0,82

e- Cette réaction donne un gaz de dihydrogène, entraînant une augmentation de la pression à l'intérieur d'une fiole de volume constant. Le manomètre mesure la pression à l'intérieur de la fiole : $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{atm} + \Delta\mathcal{P}$ où \mathcal{P}_{atm} est la pression atmosphérique. Trouver la relation entre la variation de pression $\Delta\mathcal{P}$ du gaz à l'intérieur de la fiole et l'avancement de la réaction x (on considère que le gaz est parfait).

↳ À l'état initial, on a $\mathcal{P}_{atm} = n_0 \cdot \frac{R \cdot T}{V}$ où n_0 est la quantité de matière des espèces situées dans l'air.

↳ au cours de la transformation :

$$\mathcal{P} = (n_0 + n(\text{H}_2)) \cdot \frac{R \cdot T}{V} = n_0 \cdot \frac{R \cdot T}{V} + n(\text{H}_2) \cdot \frac{R \cdot T}{V} = \mathcal{P}_{atm} + n(\text{H}_2) \cdot \frac{R \cdot T}{V}$$

et puisque : $n(\text{H}_2) = x(t)$ alors : $\Delta\mathcal{P} = n(\text{H}_2) \cdot \frac{R \cdot T}{V} = x(t) \cdot \frac{R \cdot T}{V}$ (1)

↳ À l'état final, on a : $\Delta\mathcal{P}_{max} = x_{max} \cdot \frac{R \cdot T}{V}$ (2)

de (1) et (2) on déduit que : $\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{\Delta\mathcal{P}}{\Delta\mathcal{P}_{max}} = \frac{x(t) \cdot \frac{R \cdot T}{V}}{x_{max} \cdot \frac{R \cdot T}{V}} = \frac{x(t)}{x_{max}}$

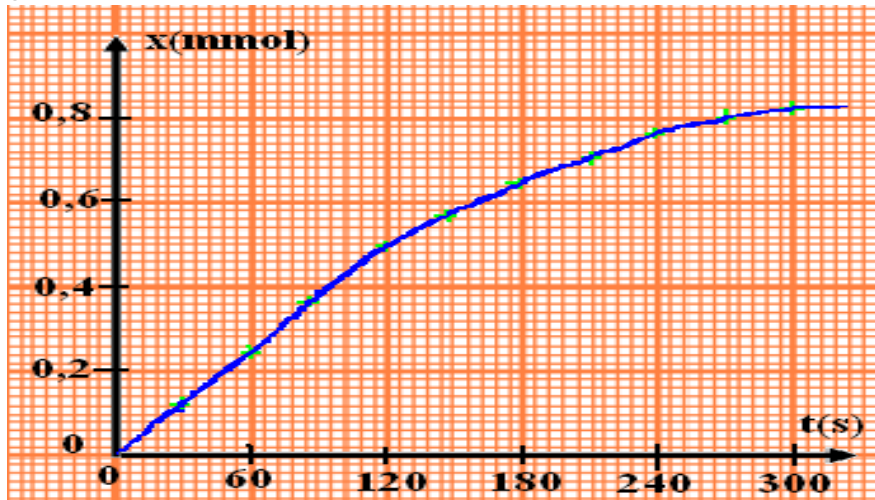
alors : $x(t) = x_{max} \cdot \frac{\Delta\mathcal{P}}{\Delta\mathcal{P}_{max}}$ avec $x_m = 0,82 \text{ mmol}$, $\mathcal{P}_{atm} = 1013 \text{ hPa}$ et

$$\Delta\mathcal{P}_{max} = \mathcal{P} - \mathcal{P}_{atm} = 80 \text{ hPa}$$

f- Calculer $x(t)$ à différents instants.

Voir ci-contre.

g- Tracer la courbe $x = f(t)$.



t (s)	x (mmol)
0	0
30	0,12
60	0,24
90	0,36
120	0,48
150	0,56
180	0,64
210	0,70
240	0,76
270	0,80
300	0,82
330	0,82

Exemple :

On a $\Delta P = 1068 - 1013 = 55 \text{ hPa}$, donc $x(150) = 0,82 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{55}{80} = 0,56 \text{ mmol}$

alors $n_{150}(H_2) = n_{150}(Mg^{2+}) = 0,56 \text{ mmol}$

et $n_{150}(H^+) = (25 - 2 \times 0,56) \cdot 10^{-3} = 23,88 \text{ mmol}$

et $n_{150}(Mg) = (0,82 - 0,56) \cdot 10^{-3} = 0,26 \text{ mmol}$

Résumé :

La mesure de pression du gaz permet de suivre l'évolution temporelle de l'avancement de la réaction x d'une manière continue.

2-2- La conductimétrie :

On verse, dans un bécher, 50 ml d'eau distillée et 25 ml d'alcool, et on met le bécher dans un bain Marie à température de 20°C. Puis on ajoute, dans ce bécher, 1 ml de 2-chloro-2-méthylpropane ($n_0 = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$) et noté RCl. On fait l'étalonnage de la conductimètre et on immerge la cellule de mesure dans le mélange après l'agitation. Après chaque 200 secondes, on enregistre la conductivité $\sigma(t)$ de la solution comme l'indique le tableau ci-dessous :

t (s)	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
σ (S/m)	0	0,489	0,977	1,270	1,466	1,661	1,759	1,856	1,905	1,955	1,955

a- Écrire l'équation de cette réaction.

L'équation bilan : $RCl + H_2O_{(l)} \rightarrow ROH + H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

b- Crée le tableau d'avancement de cette réaction.

L'équation de la réaction		$RCl + H_2O_{(l)} \rightarrow ROH + H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$				
L'état du système	L'avancement de la réaction	La quantité de matière en (mmol)				
Etat initial	0	n_0	en excès	0	0	0
En cours	x	$n_0 - x$		x	x	x
Etat final	x_{max}	$n_0 - x_{max}$		x_{max}	x_{max}	x_{max}

Puisque l'eau est en excès, alors le réactif limitant est RCl et l'avancement maximale est : $x_{\max} = \frac{n_0}{1} = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

c- La conductivité de la solution change-t-elle ?

La réaction entraîne la formation d'ions $H^+_{(aq)}$ et $Cl^-_{(aq)}$ qui augmentent la conductivité du milieu réactionnel.

d- Trouver la relation entre la conductivité $\sigma(t)$ et l'avancement de la réaction $x(t)$.

La conductivité de la solution est exprimée par : $\sigma(t) = \lambda_{H^+} \cdot [H^+]_t + \lambda_{Cl^-} \cdot [Cl^-]_t$

D'après le tableau d'avancement, on a : $[H^+]_t = [Cl^-]_t = \frac{x(t)}{V}$

Puisque le volume de la solution est constant, alors : $\sigma(t) = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \cdot \frac{x(t)}{V}$ (1)

À l'état final, on a : $\sigma(t_f) = \sigma_{\max} = (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-}) \cdot \frac{x_{\max}}{V}$ (2)

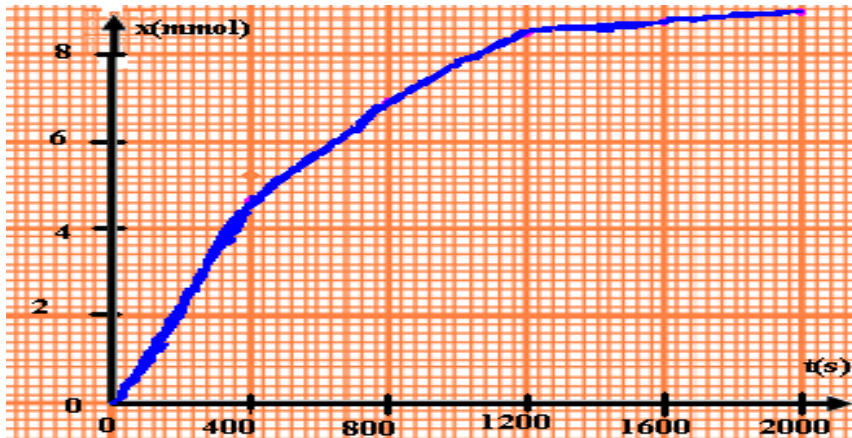
de (1) et (2) on déduit que : $\frac{(1)}{(2)} \quad \frac{\sigma(t)}{\sigma_{\max}} = \frac{x(t)}{x_{\max}}$

alors : $x(t) = x_{\max} \cdot \frac{\sigma(t)}{\sigma_{\max}}$ avec $x_{\max} = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ et $\sigma_{\max} = 1,955 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$

e- Calculer $x(t)$ à différents instants.

Voir ci-contre.

f- Tracer la courbe $x = f(t)$.



t (s)	x (mmol)
0	0
200	2,30
400	4,60
600	5,98
800	6,90
1000	7,82
1200	8,62
1400	8,73
1600	8,96
1800	9,20
2000	9,20

Résumé :

La mesure de la conductivité σ d'une solution ionique permet de suivre l'évolution temporelle de l'avancement de la réaction x d'une manière continue pour les réactions dans lesquelles la différence entre la conductivité des produits et la conductivité des réactifs est importante.

III – Vitesse de réaction et le temps de demi-réaction :

1- Vitesse de réaction :

1-1- Définition :

La vitesse volumique d'une réaction correspond à la quantité de matière formée ou disparue par unité de temps et de volume, tel que : $v(t_i) = \frac{1}{V} \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t_i}$.

avec V : le volume de la solution (m^3) et $\frac{dx}{dt}$: la variation de l'avancement x de la réaction par rapport au temps ($\text{mol} \cdot \text{s}^{-1}$).

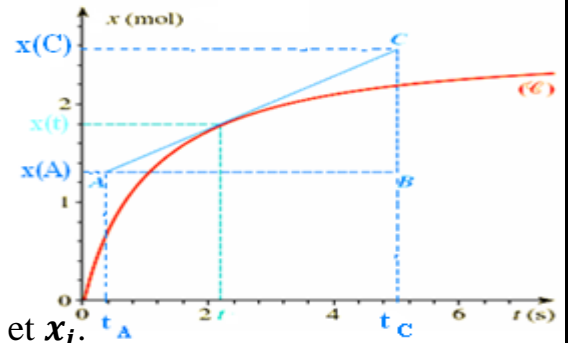
L'unité de la vitesse volumique dans (SI) est : $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$

1-2- Détermination de la vitesse volumique de réaction :

Graphiquement : On trace la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t choisie.

On calcule la valeur du rapport $\frac{dx}{dt}$ qui représente le coefficient directeur de cette tangente, et on le divise par la valeur de V (volume de la solution).

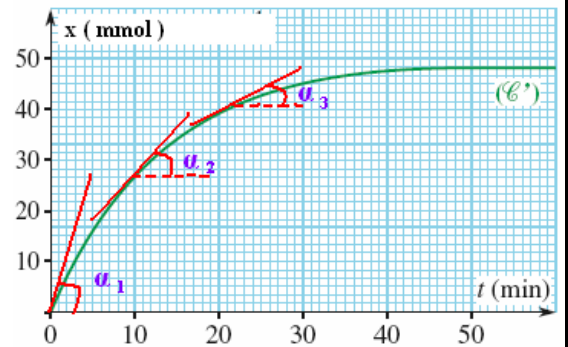
Utilisation d'un tableur : Il calcule directement la vitesse v à partir des valeurs de V , t_i et x_i .



1-3- Evolution de la vitesse de réaction au cours du temps :

On remarque la diminution de l'angle α et par conséquent les valeurs de coefficient directeur de la tangente $\tan \alpha$ diminuent au fur et à mesure que la transformation évolue avec le temps.

Et puisque la transformation se déroule dans un volume constant, alors : **LA VITESSE DE RÉACTION DIMINUE AVEC LE TEMPS.**



2- Temps de demi-réaction :

2-1- Définition :

Le temps de demi-réaction, noté $t_{1/2}$, correspond au temps nécessaire pour que l'avancement soit parvenu à la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$.

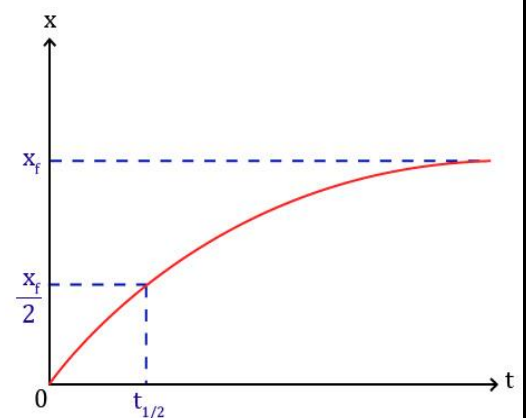
Remarque : Si la transformation est totale, ce qui correspond à la disparition du réactif limitant, l'avancement final est égal l'avancement maximal, alors :

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}.$$

2-2- Détermination du temps de demi-réaction :

On le détermine graphiquement à partir de la courbe des variations de l'avancement $x = f(t)$:

- ⊕ On détermine la valeur de l'avancement final x_f par le traçage d'une asymptote à la courbe.
- ⊕ On détermine $\frac{x_f}{2}$ sur la courbe.
- ⊕ On détermine le point d'intersection de la ligne horizontale de l'ordonnée $\frac{x_f}{2}$ avec la courbe.
- ⊕ L'abscisse du point d'intersection représente le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.



Remarque :

- ⊕ Pendant le suivi temporel de la transformation, la durée entre chaque mesure doit être beaucoup plus courte que le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ pour garantir l'intégrité de l'étude.
- ⊕ Le temps de demi-réaction permet d'estimer le temps nécessaire à la fin de la transformation chimique étudiée (environ $t_f = 10 t_{1/2}$).

Suivi temporel d'une transformation chimique-Vitesse de la réaction.

I-Techniques du suivi temporel d'une transformation:

Pour suivre temporellement l'évolution d'une transformation chimique on doit connaître sa composition à chaque instant. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de suivre l'évolution d'une transformation parmi lesquelles il y'a:

- Le dosage.
- La conductimétrie.
- La mesure de la pression.
- La pH-métrie.

II-Suivi temporel d'une transformation:

1) Méthode du dosage:

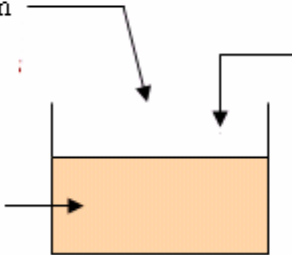
a)Expérience:

On réalise le mélange suivant:

Un volume $V_1=100\text{cm}^3$ d'une Solution d'iodure de potassium (K^++I^-) de concentration: $C_1=0,4\text{mol/L}$

Un volume $V_2=100\text{cm}^3$ d'une Solution de peroxodisulfate de potassium ($2\text{K}^++\text{S}_2\text{O}_8^{2-}$) de concentration: $C_2=0,036\text{mol/L}$

Le mélange prend une couleur brune due à la formation du diiode I_2 .

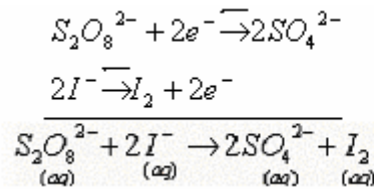


Pendant cette transformation il se forme lentement le diiode de couleur brune

Sachant que es deux couples mis en jeux sont $\text{S}_2\text{O}_8^{2-}/\text{SO}_4^{2-}$ et I_2/I^- .

Déterminer l'équation de la réaction :

Equation de la réaction :



C'est une réaction lente.

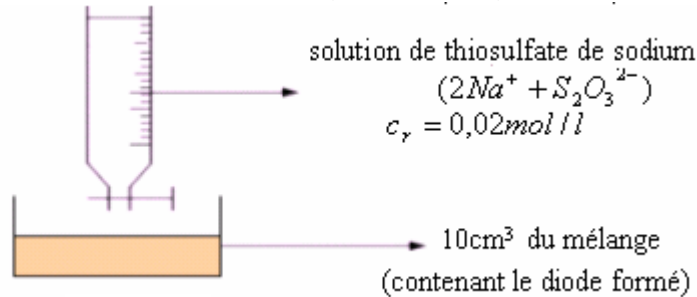
Les ions iodures I^- sont lentement oxydés par les ions peroxodisulfate ce qui entraine la formation progressive du diiode I_2 .

Pour savoir la quantité du diiode qui s'est formée à un instant donné on réalise le dosage de la manière suivante:

On recueille après chaque trois minutes 10cm^3 du mélange réactionnel et on la trempe dans l'eau froide pour arrêter la réaction,

Puis on dose le diiode I_2 formé par une solution de thiosulfate de sodium ($2\text{Na}^+ + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$) de concentration $C_r=0,02\text{mol/L}$.

Dosage:

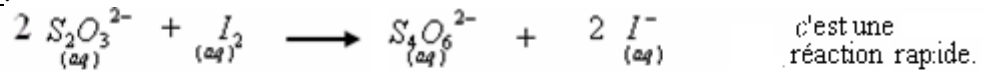


solution de thiosulfate de sodium ($2\text{Na}^+ + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$) $c_r = 0,02\text{mol/l}$

10cm^3 du mélange (contenant le diiode formé)

Les deux couples mis en jeux durant le dosage sont I_2/I^- et $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$.

Equation de la réaction du dosage:



à l'équivalence: $\frac{n(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2} = \frac{n(\text{I}_2)}{1}$

Soit v_r le volume de la solution de thiosulfate de sodium ajoutée à l'équivalence. donc:

$$n_{(\text{I}_2)} = \frac{c_r \times v_r}{2}$$

Tableau des mesures:

t(s)	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
n (I_2) _t m.mol	0	0,5	1,0	1,4	1,7	2,1	2,3	2,8	3,1	3,2	3,3

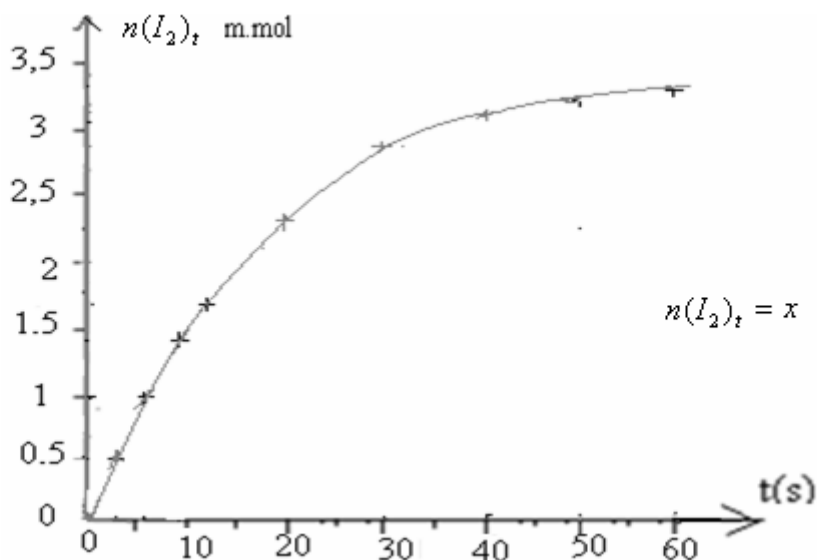
b) Exploitation:

Tableau d'avancement:

Equation de la réaction		$S_2O_8^{2-} + 2I^- \rightarrow 2S_2O_4^{2-} + I_2$			
états	avancement	Quantité de matière (en mol)			
Etat initial	0	$c_2 \times V_2$	$c_1 \times V_1$	0	0
Etat de transformation	x	$c_2 \times V_2 - x$	$c_1 \times V_1 - 2x$	2x	x

D'après le tableau d'avancement, la quantité du diiode formée à un instant t est égale à x. $n(I_2)_t = x$

Donc le dosage nous permet de suivre l'évolution de la formation du diiode en fonction du temps et de déterminer l'avancement.
Représentation de la variation $n(I_2)$ en fonction du temps:



Le tracé montre que la quantité du diiode formée augmente en fonction du temps.

On peut déterminer les quantités de matières des autres constituants du mélange réactionnel en fonction du temps.

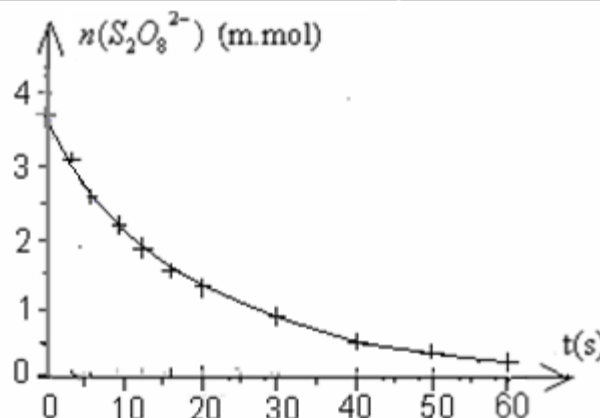
Exemple : $n(S_2O_8^{2-}) = c_2 \times V_2 - x$ $c_2 = 0,036 \text{ mol/L}$ et $V_2 = 100 \text{ mL} = 0,1 \text{ L}$ avec :

$$c_2 \times V_2 = 0,1 \text{ L} \times 0,036 \text{ mol/L} = 0,0036 \text{ mol} = 3,6 \text{ m.mol} \quad \text{donc:} \quad n(S_2O_8^{2-}) = 3,6 - x$$

Tableau des mesures:

t(s)	0	3	6	9	12	16	20	30	40	50	60
x(m.mol)	0	0,5	1	1,4	1,7	2,1	2,3	2,8	3,1	3,2	3,3
$n(S_2O_8^{2-})$ (m.mol)	3,6	3,1	2,6	2,2	1,9	1,5	1,3	0,8	0,5	0,4	0,3

Représentation de la variation $n(S_2O_8^{2-})$ en fonction du temps:



Le tracé décroissant montre que la quantité de $S_2O_8^{2-}$ diminue en fonction du temps.

2) Méthode de mesure de la pression:

a) Expérience:

On introduit un ruban de magnésium de masse $m=0,02 \text{ g}$ dans ballon contenant un volume $V=50 \text{ cm}^3$ d'une solution d'acide chlorhydrique ($H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$) de concentration $C=0,5 \text{ mol/L}$ puis on mesure la pression du gaz résultant par un manomètre.



On constate que le magnésium réagit avec l'acide chlorhydrique avec dégagement d'hydrogène et cette réaction dure quelques minutes jusqu'à la disparition totale du ruban de magnésium.

Ecrire l'équation de la réaction sachant que les deux couples mis en jeu sont : H^+ / H_2 et Mg^{2+} / Mg



b) Exploitation:

La masse molaire du magnésium: $M_{(Mg)} = 24,3 \text{ g/mol}$

-La quantité de matière initiale du magnésium : $n_o(Mg) = \frac{m(Mg)}{M(Mg)} = \frac{0,02 \text{ g}}{24,3 \text{ g/mol}} = 0,82 \times 10^{-3} \text{ mol} = 0,82 \text{ m.mol}$

-La quantité de matière initiale des ions H^+ : $n_o(H^+) = c \times V = 0,5 \text{ mol/L} \times 50 \times 10^{-3} \text{ L} = 25 \times 10^{-3} \text{ mol} = 25 \text{ m.mol}$

Tableau d'avancement:

Equation de la réaction		$Mg + 2 H^+ \rightarrow Mg^{2+} + H_2$			
états	avancement	quantité de matière (en m.mol)			
Etat initial	0	0,82	25	0	0
Etat de transformation	x	0,82-x	25-2x	x	x
Etat final	x_{max}	0,82- x_{max}	25-2 x_{max}	x_{max}	x_{max}

Or la réaction continue jusqu'à la disparition totale du ruban de magnésium, Mg est le réactif limitant.

$$0,82 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,82 \text{ m.mol}$$

D'après le tableau d'avancement à un instant t : $n(H_2)=x$ état de transformation
à état final $n(H_2)_f=x_{max}$

Or la pression est liée à la quantité de matière du l'hydrogène gazeux résultant de la réaction par la relation :

$$P_{(H_2)} V = n_{(H_2)} \cdot R T \Rightarrow P_{(H_2)} = \frac{n_{(H_2)} \times R \cdot T}{V} \quad (1)$$

À l'instant t=0 la pression dans le ballon est égale à la pression atmosphérique.

À un instant t la pression dans le ballon (indiquée par le manomètre) est : $P = P_{atm} + P_{(H_2)}$ $P_{(H_2)} = P - P_{atm} \Rightarrow$

Donc à un instant t la relation (1) devient : $P - P_{atm} = \frac{x \times R \cdot T}{V} \quad (a)$

Et à la fin de la réaction elle devient : $P - P_{atm} = \frac{x_{max} \times R \cdot T}{V} \quad (b)$

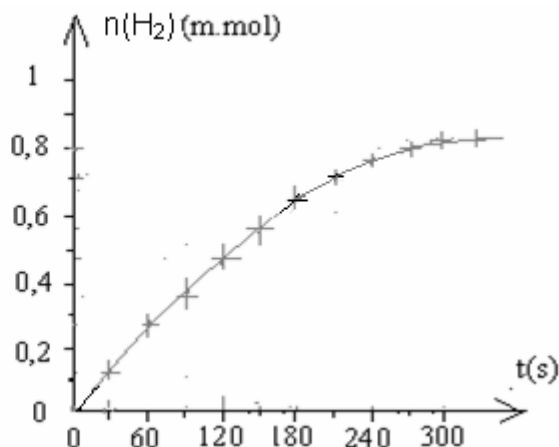
En divisant (a) par (b) on obtient : $x = \frac{P - P_{atm}}{P_{max} - P_{atm}} \times x_{max}$ avec: $x=n(H_2)$

Tableau des mesures:

t(s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
P (hPa)	1013	1025	1036	1048	1060	1068	1079	1081	1087	1091	1093	1093
x(m.mol)	0	0,12	0,24	0,36	0,48	0,56	0,68	0,70	0,76	0,80	0,82	0,82

On a : $P_{atm}=1013 \text{ hPa}$ et $P_{max}=1093 \text{ hPa}$

Représentation de la variation de $n(H_2)$ en fonction du temps:

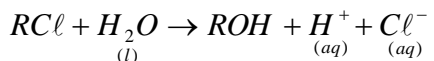


3) Méthode de mesure de la conductance:

a)Expérience:

On introduit dans un bécher un peu d'eau et d'éthanol et on ajoute au mélange 1 cm^3 de 2-chloro 2-méthyle propane de formule semi-développée : $(CH_3)_3 - C - Cl$ qu'on notera simplement RCl.

L'éthanol est un solvant dans lequel RCl se dissout très facilement et sans réagir avec l'éthanol. RCl réagit avec l'eau selon l'équation suivante:



La formation des ions H⁺ et Cl⁻ entraîne l'augmentation de la conductance de la solution.

On mesure la conductance du mélange réactionnel chaque 200s ce permet de déterminer la variation de sa conductivité en fonction du temps.

Tableau des mesures:

t(s)	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
σ(S/m)	0	0,489	0,977	1,270	1,466	1,661	1,759	1,856	1,905	1,955	1,955

b) Exploitation:

La masse volumique du 2-chloro 2-méthyle propane est: $\rho = 0,85 \text{ g/cm}^3$

Sa quantité de matière initiale est : $n_o = \frac{m}{M} = \frac{\rho \times V}{M} = \frac{0,85 \text{ g/cm}^3 \times 1 \text{ cm}^3}{92,5 \text{ g/mol}} \approx 9,2 \times 10^{-3} \text{ mol}$

Tableau d'avancement:

Equation de la réaction		$RCl + H_2O \rightarrow ROH + H^+ + Cl^-$				
états	avancement	quantité de matière (en mol)				
Etat initial	0	n _o	par excès	0	0	0
Etat de transformation	x	n _o -x	par excès	x	x	x
Etat final	x _{max}	n _o -x _{max}	par excès	x _{max}	x _{max}	x _{max}

H₂O étant utilisée en excès, RCl est le réactif limitant. $\Rightarrow n_o - x_{max} = 0$ donc : $x_{max} = n_o$

La conductivité de la solution est :

$$\sigma = \lambda_{(H^+)} [H^+] + \lambda_{(Cl^-)} [Cl^-]$$

on a: $\sigma = (\lambda_{(H^+)} + \lambda_{(Cl^-)}) \frac{x}{V} \Rightarrow [H^+] = [Cl^-] = \frac{x}{V}$

Donc:

$$\begin{cases} \sigma_{(t)} = (\lambda_{(H^+)} + \lambda_{(Cl^-)}) \times \frac{x}{V} & (1) \\ \sigma_{max} = (\lambda_{(H^+)} + \lambda_{(Cl^-)}) \times \frac{x_{max}}{V} & (2) \end{cases}$$

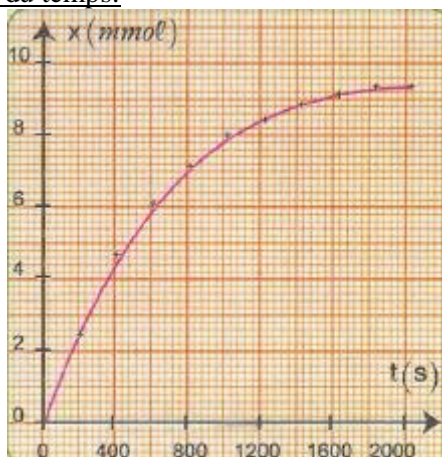
$x = \frac{\sigma_{(t)}}{\sigma_{max}} \times x_{max}$ En divisant (1) par (2) on obtient:

D'après les résultats du tableau : $\sigma_{max} = 1,955 \text{ S.m}^{-1}$ donc: $x = \frac{\sigma \times 9,2 \times 10^{-3}}{1,955}$

On complète le remplissage du tableau des mesures précédent :

t(s)	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000
σ(S/m)	0	0,489	0,977	1,270	1,466	1,661	1,759	1,856	1,905	1,955	1,955
x (mmol)	0	2,3	4,6	5,98	6,9	7,82	8,32	8,64	8,96	9,20	9,20

Représentation de la variation de X en fonction du temps:



III-Vitesse de la réaction - Temps de demi réaction :

1) Vitesse de la réaction :

a) Définition:

La vitesse volumique d'une réaction correspond à la quantité de matière formée ou disparue par unité de temps et de volume. Elle est liée à la **variation de l'avancement x** de la réaction en fonction du **temps** par la relation suivante:

$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

v : vitesse volumique de la réaction, en : $(mol./m^3.s)$ dans le S.I.

elle peut être exprimé en : $(mol./L.min)$ ou en : $(mol./L.s)....$

$\frac{dx}{dt}$: dérivée de l'avancement (en mol) par rapport au temps, en $mol.s^{-1}$,

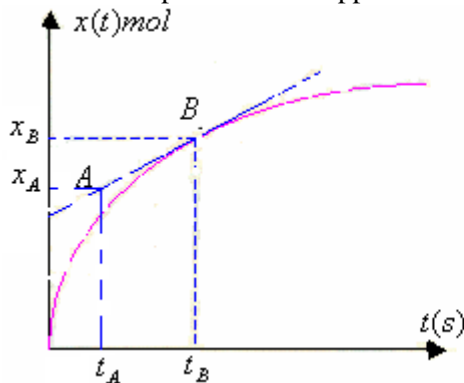
V : volume total de la solution

Remarque: En général, la vitesse de la réaction diminue lors de l'évolution d'une transformation chimique.

b) Détermination graphique de la vitesse de la réaction:

On détermine la vitesse de la réaction à un instant t donné, en traçant la droite tangente à la courbe $x=f(t)$ à cet instant puis on détermine le coefficient directeur de cette droite et on le divise par le volume V de la solution.

se détermine en choisissant deux points A et B appartenant à cette droite de la manière suivante : α Le coefficient directeur



$$\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

$$\text{on a : } \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

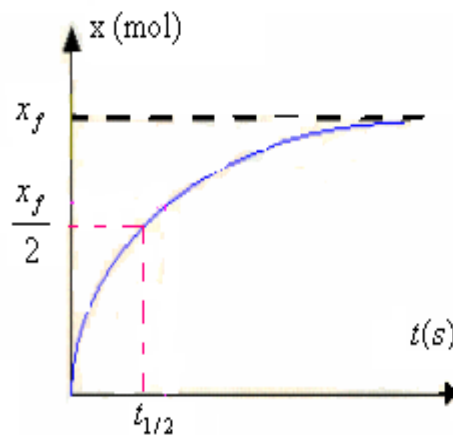
$$v = \frac{1}{V} \times \frac{(x_B - x_A)}{(t_B - t_A)}$$

2) Temps de demi-réaction :

On appelle temps de demi-réaction $t_{1/2}$ le temps nécessaire pour que l'avancement de la réaction soit égal à la moitié de sa valeur

finale.

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$



Si la réaction est totale $x_f = x_{max}$ dans ce cas:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$$

3) La vitesse de la réaction et les facteurs cinétiques :

Plus la température est élevée, plus les risques de collisions sont élevés et plus la réaction est rapide.

Plus les concentrations initiales de réactifs sont élevées, plus la probabilité de collisions est grande et donc plus la réaction est rapide.

pr. SBIRO Abdelkrim

Deuxième Partie :
Transformations
limitées d'un système
chimique
Unité 3
6 H

Transformations chimiques s'effectuant dans les deux sens

التحولات الكيميائية التي تحدث في المنحين

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته
2^{ème} Bac Sciences
Chimie

I – Les réactions Acido–Basiques :

1– Les couples *acide / base* :

- Un **acide** ($HA ; BH^+$), selon **Bronsted**, est toute espèce chimique capable de **libérer** le proton $H^+_{(aq)}$ au cours d'une transformation chimique.
- Une **base** ($A^- ; B$), selon **Bronsted**, est toute espèce chimique capable d'**acquérir** le proton $H^+_{(aq)}$ au cours d'une transformation chimique.
- L'**acide** ($HA ; BH^+$) et la **base** ($A^- ; B$) forment un **couple acide/base**, noté HA/A^- ou BH^+/B , si elles sont **conjugués**. Le **couple acide/base** peut être défini par une **demi-équation** : $HA \rightleftharpoons A^- + H^+$ ou $BH^+ \rightleftharpoons B + H^+$.
- Un **ampholyte** est une espèce chimique qui joue le rôle d'**acide** dans un **couple** et de **base** dans un **autre couple** selon les conditions expérimentales. Les solutions correspondantes sont dites "**amphotères**".

Exemple:

- L'eau $H_2O_{(l)}$ est considérée comme **ampholyte** car il joue le rôle d'une **base** dans $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$ et le rôle d'un **acide** dans $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$.
- L'ion hydrogénocarbonate $HCO_3^-_{(aq)}$ est un **ampholyte** car il joue le rôle d'une **base** dans $CO_{2(aq)}, H_2O/HCO_3^-_{(aq)}$ et le rôle d'un **acide** dans $HCO_3^-_{(aq)}/CO_3^{2-}_{(aq)}$.

2– Les réactions Acido–Basiques :

La **réaction acido-basique** est un échange de proton $H^+_{(aq)}$ entre l'**acide** HA_1 d'un couple HA_1/A_1^- et la **base** A_2^- d'un autre couple HA_2/A_2^- , selon l'équation suivante : $HA_1 + A_2^- \rightarrow A_1^- + HA_2$.

Exemple:

- les **couples** intervenants dans cette réaction sont : $NH_4^+_{(aq)}/NH_{3(aq)}$ et $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$. L'équation bilan : $H_3O^+_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightarrow H_2O_{(l)} + NH_4^+_{(aq)}$.
- les **couples** intervenants dans cette réaction sont : $HCO_3^-_{(aq)}/CO_3^{2-}_{(aq)}$ et $H_2O_{(l)}/HO^-_{(aq)}$. L'équation bilan : $HCO_3^-_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CO_3^{2-}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$.

II – Définition et mesure de *pH* d'une solution aqueuse :

1– Définitions :

1-1– Les solutions aqueuses :

La **solution aqueuse** est un mélange homogène obtenue par la **dissolution** d'une espèce chimique (appelée **soluté**) dans l'eau (appelée **solvant**).

Exemple :

- L'équation de la réaction associée à la **dissolution** du **chlorure de sodium solide** dans l'eau est : $NaCl_{(s)} \rightarrow Na^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$
- L'équation de la réaction associée à la **dissolution** de l'**acide sulfurique liquide** dans l'eau est : $H_2SO_{4(l)} \rightarrow 2H^+_{(aq)} + SO_4^{2-}_{(aq)}$
- L'équation de la réaction associée à la **dissolution** du **chlorure d'hydrogène gazeux** dans l'eau est : $HCl_{(g)} \rightarrow H^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$

Remarque :

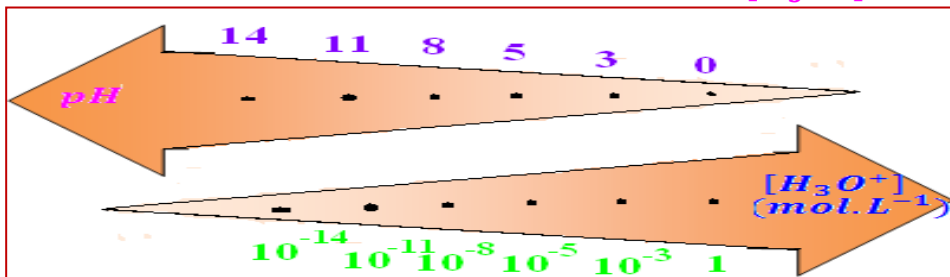
⊕ Lorsque la **solution obtenue** contient des **ions**, nous disons que c'est une **solution ionique**, et puisqu'elle **conduit le courant électrique**, on dit que c'est une **solution électrolytique**.

⊕ Dans les **solutions aqueuse**, on peut remplacer $H^+_{(aq)}$ par $H_3O^+_{(aq)}$.

1-2- pH d'une solution aqueuse :

Pour des **solutions aqueuses diluées** ($[H_3O^+] \leq 5 \cdot 10^{-2} mol.L^{-1}$), le **pH** d'une **solution aqueuse** est définie par : $pH = -\log[H_3O^+]$ avec $[H_3O^+]$ est la **valeur numérique** de la **concentration en ions oxonium** exprimée en $mol.L^{-1}$.

Inversement, on peut remonter, à partir du **pH** d'une **solution aqueuse** à la **concentration en ions oxonium** en effectuant : $[H_3O^+] = 10^{-pH} mol.L^{-1}$.



$$\log 10 = 1$$

$$\log 1 = 0$$

$$\log xy = \log x + \log y$$

$$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$$

$$\log 10^a = a$$

$$\log y = x \Leftrightarrow y = 10^x$$

2- Mesure du pH d'une solution aqueuse :

Le **pH** d'une **solution aqueuse** est **très utile** car il permet de **déterminer** la **concentration en ions oxonium** $[H_3O^+]$, ainsi que l'**état final** d'une **réaction chimique**.

On peut simplement avoir une **indication de la valeur du pH** en utilisant un **papier pH** qui prend une **couleur plus ou moins rougeâtre** selon l'**acidité** de la **solution**.



Pour être **plus précis**, on utilise un **pH-mètre**. Celui-ci est un **millivoltmètre** relié à **deux électrodes** (ou une **combinée**) : une **électrode de verre** et une **électrode de référence**. Le **millivoltmètre** mesure la **différence de potentiel** entre les **deux électrodes**. **Il nous donne une précision au dixième de degré pH près**.

III – Les transformations totales et non totales :1- Mise en évidence la transformation totale :1-1- Activité :

On verse, dans un **bécher**, un **volume** $V = 100 mL$ de **solution d'acide chlorhydrique** ($H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$) de **concentration** $C = 3,5 \cdot 10^{-2} mol.L^{-1}$, puis on **immerge l'électrode de pH** dans cette **solution** et on attend que le **pH** se **stabilise**.

On donne : $HCl_{(g)}/Cl^-_{(aq)}$ et $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$

a- Écrire l'**équation de réaction acido-basique** entre le **chlorure d'hydrogène** et l'**eau**.

L'**équation bilan** : $HCl_{(g)} + H_2O_{(l)} \rightarrow Cl^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

b- Calculer la **quantité de matière initiale** du **chlorure d'hydrogène**.

On a $n_i(HCl) = C \cdot V = 3,5 \cdot 10^{-2} \times 100 \cdot 10^{-3} = 3,5 \cdot 10^{-3} mol$



c- Crée le **tableau d'avancement** de cette réaction.

L'équation de la réaction		$HCl_{(g)} + H_2O_{(l)} \rightarrow Cl^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
L'état	L'avancement	La quantité de matière en (mol)			
Etat initial	0	$n_1 = C.V$	en excès	0	0
En cours	x	$C.V - x$		x	x
Etat final	x_f	$C.V - x_f$		x_f	x_f

d- Déterminer le **valeur de pH** de **solution** et déduire la **valeur de l'avancement final** x_f .

L'appareil de **pH - mètre** indique la **valeur 1,45** , alors $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ donc $[H_3O^+] = 10^{-1,45} = 3,5 \cdot 10^{-2} mol.L^{-1}$.

D'après le **tableau d'avancement**, on trouve que $[H_3O^+] = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{x_f}{V}$.

Donc $x_f = [H_3O^+].V = 3,5 \cdot 10^{-2} \times 0,1 = 3,5 \cdot 10^{-3} mol$.

e- Déterminer la **valeur de l'avancement maximal** x_{max} et la comparer avec x_f , que **concluez-vous** ?

Puisque l'eau est **en excès**, alors le **réactif limitant** est $HCl_{(g)}$, d'où :

$x_{max} = n_i(HCl) = 3,5 \cdot 10^{-3} mol$. on remarque que $x_{max} = x_f$, alors on déduit que $HCl_{(g)}$ est **consommé totalement** et on dit que la **réaction est totale** .

1-2- Définition :

Transformation totale est une **transformation** dont leur évolution s'arrête par la **disparition totale** d'au moins un des **réactifs** du système chimique.

Pour une **transformation totale** : $x_{max} = x_f$.

2- Mise en évidence la transformation limitée:

2-1- Activité :

Dans un **bécher**, on introduit un **volume** $V_0 = 500 mL$ d'eau distillée et on ajoute $V = 1 mL$ d'**acide éthanoïque**.

Après **homogénéisation** de la **solution** obtenue, le **pH - mètre** est immergé dans la **solution** obtenue et on attend que le **pH** se **stabilise**.

On donne : $CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)}$ et $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(l)}$

a- Écrire l'équation de **réaction acido-basique** entre l'**acide éthanoïque** et l'eau.

L'équation bilan : $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

b- Calculer la **quantité de matière initiale** de l'**acide éthanoïque**.

On a $n_i(CH_3COOH) = \frac{m}{M} = \frac{\rho.V}{M} = \frac{d.V.\rho_e}{M} . p = \frac{1,05 \times 10^3 \times 10^{-3}}{60} \times 0,995 = 1,75 \cdot 10^{-2} mol$

c- Crée le **tableau d'avancement** de cette réaction.

L'équation de la réaction		$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
L'état	L'avancement	La quantité de matière en (mol)			
Etat initial	0	n_0	en excès	0	0
En cours	x	$n_0 - x$		x	x
Etat final	x_f	$n_0 - x_f$		x_f	x_f



d- Déterminer le **valeur** de **pH** de **solution** et déduire la **valeur** de l'**avancement final** x_f .

L'**appareil** de **pH – mètre** indique la **valeur** **3,10** , alors $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ donc $[H_3O^+] = 10^{-3,10} = 7,9 \cdot 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$.

D'après le **tableau d'avancement**, on trouve que $[H_3O^+] = \frac{n_f(H_3O^+)}{V} = \frac{x_f}{V}$.

Donc $x_f = [H_3O^+] \cdot V = 7,9 \cdot 10^{-4} \times 0,5 \approx 4 \cdot 10^{-4} mol$.

e- Déterminer la **valeur** de l'**avancement maximal** x_{max} et la comparer avec x_f , que **concluez-vous** ?

Puisque l'**eau** est en **excès**, alors le **réactif limitant** est l'**acide éthanoïque** CH_3COOH , d'où : $x_{max} = n_i(CH_3COOH) = 1,75 \cdot 10^{-2} mol$.

on remarque que $x_f < x_{max}$, alors on déduit que CH_3COOH n'est pas **consommé totalement** et on dit que la **réaction** n'est pas **totale** ou **limitée**.

2-2- Définition :

Transformation non totale ou limitée est une **transformation** dont leur **évolution** s'**arrête** sans la **disparition totale** de tout **réactif** du **système chimique**.

Pour une **transformation limitée** : $x_f < x_{max}$.

3- Le taux d'avancement final d'une réaction chimique :

Le **taux d'avancement final** τ d'une **réaction chimique** est égal au **quotient** de

l'**avancement final** x_f par l'**avancement final** x_{max} de cette **réaction** : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ où

τ est une **grandeur sans unité** et $0 \leq \tau \leq 1$ et peut être exprimée en **pourcentage**.

4- Les deux sens de l'évolution d'une transformation chimique :

4-1- Activité :

On prépare une **solution aqueuse** (S) de l'**acide éthanoïque** avec une **concentration molaire** de $C = 1,0 \cdot 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$.

Puis on mesure le **pH** de la **solution** (S), et on trouve : $pH = 3,40$.

On verse, dans les **béchers** A et B , le même **volume** $V_0 = 20 mL$ de la **solution** (S).

↳ On ajoute, dans le **bécher** A , **quelques gouttes** de l'**acide éthanoïque pur** CH_3COOH , et on remarque que le **pH** prend la **valeur** $pH_A = 2,60$.

↳ On ajoute, dans le **bécher** B , des **cristaux d'éthanoate de sodium** CH_3COONa , et on remarque que le **pH** prend la **valeur** $pH_B = 5,10$.

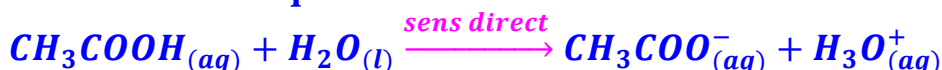
a- Écrire l'**équation** de la **réaction acido-basique** qui se fait pendant la **préparation** de la **solution** (S) .

L'**équation bilan** : $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

b- Déterminer le **sens** de l'**évolution** du **système chimique** dans le **bécher** A .

En ajoutant **quelques gouttes** de l'**acide éthanoïque pur** à la **solution** (S), et on observe une **diminution** du **pH** c-à-d une **augmentation** de $[H_3O^+]$. Puisque le **volume** de la **solution** ne change pas, alors l'**augmentation** de $[H_3O^+]$ est due à l'**augmentation** de la **quantité de matière** d'ions H_3O^+ formés lors de la **transformation chimique**.

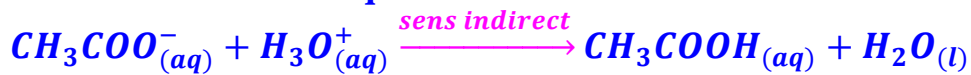
Le **système chimique** a évolué dans le **sens** de **formation** des ions H_3O^+ , c'est-à-dire dans le **sens direct** de l'**équation** de la **réaction**.



c- Déterminer le **sens** de l'évolution du **système chimique** dans le **bécher B** .

En ajoutant des **cristaux d'éthanoate de sodium** à la **solution (S)**, et on observe une **augmentation** du **pH** c-à-d une **diminution** de $[H_3O^+]$. Puisque le **volume** de la **solution** ne change pas, alors la **diminution** de $[H_3O^+]$ est due à la **diminution** de la **quantité de matière d'ions H_3O^+** formés lors de la **transformation**.

Le **système chimique** a évolué dans le **sens** de la **disparition** des ions H_3O^+ , c'est-à-dire dans le **sens indirect** de l'équation de la **réaction**.



d- Comparer les **deux sens** de l'évolution .

Par conséquent, la **réaction** peut se **produire** dans les **deux sens** c-à-d c'une **réaction limitée**, et pour cette **raison**, on la **modélise** avec l'utilisation du **signe \rightleftharpoons** comme suit : $CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

4-2- Résumé :

Au cours de chaque **transformation chimique non totale**, une **réaction** se produit dans les **deux sens** (le **sens direct** et le **sens indirect** de l'équation de la **réaction**). On

l'exprime par l'équation de la **réaction** suivante : $\alpha A + \beta B \rightleftharpoons \gamma C + \delta D$

5- L'état d'équilibre d'un système chimique :

A l'**état final** d'une **transformation non totale (limitée)**, le **système chimique cesse** de **s'évoluer** et se caractérise par la **présence** de **tous les réactifs** et **produits** à des **proportions fixes** (sans **modification** de la **quantité de matière** au **niveau macroscopique**) au cours du **temps**. Cet état s'appelle : **état d'équilibre dynamique**.

Interprétation microscopique :

Considérons un **système chimique** siège d'une **transformation limitée** modélisé par la **réaction** :



Nous avons dit que dans l'**état d'équilibre**, le **système** ne présentait plus de **modification** des « **grandeurs observables** » (T° , **pH**, **couleur**, **conductance**)

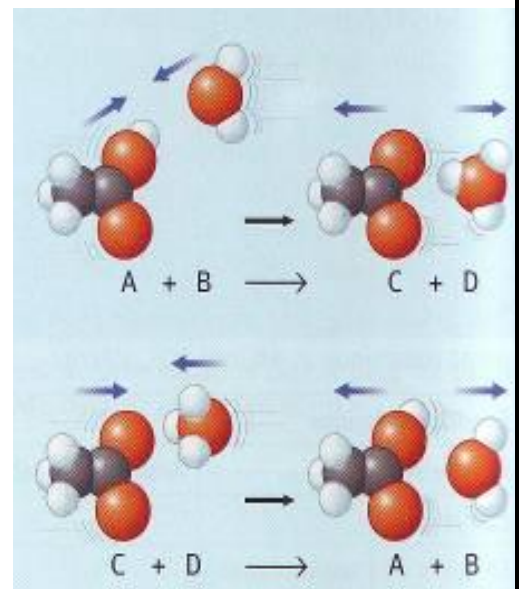
Mais l'**agitation thermique** demeure et il est **logique** de penser que des **chocs efficaces** se produisent entre **A et B**, mais aussi entre **C et D** .

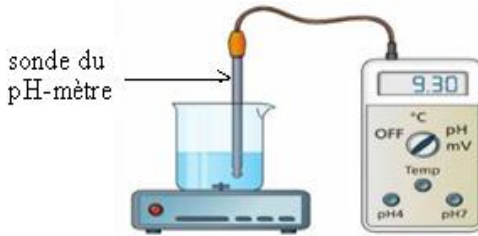
A l'**équilibre coexistent les deux réactions** :



Il y aura donc autant de **A consommés** que de **A formés** (de même pour **B, C et D**).

L'équilibre est dynamique.





III- Avancement d'une réaction chimique:

1) Avancement final et l'avancement maximal :

L'avancement d'une réaction est la quantité de matière x des réactifs qui disparaît ou des produits qui se forme selon les coefficients stœchiométriques.

L'avancement maximal x_{\max} est l'avancement qui correspond à la disparition du réactif limitant.

L'avancement final x_f est la valeur de l'avancement qui correspond à l'état final d'une réaction limitée.

2) Le taux d'avancement final d'une réaction chimique:

Le taux d'avancement finale d'une réaction chimique est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximal.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$$

$$0 \leq \tau \leq 1$$

Pour cette raison on l'exprime souvent en pourcentage %.

Le taux d'avancement est une grandeur sans unité.

• Si : $\tau = 1 \Rightarrow x_f = x_{\max}$ donc la réaction est totale.

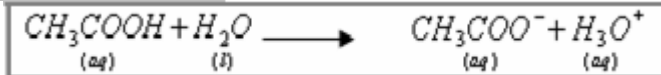
• Si : $\tau < 1 \Rightarrow x_f < x_{\max}$ la réaction est limitée.

3) Détermination expérimentale du taux d'avancement final :

On introduit dans un bécher un volume $V=500\text{cm}^3$ d'eau distillée et on lui ajoute un volume $V=1\text{cm}^3$ d'une solution d'acide éthanóique pure.

On mesure de le pH du mélange à l'aide d'un pH mètre et on obtient : $\text{pH}=3,1$.

La réaction de l'acide éthanóique avec l'eau s'écrit:



La densité de l'acide éthanóique : $d=1,05$

La masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1\text{g/cm}^3$

La masse molaire de la molécule d'acide éthanóique: $M_{(\text{CH}_3\text{COOH})} = 60\text{g/mol}$

1) Déterminer la quantité de matière initiale de l'acide éthanóique.

2) Dresser le tableau d'avancement de la réaction puis déterminer la valeur de l'avancement maximal.

4) Déterminer la valeur de l'avancement final. Quelle est votre conclusion.

5) Calculer le taux d'avancement final de la réaction.

-----réponses-----

1) La quantité de matière initiale de l'acide éthanóique.

$$n_i = \frac{m_i}{M} = \frac{\rho_a V}{M} = \frac{d \cdot \rho_{\text{eau}} V_a}{M} = \frac{1,05 \times 1\text{g/cm}^3 \times 1\text{cm}^3}{60} = 1,75 \times 10^{-2}\text{mol}$$

2) Tableau d'avancement de la réaction :

Equation de la réaction		$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \longrightarrow \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$			
Les états	avancement	$n(\text{CH}_3\text{COOH})$	$n(\text{H}_2\text{O})$	$n(\text{CH}_3\text{COO}^-)$	$n(\text{H}_3\text{O}^+)$
état initial	0	n_i	excès	0	0
état de transformation	x	$n_i - x$	excès	x	x
état final	x_f	$n_i - x_f$	excès	x_f	x_f

Or l'eau est utilisée en excès, CH_3COOH est le réactif limitant. $n_i - x_{\max} = 0$ donc : $x_{\max} = n_i = 1,75 \cdot 10^{-2}\text{mol}$

3) La stabilité du pH du mélange à $\text{pH}=3,1$ indique que la réaction a atteint son état final.

$$\text{On a: } \begin{cases} [\text{H}_3\text{O}^+]_f = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{x_f}{V_s} \end{cases} \quad \text{donc: } \frac{x_f}{V_s} = 10^{-\text{pH}}$$

$$\text{d'où: } x_f = V_s \cdot 10^{-\text{pH}} = (500+1) \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3,1} = 4 \cdot 10^{-4}\text{mol} \quad \text{donc: } x_f = 4 \cdot 10^{-4}\text{mol}$$

On constate que l'avancement final est inférieur à l'avancement maximal donc l'acide éthanóique n'a pas complètement disparait à la fin de la réaction.

La quantité de matière de l'acide éthanóique restante à la fin de la réaction est :

$$n_f(\text{CH}_3\text{COOH}) = n_i - n_f = 1,75 \times 10^{-2} - 4 \times 10^{-4} = 1,71 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Par conséquence la réaction étudiée n'est pas totale, tous les réactifs et les produits sont présents à l'état final malgré que la réaction a cessé d'évoluer, donc **la réaction est limitée.**

4) Le taux d'avancement final de cette réaction est:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{1,75 \times 10^{-2}} = 2,3 \times 10^{-2} = 2,3\% \quad \tau < 1 \quad \text{donc la réaction est limitée.}$$

Cela signifie que seulement 2,3 % des molécules d'acide éthanóique ont été transformées pour donner leur base conjuguée et H_3O^+ .

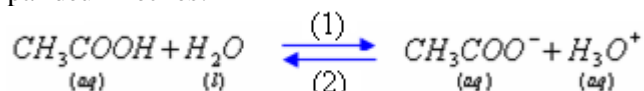
IV-Equilibre chimique d'un système chimique:

1) Notion d'équilibre dynamique

Les ions éthanóate CH_3COO^- réagissent avec les ions oxoniums H_3O^+ et cette réaction est aussi une réaction limitée.



C'est la réaction inverse de celle de l'acide éthanóique avec l'eau. Ces deux réactions se produisent en même temps et conduisent à un équilibre chimique qu'on symbolise par deux flèches:



Lorsque l'équilibre chimique est atteint, les quantités de matière des réactifs et des produits ne varient pas et le système n'évolue plus. C'est ce qu'on appelle un état **d'équilibre dynamique.**

On constate ceci à partir du tableau d'avancement.

Equation de la réaction		$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$			
		$\underset{(aq)}{\text{CH}_3\text{COOH}}$	$\underset{(l)}{\text{H}_2\text{O}}$	$\underset{(aq)}{\text{CH}_3\text{COO}^-}$	$\underset{(aq)}{\text{H}_3\text{O}^+}$
Les états	avancement	$n(\text{CH}_3\text{COOH})$	$n(\text{H}_2\text{O})$	$n(\text{CH}_3\text{COO}^-)$	$n(\text{H}_3\text{O}^+)$
état initial	0	$1,75 \times 10^{-2} \text{ mol}$	excès	0	0
état de transformation	x	$n_i - x$	excès	x	x
état final	$x_f = 4 \times 10^{-4} \text{ mol}$	$n_i - x_f = 1,71 \times 10^{-2}$	excès	4×10^{-4}	4×10^{-4}

Lorsque l'équilibre dynamique est atteint la réaction apparait comme s'elle n'évolue plus.

Pour toute transformation limitée, l'écriture de l'équation chimique s'écrit avec deux flèches:



Car la transformation est décrite microscopiquement par deux réactions inverses l'une de l'autre.

2) Interpretation microscopique de l'état d'équilibre d'un système :

On considère le système chimique: $A + B \begin{matrix} \xrightarrow{(1)} \\ \xleftarrow{(2)} \end{matrix} C + D$

A l'état initial le système contient les espèces chimiques A et B, la réaction se produit dans le sens (1) avec la vitesse v_1 .

Au cours du temps l'avancement augmente, par conséquence :

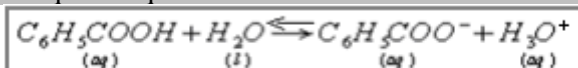
- Les quantités des espèces A et B ainsi que les chocs entre elles diminuent donc diminution de v_1 .
- Les espèces C et D apparaissent et la réaction se produit dans le sens (2) avec la vitesse v_2 leur quantité ainsi que les chocs entre elles augmentent donc augmentation de v_2 .

Lorsque les deux vitesses v_1 et v_2 s'égalisent: le système n'évolue plus. C'est **l'état d'équilibre dynamique.**

Au niveau macroscopique le système ne semble pas évoluer

3) Exercice d'application:

On considère une solution S d'acide benzoïque. L'équation de sa réaction avec l'eau s'écrit:



La mesure de sa conductivité a donné la valeur suivante: $\sigma = 36,1 \text{ mS/m}$

1) Dresser le remplissage du tableau d'avancement suivant:

2) Donner l'expression de la conductivité σ du mélange réactionnel en fonction de $\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}$, $\lambda_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-}$, du volume V de la solution et l'avancement final x_f .

3) Déterminer la valeur de l'avancement final de la dissociation de l'acide benzoïque dans l'eau.

On donne: $\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} = 35 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$ et $\lambda_{\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-} = 3,23 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$

- 4) En déduire les concentrations molaires finales de H_3O^+ et $C_6H_5COO^-$.
 5) Calculer le pH de la solution obtenue.
 6) Déterminer le taux d'avancement final sachant que la concentration de la solution est : $c=1,18 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

-----Réponses-----

1) tableau d'avancement:

Equation de la réaction		$C_6H_5COOH + H_2O \longrightarrow C_6H_5COO^- + H_3O^+$			
		(aq)	(l)	(aq)	(aq)
Les états	avancement	$n(CH_3COOH)$	$n(H_2O)$	$n(CH_3COO^-)$	$n(H_3O^+)$
état initial	0	n_0	excès	0	0
état de transformation	x	$n_0 - x$	excès	x	x
état final	x_f	$n_0 - x_f$	excès	x_f	x_f

2) Or la conductivité se mesure lorsque l'état final est atteint :

$$\sigma = \lambda_{(C_6H_5COO^-)} [C_6H_5COO^-]_f + \lambda_{(H_3O^+)} [H_3O^+]_f$$

D'après le tableau d'avancement on a:

$$n_f(H_3O^+) = n_f(C_6H_5COO^-) = x_f$$

donc: $[H_3O^+] = [C_6H_5COO^-] = \frac{x_f}{V} \Rightarrow \sigma = (\lambda_{(C_6H_5COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}) \cdot \frac{x_f}{V}$

3) l'avancement final de la dissociation de l'acide benzoïque dans l'eau:

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V}{\lambda_{(C_6H_5COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}}$$

$$x_f = \frac{36,1 \cdot 10^{-3} S \cdot m^{-1} \cdot 50 \cdot 10^{-6} m^3}{(35 + 3,23) \cdot 10^{-3} S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}} = 4,72 \cdot 10^{-5} mol$$

4) $[C_6H_5COO^-]_f = [H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V} = \frac{4,72 \cdot 10^{-5} mol}{0,05L} = 0,94 \cdot 10^{-3} mol/L$

5) $pH = -\log[H_3O^+]_f = -\log(0,94 \cdot 10^{-3}) = 3$ car le pH se mesure lorsque l'état final est atteint

6) $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{CV} = \frac{4,72 \times 10^{-5}}{1,18 \times 10^{-2} \times 50 \times 10^{-3}} = 0,08 = 8\%$ $\tau < 1 \Rightarrow$ la réaction est limitée.

Cela signifie que seulement 8 % des molécules d'acide benzoïque ont été transformées pour donner leur base conjuguée et H_3O^+ .

.....

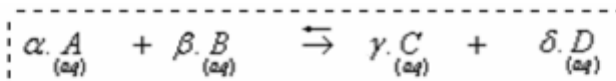
Etat d'équilibre d'un système chimique

I-Quotient de la réaction :

1) Définition:

Le quotient de la réaction est une grandeur qui caractérise un système chimique dans un état donné. Sa valeur nous renseigne sur l'évolution du système étudié.

On considère la transformation chimique modélisée par la réaction suivante:



A et B : Réactifs.

C et D : Produits de la réaction.

α, β, γ et δ : Coefficients stœchiométriques de la réaction.

Le quotient de cette réaction s'écrit:

$$Q_r = \frac{[C]^\gamma [D]^\delta}{[A]^\alpha [B]^\beta}$$

Q_r est une grandeur sans unité.

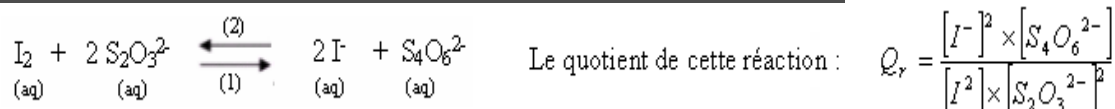
[A], [B], [C] et [D]: concentrations molaires des espèces chimiques exprimées en mol/L.

2) Convention:

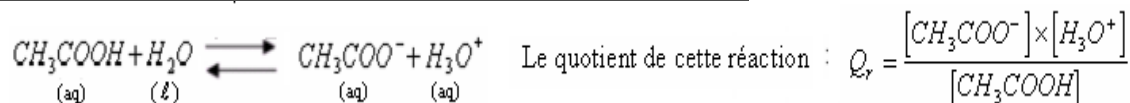
Par convention dans l'expression de Q_r , il ne figure que les concentrations molaires des espèces dissoutes (le solvant "eau" ou les solides n'interviennent pas).

3) Exemples:

■ Réaction dans laquelle tous les réactifs et les produits sont à l'état aqueux:



■ Réaction dans laquelle le solvant "eau" intervient comme réactif:



■ Réaction dans laquelle interviennent les solides:

1^{er} exemple



$$Q_r = \frac{[Cu^{2+}]}{[Ag^+]^2}$$

2^{ème} exemple

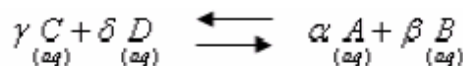


$$Q_r = \frac{1}{[Fe^{3+}][OH^-]^3}$$

4) Propriété:

Le quotient de la réaction Q_r est associé à l'équation d'une la réaction écrite dans un sens donné. Si l'on écrit l'équation dans l'autre sens, son quotient de réaction est l'inverse du précédent.

Pour la réaction:



$$Q_r' = \frac{[A]^\alpha [B]^\beta}{[C]^\gamma [D]^\delta} = \frac{1}{Q_r}$$

II-Quotient de la réaction à l'état d'équilibre :

1) Définition:

Le quotient de réaction à l'état d'équilibre (noté $Q_r, \text{éq}$) est la valeur que prend le quotient de réaction lorsque l'état d'équilibre du système chimique est atteint.

A l'état d'équilibre, les concentrations des espèces en solution ne varient plus. Elles peuvent être déterminées par des méthodes chimiques ou physiques comme le dosages, la pH-métrie ou la conductimétrie.

2) Détermination du quotient de la réaction à l'équilibre par conductimétrie:

a) Méthode utilisée:

La cellule conductimétrique permet de mesurer la conductance exprimée en siemens (S) d'une solution électrolytique. $G = \frac{1}{R}$

Ensuite nous savons que la conductance d'une partie de la solution de surface S et de longueur L est donnée par la relation $G = \sigma \cdot \frac{S}{L}$: σ : représente la conductivité de la solution en $S \cdot m^{-1}$, donc la cellule permet de déterminer la conductivité de la solution.

D'autre part dans une solution électrolytique qui résulte de la dissolution d'un composé ionique MX dans l'eau, la conductivité est liée aux concentrations molaires des espèces ioniques par la relation suivante:

$$\sigma = \lambda_{M^+} \cdot [M^+] + \lambda_{X^-} \cdot [X^-]$$

et si $c = [M^+] = [X^-]$ donc: $\sigma = (\lambda_{M^+} + \lambda_{X^-}) c \Rightarrow c = \frac{\sigma}{\lambda_{M^+} + \lambda_{X^-}}$

λ : représente la conductivité molaire ionique en $S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$.

Ce qui permet donc de connaître les concentrations des espèces ioniques en solution, et de déterminer le quotient de la réaction.

b) Exemple: Réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau:

En mesurant la conductivité d'une solution d'acide éthanoïque de concentration $c = 5 \cdot 10^{-2} mol/L$, on trouve $\sigma = 343 \mu S/cm$

1) Déterminer les concentrations molaires des espèces chimiques dissoutes dans la solution à l'équilibre.

2) Déterminer la valeur du quotient de la réaction à l'équilibre $Q_{r, \text{éq}}$

On donne : $\lambda_{(CH_3COO^-)} = 4,09 m \cdot S \cdot m^2 / mol$, $\lambda_{(H_3O^+)} = 35 m \cdot S \cdot m^2 / mol$

-----réponses-----

1) Tableau d'avancement de la réaction:



Equation de la réaction		$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$			
		(aq)	(l)	(aq)	(aq)
Les états	avancement	$n(CH_3COOH)$	$n(H_2O)$	$n(CH_3COO^-)$	$n(H_3O^+)$
état initial	0	n_i	excès	0	0
état de transformation	x	$n_i - x$	excès	x	x
état d'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$n_i - x_{\text{éq}}$	excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

Or la conductivité se mesure lorsque l'état d'équilibre est atteint, donc: $\sigma = \lambda_{(H_3O^+)} \times [H_3O^+]_{\text{éq}} + \lambda_{(CH_3COO^-)} \times [CH_3COO^-]_{\text{éq}}$

avec: $[H_3O^+]_{\text{éq}} = [CH_3COO^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} \Rightarrow \sigma = (\lambda_{(H_3O^+)} + \lambda_{(CH_3COO^-)}) \cdot \frac{x_{\text{éq}}}{V}$ d'où: $\frac{x_{\text{éq}}}{V} = \frac{\sigma}{\lambda_{(H_3O^+)} + \lambda_{(CH_3COO^-)}}$

$$[H_3O^+]_{\text{éq}} = [CH_3COO^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-}} = \frac{343 \times 10^{-6} \times 10^2 S \cdot m^{-1}}{(35 + 4,09) \times 10^{-3} S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}} = 0,877 mol/m^3 = 8,77 \cdot 10^{-4} mol/L$$

$$[CH_3COOH]_{\text{éq}} = \frac{C \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = 5 \times 10^{-2} - 8,77 \cdot 10^{-4} = 4,9 \cdot 10^{-2} mol/L$$

2) Quotient de la réaction à l'équilibre:

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[CH_3COO^-]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[CH_3COOH]_{\text{éq}}} = \frac{(8,77 \times 10^{-4})^2}{4,9 \cdot 10^{-2}} \approx 1,57 \cdot 10^{-5}$$

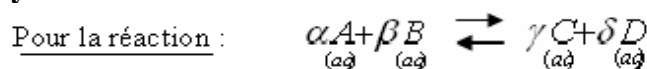
III-Constante d'équilibre associée à une transformation chimique :

1) Quotient de la réaction à équilibre et à température constante:

Les études expérimentales ont montrées que le quotient de la réaction à l'équilibre à la même température reste constant quel soit l'état initial du système.

2) Définition de la constante d'équilibre :

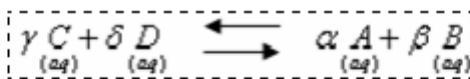
La constante d'équilibre K associée à l'équation d'une réaction est la valeur que prend le quotient de réaction $Q_{r, \text{éq}}$ à l'état d'équilibre du système.



La constante d'équilibre: $K = Q_{r, \text{éq}} = \frac{[C]_{\text{éq}}^\gamma [D]_{\text{éq}}^\delta}{[A]_{\text{éq}}^\alpha [B]_{\text{éq}}^\beta}$ K: est une grandeur sans unité.
Elle ne dépend que de la température.

Remarque: La constante d'équilibre est associée à l'équation d'une réaction écrite dans un sens donné, si l'on écrit l'équation dans l'autre sens, sa constante d'équilibre sera l'inverse de la précédente.

Pour la réaction:



$$K' = \frac{1}{K} = \frac{[A]_{\text{éq}}^{\alpha} [B]_{\text{éq}}^{\beta}}{[C]_{\text{éq}}^{\gamma} [D]_{\text{éq}}^{\delta}}$$

Remarque:

La transformation limitée conduit à un état d'équilibre donc l'état final correspond à l'état d'équilibre $x_f = x_{\text{éq}}$.

IV-Influence de l'état initial et de la constante d'équilibre sur le taux d'avancement à l'équilibre :

1) Influence de l'état initial:

Considérons le cas de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau:

Equation de la réaction		$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$			
		(aq)	(l)	(aq)	(aq)
Les états	avancement	$n(CH_3COOH)$	$n(H_2O)$	$n(CH_3COO^-)$	$n(H_3O^+)$
état initial	0	n_1	excès	0	0
état de transformation	x	$n_1 - x$	excès	x	x
état d'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$n_1 - x_{\text{éq}}$	excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

L'eau est utilisée en excès, donc CH_3COOH est le réactif limitant.

$$CV - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = CV$$

On a: $[H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} \Rightarrow x_f = [H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot V = 10^{-pH} \times V$

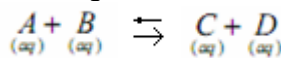
Le taux d'avancement de la réaction à l'équilibre: $\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = \frac{V \cdot 10^{-pH}}{CV} = \frac{10^{-pH}}{C}$

Donc le taux d'avancement de la réaction dépend de l'état initial du système.

Plus la solution d'acide est diluée, plus le taux d'avancement à l'équilibre est grand.

2) Influence de La constante d'équilibre:

Considérons comme exemple simple la réaction d'équation :



Dans lequel les réactifs ont même concentration initiale: C.

La constante d'équilibre dans ce cas :

$$K = \frac{[C]_{\text{éq}} \times [D]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}} \times [B]_{\text{éq}}}$$

Tableau d'avancement:

Equation de la réaction		A	+	B	\rightleftharpoons	C	+	D
		(aq)		(aq)		(aq)		(aq)
Les états	avancement	$n(A)$		$n(B)$		$n(C)$		$n(D)$
état initial	0	CV		CV		0		0
état de transformation	x	$CV - x$		$CV - x$		x		x
état d'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$CV - x_{\text{éq}}$		$CV - x_{\text{éq}}$		$x_{\text{éq}}$		$x_{\text{éq}}$

Or les deux réactifs sont limitants: $C \cdot V - x_{\text{max}} = 0$ donc: $x_{\text{max}} = C \cdot V$

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{CV} \Rightarrow x_{\text{éq}} = \tau \cdot C \cdot V$$

$$[A]_{\text{éq}} = [B]_{\text{éq}} = \frac{CV - x_{\text{éq}}}{V} = \frac{CV - \tau \cdot CV}{V} = C - \tau \cdot C = C(1 - \tau) \quad [C]_{\text{éq}} = [D]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = \frac{\tau \cdot CV}{V} = C - \tau \cdot C = \tau \cdot C$$

La constante d'équilibre $K = \frac{[C]_{\text{éq}} \times [D]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}} \times [B]_{\text{éq}}} = \frac{(\tau \cdot C)^2}{C^2(1 - \tau)^2} = \frac{\tau^2}{(1 - \tau)^2}$ avec: $0 \leq \tau \leq 1$

Cette expression montre que le taux d'avancement de la réaction dépend de la constante d'équilibre K. Plus que la constante d'équilibre K est grande plus que le taux d'avancement de la réaction est élevé.

si $K > 10^4$ la réaction est considérée comme totale.



Transformations liées aux réactions acido-basiques

I-Le produit ionique de l'eau:

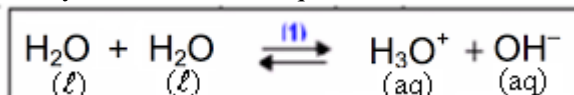
1) Autoprotolyse de l'eau:

a) Conductivité de l'eau:

L'expérience montre que l'eau pure est un mauvais conducteur du courant électrique et que son pH à 25°C est pH=7.

b) Interprétation:

► La mauvaise conductivité de l'eau du courant électrique est due à l'existence des ions oxoniums H_3O^+ et des ions hydroxydes HO^- qui résultent de l'autoprotolyse de l'eau dont l'équation s'écrit:



Cette réaction dans le sens (1) s'appelle la réaction d'autoprotolyse de l'eau.

► Le pH de l'eau pure à 25°C est : pH=7 donc l'eau pure est électriquement neutre : $[H_3O^+] = [HO^-] = 10^{-7} \text{ mol/L}$

Considérons 1L d'eau pure à 25°C, de pH=7.

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$2 H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + HO^-$		
Les états	avancement	$n(H_2O)$	$n(H_3O^+)$	$n(HO^-)$
état initial	0	n_0	0	0
état de transformation	x	$n_0 - 2x$	x	x
état d'équilibre	x_{eq}	$n_0 - 2x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

$\rho_{eau} = 1 \text{ g/cm}^3$
 $M_{H_2O} = 18 \text{ g/mol}$

La quantité de matière initiale de l'eau: $n_0 = \frac{m}{M_{(H_2O)}} = \frac{\rho_{eau} \times V}{M_{(H_2O)}} = \frac{1 \text{ g/cm}^3 \times 10^3 \text{ cm}^3}{18 \text{ g/mol}} = 55,5 \text{ mol}$

on a : $[H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH} = \frac{x_{eq}}{V}$ donc: $x_{eq} = 10^{-pH} \cdot V = 10^{-7} \text{ mol/L} \times 1 \text{ L} = 10^{-7} \text{ mol}$

L'avancement maximal correspond à la disparition totale de l'eau, donc:

$$n_0 - 2 \cdot x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n_0}{2} = \frac{55,5}{2} \approx 27,8 \text{ mol}$$

Le taux d'avancement à l'équilibre: $\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{10^{-7}}{27,8} = 3,6 \times 10^{-9} = 3,6 \times 10^{-7} \%$

Donc l'autoprotolyse de l'eau est une réaction très limitée.

2) Produit ionique de l'eau

La réaction d'autoprotolyse de l'eau se produit dans toutes les solutions aqueuses.

La constante d'équilibre associée à la réaction d'autoprotolyse de l'eau est :

$$K_e = [H_3O^+]_{eq} \cdot [HO^-]_{eq}$$

K_e : s'appelle **le produit ionique** de l'eau. (il ne dépend que de la température).

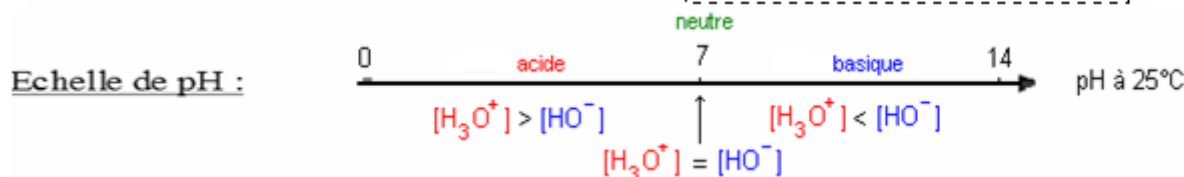
On utilise aussi le pK_e qui est lié au produit ionique par la relation suivante:

$$K_e = 10^{-ke} \Leftrightarrow pK_e = -\log k_e$$

Dans toutes les solutions aqueuses à 25°C

$$K_e = [H_3O^+]_{eq} \times [HO^-]_{eq} = 10^{-14}$$

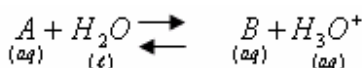
$$\Rightarrow pK_e = 14$$



II-Constante d'acidité d'un couple acide-base:

1) Définition:

Pour un couple acide-base A/B, la réaction de l'acide A avec l'eau s'écrit:



La constante d'acidité du couple acide-base A/B s'écrit: $K_A = \frac{[B]_{eq} \times [H_3O^+]_{eq}}{[A]_{eq}}$

C'est une grandeurs sans unité, qui ne dépend que de la température.

On utilise aussi le pK_A qui est lié à la constante d'acidité par la relation suivante:

$$K_A = 10^{-K_A} \Leftrightarrow pK_A = -\log k_A$$

2) Relation entre le pH et pK_A :

D'après la relation de la constante d'acidité on a: $[H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{K_A \times [A]_{\text{éq}}}{[B]_{\text{éq}}} \Rightarrow K_A = \frac{[B]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}}$

$$pH = pK_A + \log \frac{[B]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}} \quad \text{donc: } pH = -\log [H_3O^+]_{\text{éq}} = -\log \left(\frac{K_A \times [A]_{\text{éq}}}{[B]_{\text{éq}}} \right) = -\log K_A - \log \frac{[A]_{\text{éq}}}{[B]_{\text{éq}}} = pK_A + \log \frac{[B]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}}$$

3) Constante d'équilibre associée à une réaction acido-basique:

Pour le couple acide-base A_1/B_1 on a: $A_1 + H_2O \rightleftharpoons B_1 + H_3O^+$, la constante d'acidité: $K_{A_1} = \frac{[B_1]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A_1]_{\text{éq}}}$

Pour le couple acide-base A_2/B_2 on a: $A_2 + H_2O \rightleftharpoons B_2 + H_3O^+$, la constante d'acidité: $K_{A_2} = \frac{[B_2]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A_2]_{\text{éq}}}$

Dans la réaction acido-basique entre l'acide A_1 du couple A_1/B_1 et la base B_2 du couple A_2/B_2 :

$$A_1 + B_2 \rightleftharpoons B_1 + A_2, \quad \text{la constante d'équilibre: } K = \frac{[B_1][A_2]}{[A_1][B_2]} = \frac{[B_1][H_3O^+]}{[A_1]} \times \frac{[A_2]}{[B_2][H_3O^+]} = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}} = 10^{(pK_{A_2} - pK_{A_1})}$$

III-Comparaison du comportement des acides et des bases:

1) Comparaison des forces des acides:

a) Influence du taux d'avancement final sur la force de l'acide:

Un acide A_1H est plus fort qu'un acide A_2H , si, à concentrations égales, le taux d'avancement de sa réaction avec l'eau est plus grand que celui de la réaction de l'acide A_2H avec l'eau. ($\tau_1 > \tau_2$).

Pour des solutions de mêmes concentrations, **l'acide le plus fort est celui dont le taux d'avancement final est le plus élevé.** donc c'est celui pour lequel $[H_3O^+]$ est la plus élevée.

$[H_3O^+]$ et pH varient en sens inverses ($pH = -\log[H_3O^+]$). donc: **l'acide le plus fort est celui pour lequel le pH est le plus faible**

b) Influence de la constante d'acidité:

Tableau d'avancement de la réaction d'un acide A de concentration c, avec l'eau (volume de la solution V):

Equation de la réaction		A (aq)	+ H ₂ O (l)	\rightleftharpoons	B (aq)	+ H ₃ O ⁺ (aq)
Les états	avancement	quantités de matières en moles				
E.I.	0	cV	excès		0	0
E.T.	x	cV - x	excès		x	x
E. Éq.	x _{éq}	cV - x _{éq}	excès		x _{éq}	x _{éq}

$x_{\text{max}} = C.V$ d'où: $C.V - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow$ L'eau est utilisée en excès, donc l'acide A est le réactif limitant.

$$x_{\text{éq}} = \tau.C.V \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = \frac{x_{\text{éq}}}{C.V} \quad \text{Taux d'avancement à l'équilibre:}$$

$$\text{donc: } [H_3O^+]_{\text{éq}} = [B]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = \frac{\tau.c.V}{V} = c.\tau \quad \text{et: } [A]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_{\text{éq}}}{V} = \frac{cV - c.\tau.V}{V} = c(1 - \tau)$$

$$\text{La constante d'acidité: } K_A = \frac{[B]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}} = \frac{(c.\tau)^2}{c(1 - \tau)} = \frac{c\tau^2}{1 - \tau}$$

. τK_A est une fonction croissante de

Un acide est d'autant plus fort que sa constante d'acidité K_A est plus grande ou que son pK_A est plus petit.

2) Comparaison des forces des bases:

a) Influence du taux d'avancement final sur la force de la base:

Une base B_1 est plus forte qu'une base B_2 , si, à concentrations égales, le taux d'avancement de sa réaction avec l'eau est plus grand que celui de la réaction de la base B_2 avec l'eau. ($\tau_1 > \tau_2$).

b) Influence de la constante d'acidité:

Tableau d'avancement de la réaction de la base B de concentration c avec l'eau (volume V) :

Equation de la réaction		$B_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons A_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$			
Les états	avancement	quantités de matières en moles			
E.I.	0	cV	excès	0	0
E.T.	x	cV - x	excès	x	x
E.Éq.	x _{éq}	cV - x _{éq}	excès	x _{éq}	x _{éq}

$x_{\max} = C.V$ d'où: $C.V - x_{\max} = 0 \Rightarrow$ L'eau est utilisée en excès, donc La base B est le réactif limitant.

$$x_{\text{éq}} = \tau.C.V \Rightarrow \tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\max}} = \frac{x_{\text{éq}}}{C.V} \text{ Taux d'avancement à l'équilibre :}$$

$$[B]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_{\text{éq}}}{V} = \frac{cV - c\tau.V}{V} = c(1 - \tau) \text{ et : } [HO^-]_{\text{éq}} = [A]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = c\tau$$

La constante d'équilibre associée à cette réaction est: $K = \frac{[A]_{\text{éq}}[HO^-]_{\text{éq}}}{[B]_{\text{éq}}} = \frac{(c\tau)^2}{c(1-\tau)} = \frac{c\tau^2}{1-\tau}$

D'autre part on a:

$$K_A = \frac{[B]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}} \Rightarrow K = \frac{[A]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot [HO^-]_{\text{éq}}}{[B]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{K_e}{K_A} \Rightarrow K_A = \frac{K_e}{K} = \frac{K_e}{\frac{c\tau^2}{1-\tau}} \Rightarrow K_A = \frac{1-\tau}{c\tau^2} \times K_e \text{ avec } 0 \leq \tau < 1$$

K_A est une fonction décroissante de τ , et cette dernière est une fonction croissante de la force de la base, par conséquent K_A est une fonction décroissante de la force de la base.

Une base est d'autant plus forte que la constante d'acidité K_A associée au couple acide/base auquel elle appartient est plus petite ou que le pK_A correspondant est plus grand.

IV-Diagramme de prédominance et celui de distribution:

1) Diagramme de prédominance:

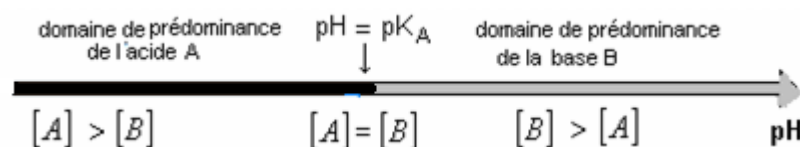
Relation liant le pH et le pK_A est: $pH = pK_A + \log \frac{[B]_{\text{éq}}}{[A]_{\text{éq}}}$

- Si $pH = pK_A$, $\log \frac{[B]}{[A]} = 0 \Rightarrow \frac{[B]}{[A]} = 1 \Rightarrow [B] = [A]$ aucune des espèces A et B ne prédomine.

- Si $pH > pK_A$, $\log \frac{[B]}{[A]} > 0 \Rightarrow \frac{[B]}{[A]} > 1 \Rightarrow [B] > [A]$ la base B prédomine.

- Si $pH < pK_A$, $\log \frac{[B]}{[A]} < 0 \Rightarrow \frac{[B]}{[A]} < 1 \Rightarrow [B] < [A]$ l'acide A prédomine.

Diagramme de prédominance:



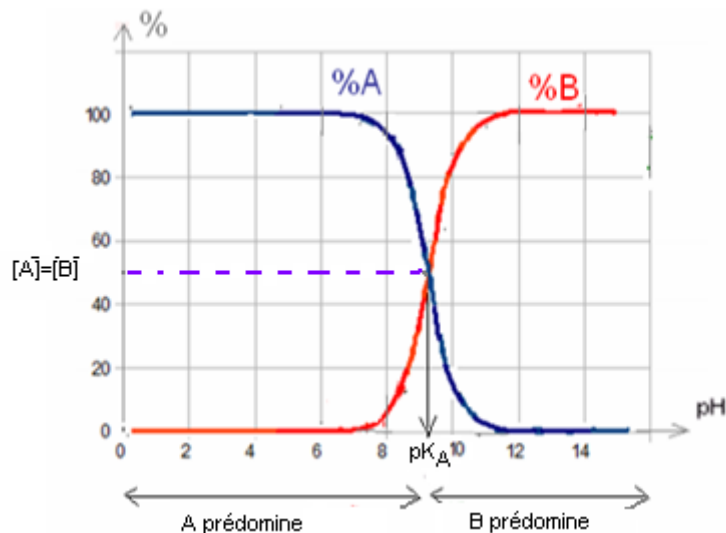
2) Diagramme de répartition:

On considère une solution contenant l'acide A et sa base conjuguée B.

On appelle pourcentage de l'acide A dans la solution, la gradeur: $\alpha(A) = \frac{[A]}{[A] + [B]}$

On appelle pourcentage de la base B dans la solution, la gradeur: $\alpha(B) = \frac{[B]}{[A] + [B]}$

Des logiciels de simulation permettent de donner les courbes représentant les pourcentages des espèces acide A et basique B d'un même couple dans une solution en fonction du pH de cette solution. On donne l'allure générale de cette distribution :

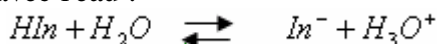


3) Les indicateurs colorés :

Un indicateur coloré est un couple acide base HIn/In^- , dont les la forme acide HIn et la forme basique In^- ont des teintes différentes en solution aqueuse.

Pour le bleu de bromothymol par exemple: la couleur de HIn est jaune et celle de In^- est bleue.

La forme acide HIn de l'indicateur réagit avec l'eau :



Donc le pH de la solution est lié au pK_A de l'indicateur coloré par la relation suivante : $pH = pK_A + \log \frac{[In^-]}{[HIn]}$

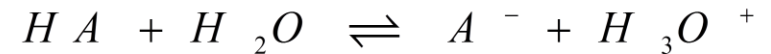
- Lorsque la valeur du pH est voisine de celle du pK_A , les deux formes HIn et In^- sont présentes avec des concentrations voisines, il y'a superposition des deux teintes et la couleur observée est dite **teinte sensible**.
- Généralement l'une des teintes prédomine et impose sa couleur si sa quantité est k fois supérieure à celle de l'autre. (la valeur de k dépend de l'indicateur, pour le BBT $k=9$, c'est-à-dire si la concentration de HIn qui est jaune est 9 fois supérieure à celle de In^- qui est bleu il prédomine et sa teinte apparait) ceci qui entraine l'existence d'un intervalle de pH qui correspond à la teinte sensible qu'on appelle : **la zone de virage**.

On donne dans le tableau suivant la zone de virage de quelques indicateurs colorés

Indicateur	pK_A	Zone de virage
hélianthine	3,6	3,1-----4,4
Rouge de méthyle	5,0	4,2.....6,2
Jaune de nitrazine	6,4	6,0.....7,0
Bleu de bromothymol	7,2	6,0.....7,6
Rouge de crésol	8,0	7,2.....8,8
Phénol phtaléine	9,5	8,110

Réaction d'un acide HA avec l'eau

Equation modélisent la réaction d'acide HA avec l'eau



équation de la réaction		$HA + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$			
état du système	avancement	Quantité de matière en mol			
état initial	0	n	excès	0	0
état intermédiaire	x	n - x		x	x
état finale		n - x _{eq}		x _{eq}	x _{eq}

Taux d'avancement

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x}$$

La valeur de x_m
: l'eau en excès
donc $x_m = CV$

La valeur de x_{eq} : on a

$$x_{eq} = n(H_3O^+)_{eq} = [H_3O^+]_{eq} V$$

$$x_{eq} = n(H_3O^+)_{eq} \\ = [H_3O^+]_{eq} V = 10^{-pH} V$$

$$\tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\sigma_{eq} = \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+]_{eq} + \lambda_{A^-} \cdot [A^-]_{eq} \\ \sigma_{eq} = [H_3O^+]_{eq} (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-}) \\ \Leftrightarrow [H_3O^+]_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-}}$$

$$\tau = \frac{\frac{\sigma_{eq}}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-}}}{C} = \frac{\sigma_{eq}}{C(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-})}$$

La valeur de pH de la solution $pH = -\log [H_3O^+]_{eq} = -\log (\tau \cdot C)$

Quotient de la réaction l'équilibre $Q_{r,eq}$

$$Q_{r,eq} = \frac{[A^-]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[AH]_{eq}} = \frac{[H_3O^+]_{eq}^2}{C - [H_3O^+]_{eq}}$$

$$[A^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq}$$

$$[AH]_{eq} = C - [H_3O^+]_{eq}$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[A^-]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[AH]_{eq}} = \frac{\tau^2 C}{1 - \tau}$$

$$[A^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \tau C$$

$$[AH]_{eq} = C - \tau C = C(1 - \tau)$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[A^-]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[AH]_{eq}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$[A^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = 10^{-pH}$$

$$[AH]_{eq} = C - 10^{-pH}$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[A^-]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[AH]_{eq}} = \frac{x_{eq}^2}{V(CV - x_{eq})}$$

$$[A^-]_{eq} = [H_3O^+]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[AH]_{eq} = C - \frac{x_{eq}}{V} = \frac{CV - x_{eq}}{V}$$

A l'équilibre $K = Q_{r,eq} = K_A$

Constante d'acidité
 $K_A (AH / A^-)$

$$K_A = \frac{[A^-]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[AH]_{eq}}$$

$$pK_A = -\log(K_A)$$

$$K_A = 10^{-pK_A}$$

$$K_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} \Leftrightarrow \frac{K_A}{[H_3O^+]} = \frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

$$\frac{[H_3O^+]}{K_A} = \frac{1 - \tau}{\tau} = \frac{1}{\tau} - 1$$

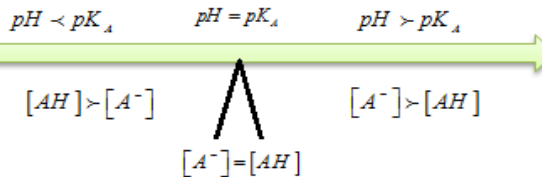
$$\frac{1}{\tau} = \frac{[H_3O^+]}{K_A} + 1 = \frac{K_A + 10^{-pH}}{K_A}$$

$$\tau = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

Domaine de
prédominance

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{pH - pK_A}$$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$



Réaction d'une acide B avec l'eau

Equation modélisent la réaction d'acide HA avec l'eau



équation de la réaction		$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + HO^-$			
état du système	avancement	Quantité de matière en mol			
état initial	0	n	excès	0	0
état intermédiaire	x	n - x		x	x
état finale		n - x _{eq}		x _{eq}	x _{eq}

Taux d'avancement

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_m}$$

La valeur de x_m
: l'eau en excès
donc $x_m = CV$

La valeur de x_{eq} : on a

$$x_{eq} = n(HO^-)_{eq} = [HO^-]_{eq} V$$

$$x_{eq} = n(HO^-)_{eq} = [HO^-]_{eq} V$$

$$= 10^{pH-14} V$$

$$\tau = \frac{10^{pH-14}}{C}$$

$$\sigma_{eq} = \lambda_{HO^-} \cdot [HO^-]_{eq} + \lambda_{BH^+} \cdot [BH^+]_{eq}$$

$$\sigma_{eq} = [HO^-]_{eq} (\lambda_{HO^-} + \lambda_{BH^+})$$

$$\Leftrightarrow [HO^-]_{eq} = \frac{\sigma_{eq}}{\lambda_{HO^-} + \lambda_{BH^+}}$$

$$\tau = \frac{\frac{\sigma_{eq}}{\lambda_{HO^-} + \lambda_{BH^+}}}{C} = \frac{\sigma_{eq}}{C(\lambda_{HO^-} + \lambda_{BH^+})}$$

La valeur de pH de la solution $pH = -\log [H_3O^+]_{eq} = 14 - \log(\tau \cdot C)$

Quotient de la réaction l'équilibre $Q_{r,eq}$

$$Q_{r,eq} = \frac{[BH^+]_{eq} \cdot [HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{[HO^-]_{eq}^2}{C - [HO^-]_{eq}}$$

$$[BH^+]_{eq} = [HO^-]_{eq}$$

$$[AH]_{eq} = C - [HO^-]_{eq}$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[BH^+]_{eq} \cdot [HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{\tau^2 C}{1 - \tau}$$

$$[BH^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = \tau C$$

$$[B]_{eq} = C - \tau C = C(1 - \tau)$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[BH^+]_{eq} \cdot [HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{10^{2(pH-14)}}{C - 10^{(pH-14)}}$$

$$[BH^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = 10^{(pH-14)}$$

$$[B]_{eq} = C - 10^{(pH-14)}$$

$$Q_{r,eq} = \frac{[BH^+]_{eq} \cdot [HO^-]_{eq}}{[B]_{eq}} = \frac{x_{eq}^2}{V(CV - x_{eq})}$$

$$[BH^+]_{eq} = [HO^-]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[B]_{eq} = \frac{C - x_{eq}}{V}$$

A l'équilibre $K = Q_{r,eq} = K_A$

Constante d'acidité
 $K_A (BH^+ / B)$

$$K_A = \frac{[B]_{eq} \cdot [H_3O^+]_{eq}}{[BH^+]_{eq}} \times \frac{[HO^-]_{eq}}{[HO^-]_{eq}} = \frac{K_e}{K}$$

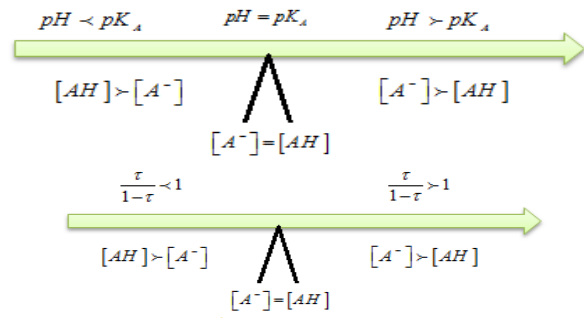
$$pK_A = -\log(K_A)$$

$$K_A = 10^{-pK_A}$$

Domaine de prédominance

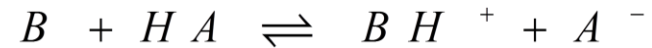
$$\frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{pH - pK_A}$$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\tau}{1 - \tau}$$



Réaction d'une base B avec l'acide HA

Equation modélisent la réaction d'acide HA avec la base



Constante d'équilibre K

$$K = \frac{[A^-]}{[AH]} \times \frac{[BH^+]}{[B]} = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} \times \frac{[BH^+]}{[B][H_3O^+]}$$

$$= K_{A_1} \times \frac{1}{K_{A_2}} = \frac{10^{-pK_{A_1}}}{10^{-pK_{A_2}}} = 10^{pK_{A_2} - pK_{A_1}}$$

équation de la réaction		$B + HA \rightleftharpoons BH^+ + A^-$			
état du système	avancement	Quantité de matière en mol			
état initial	0	n_1	n_2	0	0
état intermédiaire	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
état finale		$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

La valeur d'avancement à l'équilibre x_{eq}

1 cas : $n_1 = n_2$

$$K = \frac{[A^-][BH^+]}{[AH][B]}$$

$$[A^-]_{eq} = [BH^+]_{eq} = \frac{x_{eq}}{V_T}$$

$$[AH]_{eq} = [B]_{eq} = \frac{n - x_{eq}}{V_T}$$

$$K = \frac{\left(\frac{x_{eq}}{V_T}\right)^2}{\left(\frac{n - x_{eq}}{V_T}\right)^2} = \left(\frac{x_{eq}}{n - x_{eq}}\right)^2$$

$$\sqrt{K} = \left(\frac{x_{eq}}{n - x_{eq}} \right) \Leftrightarrow (n - x_{eq})\sqrt{K} = x_{eq} \Leftrightarrow n\sqrt{K} - x_{eq}\sqrt{K} = x_{eq}$$

$$\Leftrightarrow x_{eq} + x_{eq}\sqrt{K} = n\sqrt{K} \Leftrightarrow x_{eq}(1 + \sqrt{K}) = n\sqrt{K}$$

$$\Leftrightarrow x_{eq} = \frac{n\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_m}$$

On a $n_1 = n_2$
Donc $x_m = n_1 = n_2 = n$

$$x_{eq} = \frac{n\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

pH de mélange

$$pH = \frac{1}{2}(pK_{A1} + pK_{A2})$$

2 cas : $n_1 < n_2$

$$K = \frac{[A^-][BH^+]}{[AH][B]} = \frac{(x_{eq})^2}{(n_1 - x_{eq})(n_2 - x_{eq})}$$

$$K = \frac{x_{eq}^2}{(n_1 - x_{eq})(n_2 - x_{eq})} \Leftrightarrow (n_1 - x_{eq})(n_2 - x_{eq})K = x_{eq}^2 \Leftrightarrow n_1 n_2 K - x_{eq}(n_1 + n_2)K + Kx_{eq}^2 = x_{eq}^2$$

$$\Leftrightarrow x_{eq}^2(K - 1) - x_{eq}(n_1 + n_2)K + n_1 n_2 K = 0 \Leftrightarrow \Delta = (n_1 + n_2)^2 K^2 - 4n_1 n_2 K(K - 1)$$

$$x_{eq1} = \frac{(n_1 + n_2)K + \sqrt{\Delta}}{2(K - 1)}$$

$$x_{eq2} = \frac{(n_1 + n_2)K - \sqrt{\Delta}}{2(K - 1)}$$

On prend la valeur de

$$x_{eq} < x_m$$

$$pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}}\right)$$

dosage d'un acide HA avec $(Na^+; HO^-)$



Les caractéristiques de dosage

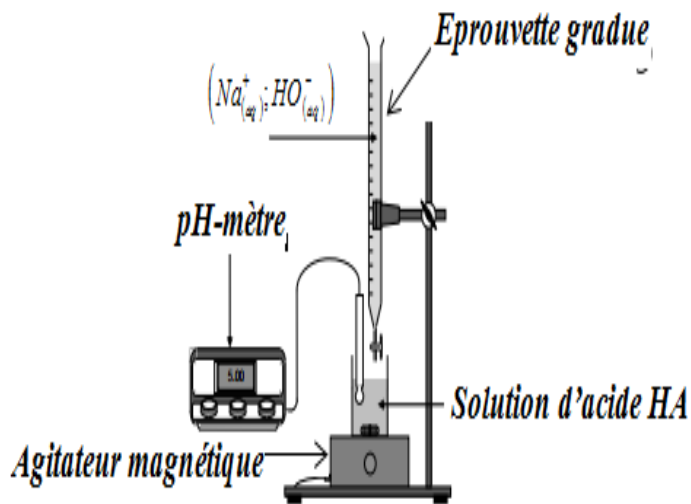
Rapide et totale

Constante d'équilibre K

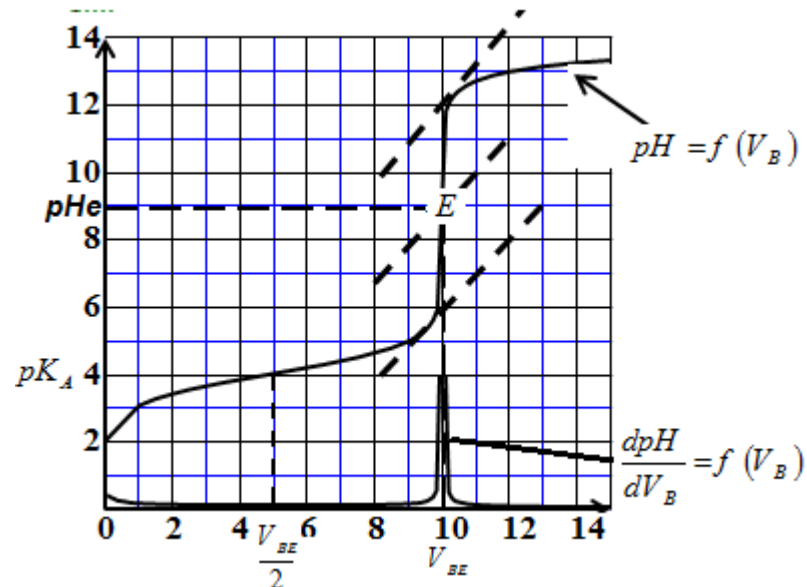
$$K = \frac{[A^-]}{[AH][HO^-]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = \frac{K_A}{K_e} = 10^{14-pK_A}$$

Si $K > 10^4$
Réaction totale

Montage expérimentale



La courbe de $pH = f(V_B)$



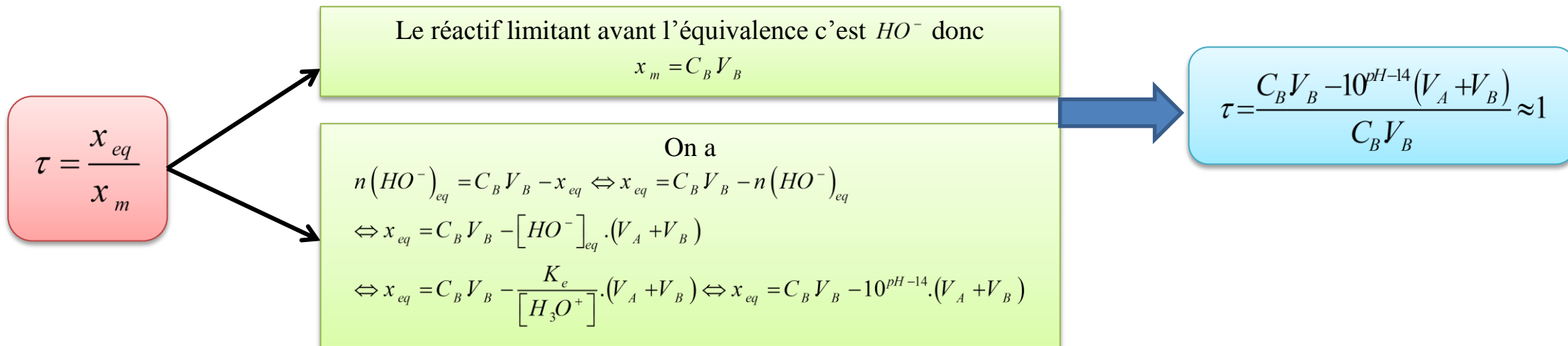
A l'équivalence on a

$$n(AH) = n(HO^-)$$

$$C_A V_A = C_B V_{BE}$$

équation de la réaction		$HA + HO^- \rightarrow A^- + H_2O$			
état du système	avancement	Quantité de matière en mol			
état initial	0	n_A	n_B	0	Exces
état intermédiaire	x	$n_A - x$	$n_B - x$	x	
état finale	x_{eq}	$n_A - x_{eq}$	$n_B - x_{eq}$	x_{eq}	

Taux d'avancement au dosage $a V_B < V_{BE}$



Les indicateurs colorés

En présence de la courbe
 $pH = f(V_B)$
 On prend la valeur de pH_e et on compare
 avec les valeurs de tableau donnant

En absence de la courbe
 $pH = f(V_B)$
 On la valeur de $pH_e \geq 7$ et on compare
 avec les valeurs de tableau donnant

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{\frac{x_{eq}}{V_T}}{\frac{C_A V_A - x_{eq}}{V_T}} = \frac{x_{eq}}{C_A V_A - x_{eq}}$$

On a la réaction est totale donc
 $x_{eq} = x_m = C_B V_B$
 Et
 $C_A V_A = C_B V_{BE}$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{C_B V_B}{C_B V_{BE} - C_B V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

Dosage d'une base B avec $(H_3O^+; Cl^-)$

Equation modélisent la réaction de dosage d'une base HA avec $(H_3O^+; Cl^-)$ $B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$

Les caractéristiques de dosage

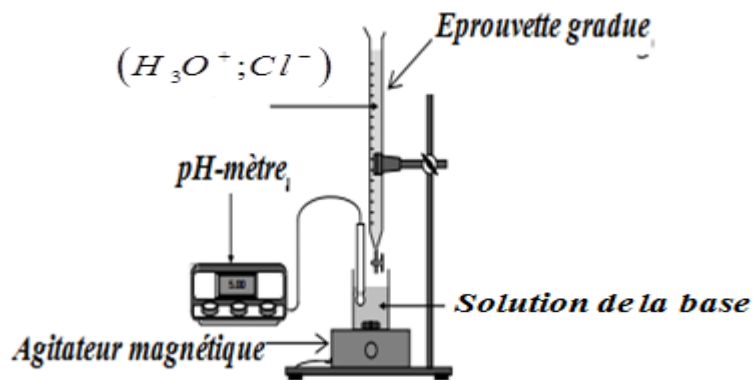
Rapide et totale

Constante d'équilibre K

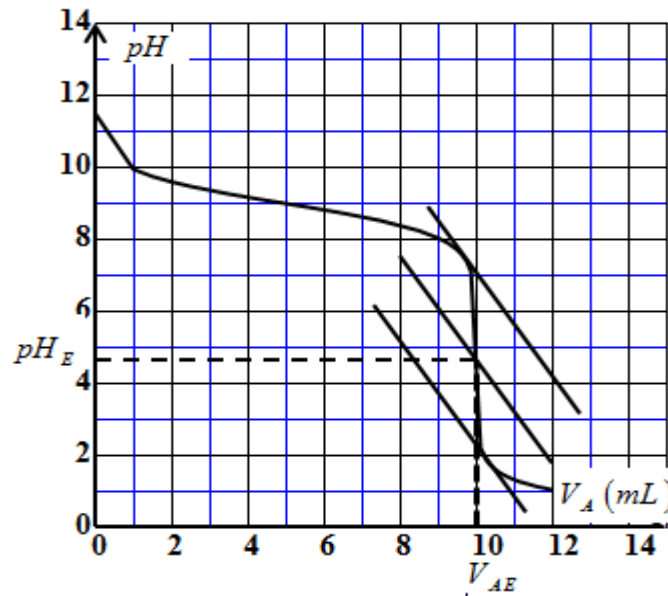
$$K = \frac{[BH^+]}{[H_3O^+][B]} = \frac{1}{K_A} = 10^{pK_A}$$

Si $K > 10^4$
Réaction totale

Montage expérimentale



La courbe de $pH = f(V_B)$



A l'équivalence on a

$$n(AH) = n(HO^-)$$

$$C_A V_{AE} = C_B V_B$$

équation de la réaction		$B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$			
état du système	avancement	Quantité de matière en mol			
état initial	0	n_B	n_A	0	Exces
état intermédiaire	x	$n_B - x$	$n_A - x$	x	
état finale	x_{eq}	$n_B - x_{eq}$	$n_A - x_{eq}$	x_{eq}	

Taux d'avancement au dosage $a V_A < V_{AE}$

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_m}$$

Le réactif limitant avant l'équivalence c'est H_3O^+ donc

$$x_m = C_A V_A$$

On a

$$n(H_3O^+)_{eq} = C_A V_A - x_{eq} \Leftrightarrow x_{eq} = C_A V_A - n(H_3O^+)_{eq}$$

$$\Leftrightarrow x_{eq} = C_A V_A - n(H_3O^+)_{eq}$$

$$\Leftrightarrow x_{eq} = C_A V_A - [H_3O^+] \cdot (V_A + V_B) \Leftrightarrow x_{eq} = x_{eq} = C_A V_A - 10^{-pH} \cdot (V_A + V_B)$$

$$\tau = \frac{C_A V_A - 10^{-pH} (V_A + V_B)}{C_A V_A} \approx 1$$

Les indicateurs colorés

En présence de la courbe
 $pH = f(V_B)$
On prend la valeur de pH_e et on compare
avec les valeurs de tableau donnant

En absence de la courbe
 $pH = f(V_B)$
On la valeur de $pH_e \leq 7$ et on compare
avec les valeurs de tableau donnant

$$\frac{[B]}{[BH^+]} = \frac{C_B V_B - x_{eq}}{V_T} \cdot \frac{V_T}{x_{eq}} = \frac{C_B V_B - x_{eq}}{x_{eq}}$$

On a la réaction est totale donc

$$x_{eq} = x_m = C_A V_A$$

Et

$$C_A V_{AE} = C_B V_B$$

$$\frac{[B]}{[BH^+]} = \frac{C_A V_{AE} - C_A V_A}{C_A V_A} = \frac{V_{AE} - V_A}{V_A}$$

Dosage acido - basique

I-Principe du dosage acido-basique:

1) Définition du dosage:

Le dosage (ou titrage) consiste à déterminer la concentration d'une espèce chimique présente dans une solution dite solution titrée en faisant réagir cette solution avec une solution de concentration connue dite solution titrante.

La réaction du dosage doit être rapide, totale et unique. (c'est dire que l'état final du système doit être atteint dans une courte durée et le réactif limitant est toujours entièrement consommé et la réaction ne doit pas être en compétition avec d'autres réactions).

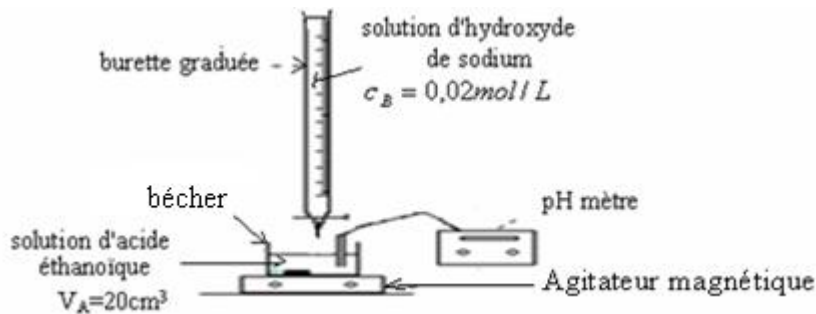
2) Mode opératoire d'un dosage:

On introduit dans un bécher à l'aide d'une pissette jaugée un volume de la solution à titrer, puis on lui ajoute progressivement à l'aide d'une burette la solution titrante tout en utilisant un système d'agitation afin d'homogénéiser le mélange.

II-Dosage d'une solution d'acide éthanóique :

1) Etude expérimentale:

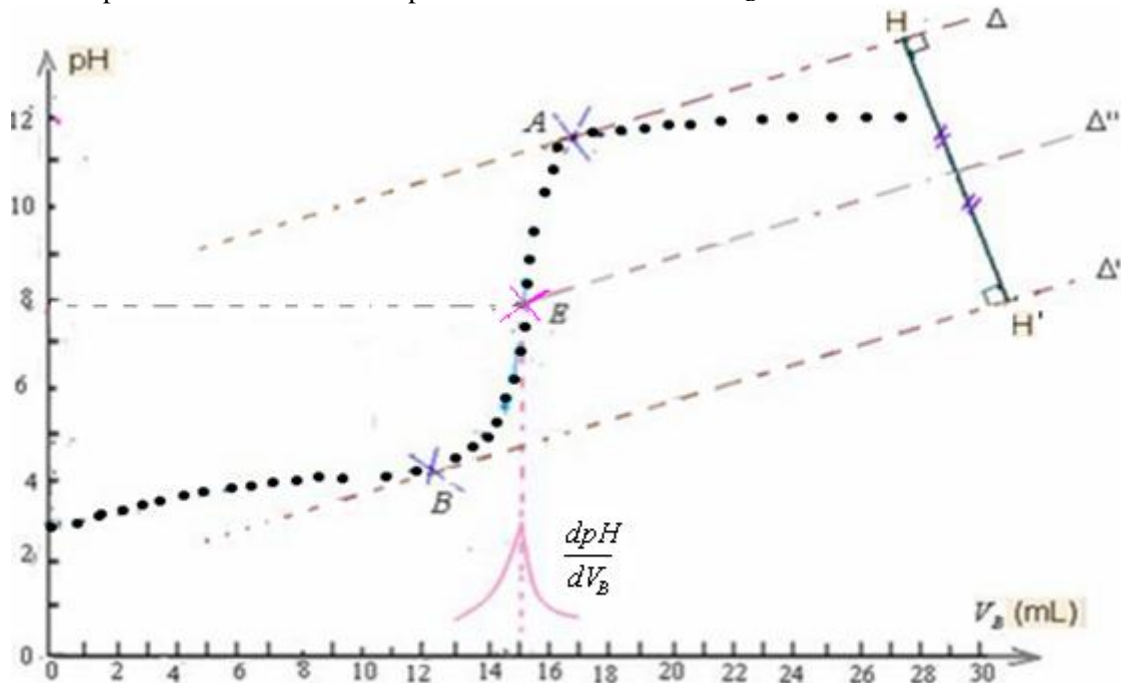
On introduit dans un bécher un volume $V_A=20\text{mL}$ d'une solution d'acide éthanóique CH_3COOH de concentration c_A inconnue puis on lui ajoute progressivement à l'aide d'une burette graduée une solution d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+ + \text{HO}^-$) de concentration $c_B=0,02\text{mol/L}$.



On mesure le pH du mélange après chaque addition et on indique les valeurs obtenues dans le tableau suivant:

V_B (mL)	0	2	4	8	10	12	14	14,5	15	15,5	16	18	20	24	26	30
pH	2,9	3,4	3,6	3,9	4,1	4,5	5	5,8	7,6	10	11	11,3	11,4	11,5	11,6	11,7

On trace la courbe représentant la variation du pH en fonction du volume V_B de soude versé.

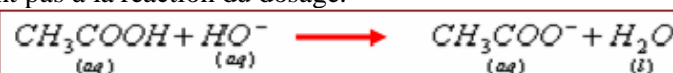


2) Exploitation des résultats de l'expérience:

a) Equation de la réaction du dosage :

Les ions Na^+ sont inactifs, ils ne participent pas à la réaction du dosage.

Equation de la réaction du dosage:



C'est une réaction totale

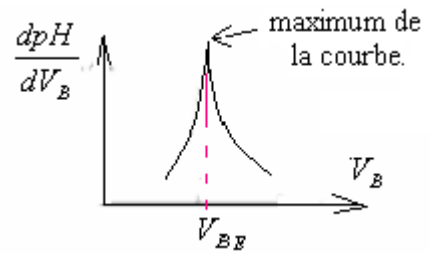
c) Détermination du point d'équivalence:

■ **Méthode des tangentes:** On trace la droite Δ tangente à la courbe au point A et on trace la droite Δ' parallèle à Δ au point B, puis on représente le segment $[H, H']$ perpendiculaire à Δ et à Δ' .

Ensuite on trace la droite Δ'' médiatrice du segment $[H, H']$. Cette dernière se coupe avec la courbe $pH=f(V_B)$ au point E.

Coordonnées du point d'équivalence E: $V_{BE} = 15\text{mL}$ $pH_E \approx 7,8$

■ **Méthode de la courbe dérivée:** Cette méthode permet de déterminer le volume d'équivalence, elle consiste à tracer, à l'aide d'un logiciel, la courbe dérivée: $\frac{dpH}{dV_B} = f(pH)$. Le volume d'équivalence V_{BE} correspond à l'abscisse du maximum de cette courbe.



Cette méthode conduit dans le cas de notre dosage à $V_{BE}=15\text{mL}$.

■ **Méthode d'utilisation de l'indicateur coloré:** Expérimentalement on détermine le volume d'équivalence en utilisant un indicateur coloré, lorsque sa couleur change brusquement à la teinte sensible on est à l'équivalence, on obtient donc la valeur du volume de soude versé à l'équivalence.

Choix de l'indicateur coloré:

L'indicateur coloré correspondant est celui dont la zone de virage contient le pH du point d'équivalence pH_E .

Dans ce dosage le rouge de crésol est convenable car sa zone de virage: $[7,2-8,8]$ contient $pH_E = 7,8$.

d) Relation d'équivalence:

- Avant l'équivalence, HO^- est le réactif limitant - Après l'équivalence, CH_3COOH est le réactif limitant.
- A l'équivalence le mélange est stoechiométrique : $n_i(CH_3COOH) = n_{\text{éq}}(HO^-)$

La relation d'équivalence est donc: $C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$ d'où: $C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} = \frac{0,02 \times 15 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

e) Détermination du taux d'avancement final de la réaction:

Pour montrer que la réaction du dosage est totale, il suffit de montrer que: $\tau = 1$.

Traçons le tableau d'avancement de la réaction au moment de versement du volume $V_{B \text{ versé}} = 10\text{mL}$ de soude. D'après la courbe du dosage le pH correspondant à ce volume est $pH = 4,1$.

$n_a(CH_3COOH) = c_a \cdot v_a = 0,015 \times 0,02 = 3 \times 10^{-4} \text{ mol} = 0,3 \text{ mmol}$
 $n_a(HO^-) = n_{\text{versé}}(HO^-) = c_b \cdot v_b = 0,02 \times 0,01 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} = 0,2 \text{ mmol}$

Equation de la réaction		HCOOH (aq)	+ HO ⁻ (aq)	→	HCOO ⁻ (aq)	+ H ₂ O (aq)
Les états	avancement	quantités de matières er. (mmol)				
E.I.	0	0,3	0,2		0	excès
E.T.	x	0,3 - x	0,2 - x		x	excès
E. Éq.	x _{éq}	0,3 - x _f	0,2 - x _f		x _f	excès

HO^- est le réactif limitant, et $x_{\text{max}} = 0,2 \text{ mmol}$.

A partir de l'état final qui correspond au $pH = 4,1$ et $[H_3O^+]_f = 10^{-4,1} \text{ mol/L}$ le produit ionique de l'eau :

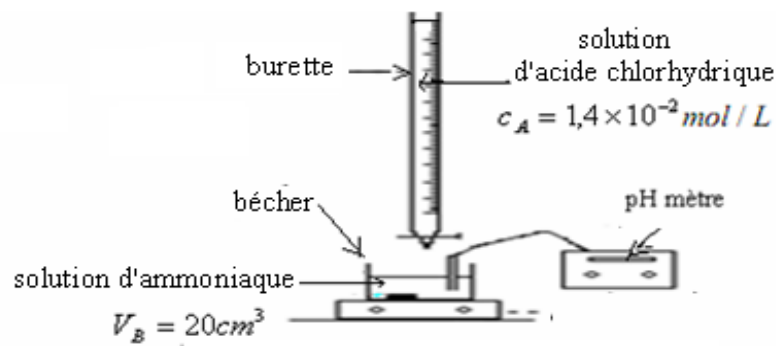
$[H_3O^+]_f \times [HO^-]_f = 10^{-14} \Rightarrow [HO^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{10^{-4,1}} = 10^{4,1-14} = 10^{-9,9} \text{ mol/L}$
 $n_f(HO^-) = [HO^-]_f \times V_s = 10^{-9,9} (10 + 20) \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-11,9} \text{ mol} = 3 \cdot 10^{-8,9} \text{ mmol}$

D'après le tableau d'avancement on a: $0,2 - x_f = n_f(HO^-) = 3 \cdot 10^{-8,9} \Rightarrow x_f = 0,2 \text{ mmol}$

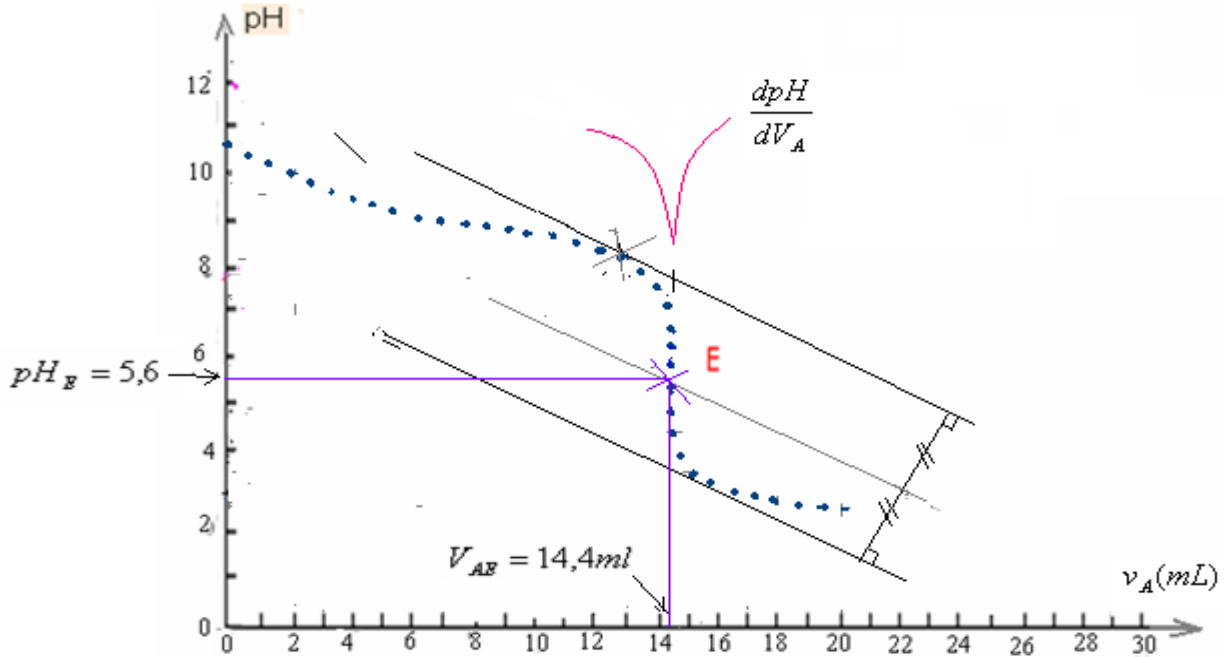
Le taux d'avancement final: $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{0,2}{0,2} = 1$ donc la réaction est totale.

III-Dosage d'une solution d'ammoniaque :

1) Etude expérimentale: On verse dans un bécher un volume $V_B = 20\text{mL}$ d'une solution d'ammoniaque NH_3 de concentration c_B inconnue puis on lui ajoute progressivement à l'aide d'une burette graduée une solution d'acide chlorhydrique ($H_3O^+ + Cl^-$) de concentration $c_A = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$. www.adirassa.com



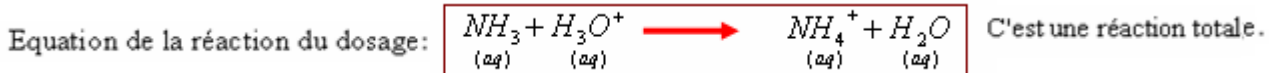
20	18	17	16	15	14,5	14	13	11	9	7	5	3	2	1	0	$V_A (mL)$
2,7	2,8	3	3,2	3,6	4,4	7,3	8,2	8,7	9	9,2	9,5	9,8	10	10,3	10,6	pH



2) Exploitation des résultats de l'expérience:

a) Equation de la réaction du dosage :

Les ions Cl^- sont inactifs, ils ne participent pas à la réaction du dosage.



b) Détermination du point d'équivalence : La méthode des tangentes conduit à $pH_E = 5,6$ $V_{BE} \approx 14,4 mL$:

La méthode de l'indicateur coloré: D'après le tableau des indicateurs colorés on constate que c'est le rouge de méthyle qui est convenable pour ce dosage, car sa zone de virage $[4,2-6,2]$ contient le $pH_E = 5,6$.

La méthode de la courbe dérivée conduit dans ce cas à $V_{AE} = 14,4 mL$.

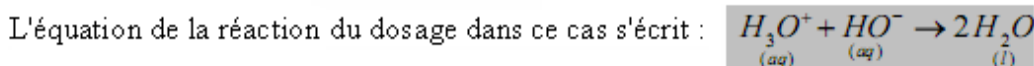
c) Relation d'équivalence :

- Avant l'équivalence, H_3O^+ est le réactif limitant et après l'équivalence, NH_3 est le réactif limitant.

- A l'équivalence le mélange est stœchiométrique : $n_i(NH_3) = n_i(H_3O^+)$

La relation d'équivalence est donc: $C_A V_{AE} = C_B V_B$ d'où: $C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B} = \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \times 14,4}{20} = 10^{-2} mol/L$

Remarque :- Dans le cas du dosage d'une solution d'acide chlorhydrique ($H_3O^+ + Cl^-$) par une solution d'hydroxyde de sodium ($Na^+ + HO^-$) ou bien l'inverse le pH du mélange à l'équivalence $pH_E = 7$.



Car les ions Na^+ et les ions Cl^- sont inactifs .

Les lois de Newton



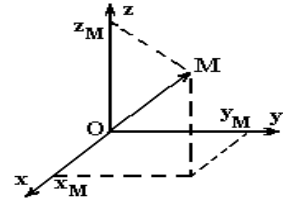
1. Repérer un point M d'un mobile dans un repère d'espace

Le vecteur position \vec{OM} permet de repérer le point M dans l'espace par rapport à un référentiel choisi pour l'étude.

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} \text{ ou } \vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$OM = \|\vec{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} : \text{module du vecteur position}$$

Les fonctions $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ sont les équations horaires du mouvement



2. Vecteur vitesse

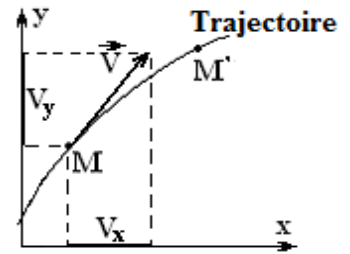
Le vecteur vitesse \vec{V} est défini comme la dérivée première du vecteur position par rapport au temps.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse en un point M :

- Direction : toujours tangente à la trajectoire au point M
- Sens : toujours dans le sens du mouvement
- Intensité (module ou valeur) : V et dont l'unité est m/s ou $m \cdot s^{-1}$

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j} + V_z \cdot \vec{k} \text{ ou } \vec{V} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad v = \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} : \text{module du vecteur vitesse}$$



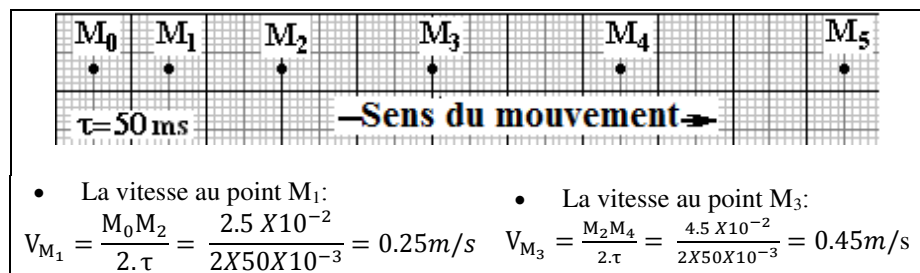
NB :

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \text{ alors } V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{et} \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad \text{et} \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Calculer la vitesse par la méthode d'encadrement :

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2 \cdot \tau}$$



3. Vecteur accélération :

Le vecteur accélération \vec{a} est défini comme la dérivée première de la vitesse \vec{V} soit la dérivée seconde du vecteur position.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} : \text{Vecteur accélération et a s'exprime en } m \cdot s^{-2}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \text{ ou } \vec{a} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} : \text{module du vecteur accélération}$$

NB :

La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

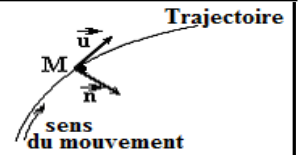
$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \text{ alors } a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad \text{et} \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \quad \text{et} \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$$

4. La base locale de Frénet (Repère du point) :

La base de Frénet (M, \vec{u}, \vec{n}) n'a pas des vecteurs fixes contrairement à la base du repère catésien $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, elle suit le mouvement donné par le système.

(M, \vec{u}, \vec{n}) : repère de Frenet tel que :

- La position du mobile en M est l'origine du repère.
- \vec{u} : Vecteur unitaire tangent à la trajectoire au point M et dirigée toujours dans le sens du mouvement (de même sens que la vitesse \vec{V}).
- \vec{n} : Vecteur unitaire normal à la trajectoire au point M et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire.



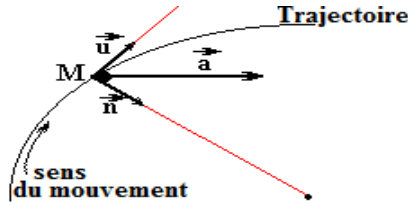
5. Expression de l'accélération \vec{a} dans le repère de Frenet (Repère du point) :

$$\vec{a} = a_T \cdot \vec{u} + a_n \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_u^2 + a_n^2}$$

$$a_T = \frac{dV}{dt} : \text{accélération tangentielle}$$

$$a_n = \frac{V^2}{\varphi} : \text{accélération normale}$$

φ : rayon de courbure

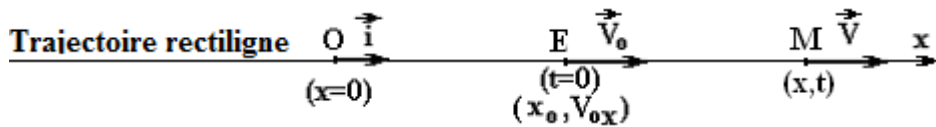


NB :

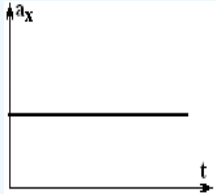
Dans le cas d'un mouvement circulaire le rayon de courbure φ est identique au Rayon R de la trajectoire circulaire

6. Mouvement rectiligne uniformément varié (MRUV)

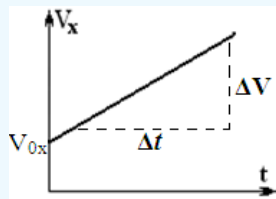
Le mouvement du centre d'inertie est rectiligne uniforme si la trajectoire est rectiligne et si le vecteur accélération est constant $\vec{a}_G = \vec{C}^{te}$



L'accélération est Constante non nulle
 $a_x = C^{te} \neq 0$



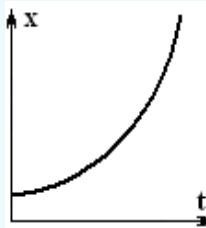
La vitesse est constante
 $V_x(t) = a_x \cdot t + V_{0x}$



V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant $t=0$

Equation horaire du mouvement

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + V_{0x} \cdot t + x_0$$



V_{0x} : la coordonnée du vecteur vitesse sur l'axe Ox à l'instant $t=0$
 x_0 : l'abscisse à l'instant $t=0$

Enregistrement

La distance entre deux points successifs varie
 $M_i M_{i+1} \neq C^{te}$

La vitesse varie

$$V_{M_i} = \frac{M_{i-1} M_{i+1}}{2 \cdot \tau}$$

NB :

Dans un mouvement rectiligne, vauz mieux choisir l'axe (Ox par exemple) parallèle (ou bien confondu) à la trajectoire

Le vecteur vitesse est parallèle à l'axe Ox et $V_y=0$ Le vecteur accélération est parallèle à l'axe Ox et $a_y=0$

$$** \quad \text{Montrer que } V_B^2 - V_A^2 = 2 \cdot a_x \cdot (x_B - x_A) :$$

Les lois de Newton

1. Forces intérieures et Forces extérieures

- Préciser le système à étudié
- Les **forces extérieures** dues à des interactions avec des objets qui n'appartiennent pas au système.
- Les **forces intérieures** dues à des interactions entre les constituants du système.

2. Référentiels galiléens

- Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton (Principe d'inertie) est vérifiée
- Soit R, un référentiel galiléen. Tout référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R est considéré comme un référentiel galiléen
- **Référentiel de Copernic** : L'origine du référentiel de Copernic est au centre de masse du système solaire (composé du Soleil, et des objets célestes gravitant autour de lui). Ses axes pointent vers des étoiles lointaines fixes.

3. La 1^{ère} loi de Newton (Principe d'inertie)

$\sum \vec{F} = \vec{0}$: le système est isolé ou pseudo isolé On peut en déduire que $\vec{a}_G = \vec{0}$ et $\vec{V}_G = \vec{C}^{te}$ par conséquent :

- Le mobile est au repos (immobile) $V_G = 0$
- Le centre de gravité du mobile est en mouvement rectiligne uniforme $V_G = Cte \neq 0$

Énoncé : Dans un référentiel galiléen un système ponctuel isolé ou pseudo-isolé est soit immobile ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme

NB :

Un solide isolé mécaniquement n'est soumis à aucune force. Un solide pseudo-isolé mécaniquement est soumis à des forces qui se compensent à chaque instant.

4. La 2^{ème} loi de Newton (Théorème de centre d'inertie TCI)

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$$

Énoncé : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des force extérieures exercées sur un système ponctuel est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération \vec{a}_G de son centre de gravité

Lorsque $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G = \vec{0}$ alors $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = 0$: le vecteur \vec{v}_G est constant. On retrouve le principe d'inertie.

Remarque :

L'accélération du centre d'inertie G d'un solide est toujours colinéaire à la somme des forces appliquées

5. La 3^{ème} loi de Newton (Principe d'action et de réaction ou principe des actions réciproques)

Énoncé : si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B alors le système B exerce aussi sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ ayant même droite d'action, même valeur, même direction mais un sens opposé et donc : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

La 3^{ème} loi de Newton

- Est valable pour tous les états de mouvement ou de repos d'un mobile
- Est valable pour toutes les forces, qu'elles s'exercent à distance ou par contact.
- Permet d'écrire que, dans un système matériel, la somme des forces intérieures est nulle,



Comment exploiter la 2^{ème} loi de Newton

En règle générale, la 2^{ème} loi de Newton sert à déterminer le mouvement d'un point matériel ou d'un système de points, connaissant les forces qui s'appliquent à ce point.

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la 2^{ème} loi de Newton, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
 - 2.1. Forces de contact
 - 2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
Exemples : le poids \vec{P} et \vec{R} la réaction d'un plan quand les frottements sont négligeables
4. Choisir un référentiel galiléen. Il faut toujours préciser le référentiel d'étude, c'est fondamental

NB :

Attention pour les mouvements rectilignes et le repère de Frenet pour les mouvements curvilignes

5. Ecrire la relation vectorielle de la 2^{ème} loi de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$
6. Projeter chacune de ces forces sur les axes du référentiel (Se rappeler de la définition de la projection d'un vecteur sur un axe d'un référentiel)

NB : La relation entre vecteur est bien identique à la relation entre composantes sur les axes

- 6.1. Sur l'axe Ox : $\sum F_x = m \cdot a_x$
- 6.2. Sur l'axe Oy : $\sum F_y = m \cdot a_y$

7. Répondre !!!

Remarque :

La projection peut se faire sur un axe ou l'autre ou les deux à la fois, ça dépend de la nature de la question (pas de priorité pour le choix de l'axe Ox)

Les lois de Newton

I- Vecteur vitesse et vecteur accélération:

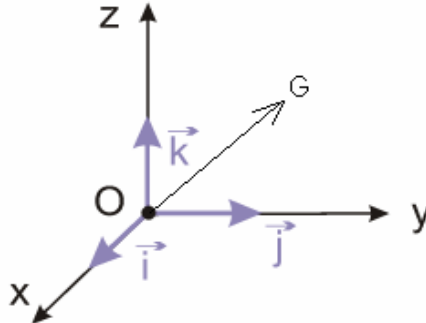
1) Notions générales sur le mouvement:

Nous savons que le mouvement d'un corps est relatif au référentiel choisi, c'est-à-dire que les corps ne se déplacent que par rapport à d'autres corps.

Donc pour étudier le mouvement d'un corps on doit choisir un solide de référence fixe appelé référentiel puis un **repère d'espace** et un **repère de temps** liés à ce référentiel.

Remarque: la plupart des temps, on choisit comme référentiel d'étude le référentiel terrestre.

Pour repérer la position du mobile, on utilise un repère d'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'origine O et dont les vecteurs unitaires: \vec{i}, \vec{j} et \vec{k} .



Le vecteur position: $\vec{OG} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

G: Centre d'inertie du corps

x, y et z : sont les coordonnées du centre d'inertie G dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Si le corps est en mouvement, ses coordonnées x, y et z variant en fonction du temps

Les fonctions : $x=f(t)$, $y=g(t)$ et $h(t)$ sont appelées les équations horaires du mouvement.

La trajectoire est l'ensemble des positions successives occupées par le mobile au cours de son mouvement.

2) Le vecteur vitesse instantanée:

Le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie d'un corps est égal à la dérivée du vecteur position par rapport au

temps.

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$$

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \quad \text{d'où:} \quad \vec{v}_G = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad \text{avec:} \quad , \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad , \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}.$$

$$\text{Le module du vecteur vitesse:} \quad v_G = \|\vec{v}_G\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad \text{en (m/s)}$$

3) Le vecteur accélération:

a) Définition:

Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un corps est égal à la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps.

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$$

b) Les coordonnées du vecteur accélération dans un repère cartésien:

Le vecteur position: $\vec{OG} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\text{on a:} \quad \vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} \quad \text{donc:} \quad \vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

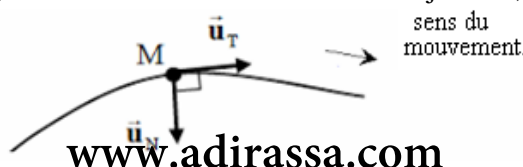
$$\text{avec:} \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \ddot{x}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \ddot{y}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \ddot{z}.$$

$$\text{Le module du vecteur accélération} \quad a_G = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad \text{en (m/s}^2\text{)}$$

c) Les coordonnées du vecteur accélération dans un repère de Frenet:

Le repère de Frenet est un repère local orthonormé lié au mobile que l'on note (M, \vec{u}, \vec{n}) , le vecteur unitaire \vec{u} est tangent à la trajectoire au point M et orienté dans le sens du mouvement.

Le vecteur unitaire \vec{n} est normal, et dirigé vers le centre de courbure de la trajectoire, il est perpendiculaire à \vec{u} .



L'expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet est: $\vec{a}_G = a_t \cdot \vec{u} + a_n \cdot \vec{n}$

$a_t = \frac{dv}{dt}$: la composante tangentielle du vecteur accélération

$a_n = \frac{v^2}{\rho}$: la composante normale du vecteur accélération

ρ : est le rayon de courbure de la trajectoire au point M. (Si la trajectoire est un cercle $\rho = R$ (rayon du cercle).

II- Les lois de Newton :

1) Les forces intérieures et les forces extérieures:

Après avoir précisé le système étudié :

-On appelle forces extérieures, les forces qui s'exercent sur le système par des corps qui n'appartiennent pas au système.

-On appelle forces intérieures, les forces qui s'exercent sur le système par des corps qui appartiennent pas au système.

Remarque: Un système est dit isolé s'il n'est soumis à aucune force extérieure.

Un système est dit pseudo-isolé si les force extérieure auquel il est soumis se compensent.

2) La première loi de Newton :Principe d'inertie:

Dans un repère galiléen, si la somme des forces qui s'exercent sur un corps est nulle, alors le vecteur vitesse de son centre d'inertie est constant.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_G = C^{te}$$

Donc le centre d'inertie du corps est:

-Soit au repos.

- Soit en mouvement rectiligne uniforme.

Remarque: Le repère de Copernic est le meilleur repère galiléen (son origine est le soleil et ses trois axes son dirigés vers trois étoiles fixes).

Tout repère en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au repère de Copenic est considéré galiléen, donc tous les repères terrestres peuvent être considérés galiléen pendant des intervalles de temps courts.

3) La deuxième loi de Newton:

Dans un repère galiléen la somme des vecteurs forces qui s'exercent sur un corps est égale au produit de la masse du corps et du vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

4) La troisième loi de Newton : principe de l'action et de la réaction.

Lorsqu'il y'a interaction entre deux corps A et B , le corps A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur le corps B et le corps B exerce une

force $\vec{F}_{B/A}$ sur le corps A , ces deux forces sont telles que: $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

III-Le mouvement rectiligne uniforme et le mouvement rectiligne uniformément varié:

Généralement le repère utilisé pour étudier les mouvement rectiligne est un axe (O,x) confondu avec la trajectoire et orienté

dans le sens du mouvement et dans ce cas le vecteur position : $\vec{OG} = x \cdot \vec{i}$ et la vitesse du mobile s'écrit $v = \frac{dx}{dt}$

et son accélération $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

1)Le mouvement rectiligne uniforme :

Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par :

● Une trajectoire rectiligne .

● Une accélération nulle $a=0$.

● Une vitesse constante $v=C^{te}$.

● L'équation horaire du mouvement est : $x = v \cdot t + x_o$ (x_o : abscisse à l'origine)

2) Le mouvement rectiligne uniformément varié :

Le mouvement rectiligne uniformément varié est caractérisé par :

● Une trajectoire rectiligne .

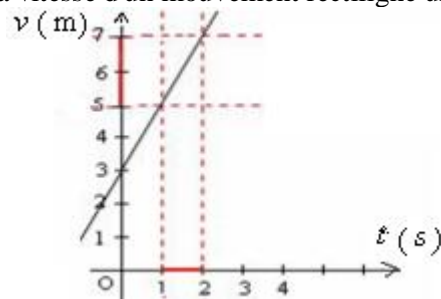
● Une accélération constante $a=C^{te}$

● L'équation horaire du mouvement est : $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o$ (x_o : abscisse à l'origine)

● L'équation de la vitesse : $v = a \cdot t + v_o$

Dans ce cas la vitesse en fonction du temps est une fonction linéaire son coefficient directeur est égal à l'accélération.

Exemple: On donne la représentation de la vitesse d'un mouvement rectiligne uniforme en fonction du temps.



Déterminer l'accélération et la vitesse initiale puis donner l'équation de la vitesse.

.....réponse.....

$v = 2.t + 3$ et $v_0 = 3\text{m/s}$ d'où l'équation de la vitesse : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{7-5}{2-1} = 2\text{m/s}$

III- Application de la deuxième loi de Newton :

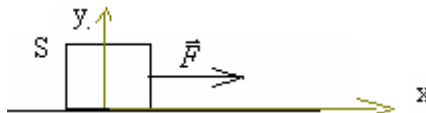
En général la 2^{ème} loi de Newton sert à déterminer la nature du mouvement du centre d'inertie d'un mobile connaissant les forces qui s'appliquent sur lui.

Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la deuxième loi de Newton on doit toujours suivre les étapes suivantes:

- 1) On précise le système étudié.
- 2) On fait le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur ce système.
- 3) On représente ses forces.
- 4) On écrit la relation vectorielle de la 2^{ème} loi de Newton $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$
- 5) Puis on projette cette relation après avoir choisi un repère orthonormé convenable lié à un référentiel Galiléen.

1) Application 1: Cas du mouvement sur un plan horizontal sans frottement:

On considère un corps solide S en mouvement sur un plan horizontal sans frottement sous l'action d'une force constante \vec{F} comme l'indique la figure suivante:

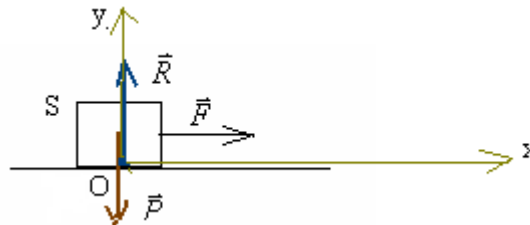


On donne : la masse du corps : $m=500\text{g}$ l'accélération de pesanteur $g=10\text{m/s}^2$ et $F=2\text{N}$.

- 1) En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer l'accélération du corps S.
- 2) Sachant que le corps part du point d'abscisse $x = -5\text{cm}$ à $t=0$ avec une vitesse égale à 3m/s , donner l'équation horaire de son mouvement.

.....réponses.....

- 1) • Le système étudié : {le corps S}
 - Bilan des forces: le corps S est soumis à l'action des forces suivantes:
 - \vec{P} : poids du corps.
 - \vec{F} : la force de traction
 - \vec{R} : la réaction du plan perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottements.
 - Représentation des forces:



- En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$
- On considère le référentiel terrestre supposé Galiléen auquel on associe un repère (O, x, y) et on projette la relation (1) dans ce repère.

$$\begin{cases} F_x + P_x + R_x = m \cdot a_x \\ F_y + P_y + R_y = m \cdot a_y \end{cases} \quad \begin{matrix} a_y = 0 \text{ car il} \\ \text{n'ya pas de mouvement} \\ \text{selon l'axe oy donc} \end{matrix} \quad \begin{cases} F + 0 + 0 = m \cdot a_x \\ 0 - P + R = 0 \end{cases} \quad \text{d'où: } \begin{cases} a_x = \frac{F}{m} = \frac{2}{500 \cdot 10^{-3}} = 4\text{m/s}^2 \\ a_y = 0 \end{cases}$$

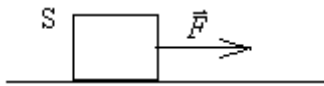
- 2) La trajectoire est rectiligne et l'accélération est constante selon ox, donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

d'équation horaire: $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$ donc: $x = 2.t^2 + 3.t - 0,05$ car $a = a_x = 4\text{m/s}^2$ $v_0 = 3\text{m/s}$ et $x_0 = -5\text{cm} = -0.05\text{m}$

2) Application 2: Cas du mouvement sur un plan horizontal avec frottement:

On considère le corps solide S précédant en mouvement sur un plan horizontal (avec frottement) sous l'action d'une force \vec{F}

et son accélération devient 6m/s^2 .



On donne : la masse du corps : $m=500\text{g}$ $g=10\text{m/s}^2$ $F=5\text{N}$.

- 1) En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer l'intensité de la réaction du plan. \vec{R}
- 2) Déterminer le coefficient de frottement puis en déduire la valeur de l'angle de frottement.
- 3) Sachant que le corps part du point d'abscisse $x=0$ à $t=0$ avec une vitesse égale à 1m/s , donner l'équation horaire de son mouvement.

.....réponses.....

1) • Le système étudié : {le corps S}

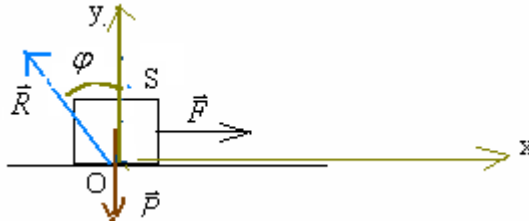
• Bilan des forces: le corps S est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids.

\vec{F} : la force de traction .

\vec{R} : la réaction du plan inclinée dans le sens contraire du mouvement faisant angle frottements φ avec la verticale

• Représentation des forces:



• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow (1) \quad \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

• On considère le référentiel terrestre supposé Galiléen auquel on associe un repère (O, x, y) et on projète la relation (1) dans ce repère.

$$\begin{cases} F_x + P_x + R_x = m \cdot a_x \\ F_y + P_y + R_y = m \cdot a_y \end{cases} \quad \begin{matrix} a_y=0 \text{ car il} \\ \text{n'ya pas de mouvement} \\ \text{selon l'axe oy} \end{matrix} \quad \text{donc : } \begin{cases} F + 0 - R_T = m \cdot a_x \\ 0 - P + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_T = F - m \cdot a_x = 5 - 0,5 \times 6 = 2\text{N} \\ R_N = P = m \cdot g = 0,5 \times 10 = 5\text{N} \end{cases}$$

on a: $R^2 = R_T^2 + R_N^2 \Rightarrow R = \sqrt{R_T^2 + R_N^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{29} \approx 5,38\text{N}$

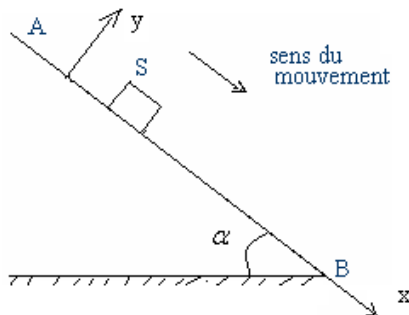
2) le coefficient de frottement : $k = \tan \varphi = \frac{R_T}{R_N} = \frac{2}{5} = 0,4$ l'angle de frottement : $\varphi = \tan^{-1}(0,4) = 21,8^\circ$

3) La trajectoire est rectiligne et l'accélération est constante selon ox ,donc le mouvement est rectiligne uniformément varié.

d'équation horaire: $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_o \cdot t + x_o$ donc: : $x = 3 \cdot t^2 + t$ car $a = a_x = 6\text{m/s}^2$ $v_o = 1\text{m/s}$ et $x_o = 0$.

3) Application 3: Cas du mouvement sur un plan incliné sans frottement:

On libère un corps S de masse $m=80\text{kg}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale et il glisse sans frottement vers le bas (voir figure).



1) En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer les coordonnées du vecteur accélération dans le repère (O,x,y) associé à un référentiel terrestre supposé Galiléen. puis déterminer l'intensité de la réaction du plan incliné.

2) Sachant que le corps S part à l'instant $t=0$ du point A avec une vitesse $v_A = 5\text{m/s}$ (A est confondu avec l'origine O du repère d'espace).

2-1- donner l'équation horaire du mouvement de S selon l'axes(o,x) puis l'équation de sa vitesse .

2-2-Déterminer sa vitesse au point B (on donne $AB=2\text{m}$ $g=10\text{m/s}^2$) .

.....réponses.....

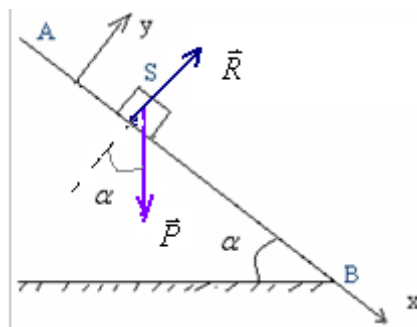
1) • Le système étudié : {le corps S}

• Bilan des forces: le corps S est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids.

\vec{R} : la réaction du plan perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottements. .

• Représentation des forces:



• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$

• En projetant la relation (1) dans le repère (O, x, y) on a:

$$\begin{cases} P_x + R_x = m \cdot a_x \\ P_y + R_y = m \cdot a_y \end{cases} \text{ avec } a_y=0 \Rightarrow \begin{cases} + P \cdot \sin \alpha + 0 = m \cdot a_x \\ - P \cdot \cos \alpha + R = 0 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} m \cdot g \sin \alpha = m \cdot a_x \\ - P \cdot \cos \alpha + R = 0 \end{cases} \text{ d'où: } \begin{cases} a_x = g \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \sin 30 = 5 \text{ m/s}^2 \\ a_y = 0 \end{cases}$$

et on a : $R = P \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 80 \times 10 \times \cos 30 = 692,8 \text{ N}$

2) 2-1-: donc le mouvement est uniformément varié selon l'axe ox , $a_x = 5 \text{ m/s}^2$, son équation horaire :

$$x = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v_{ox} \cdot t + x_o \Rightarrow x = 2,5 \cdot t^2 + 5t \quad \text{car } a_x=5 \text{ m/s}^2 \quad v_{ox}=5 \text{ m/s} \text{ et } x_o=0$$

$$\text{L'équation de la vitesse : } v = a \cdot t + v_o \Rightarrow v = 5t + 5$$

2-2- au point B on a : $x_B = AB = 2 \text{ m}$

$$\text{D'après les équations du mouvement on a : } \begin{cases} x_B = 2,5 \cdot t^2 + 5t \\ v_B = 5 \cdot t + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2,5 \cdot t^2 + 5t \\ v_B = 5 \cdot t + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,5 \cdot t^2 + 5t - 2 = 0 \\ v_B = 5 \cdot t + 5 \end{cases} \text{ donc}$$

$$2,5 \cdot t^2 + 5t - 2 = 0 \text{ donc : } \Delta = 5^2 - (-4 \times 2,5 \times 2) = 45 \text{ or } t > 0 \text{ la solution : } t = \frac{-5 + \sqrt{45}}{2 \times 2,5} \text{ la 2}^{\text{ème}} \text{ solution est négative}$$

$$\text{En remplaçant dans l'expression de la vitesse on a : } v_B = 5t + 5 = 5 \times \left(\frac{-5 + \sqrt{45}}{5} \right) + 5 = \sqrt{45} = 6,7 \text{ m/s}$$

Autre méthode :

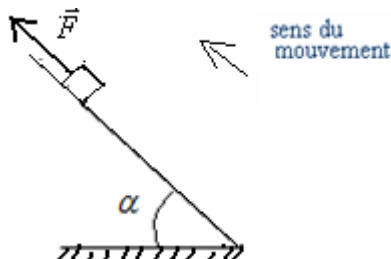
En appliquant le théorème d'énergie cinétique entre A et B.

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W_{\vec{F}_{A \rightarrow B}} \Rightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W_{\vec{P}_{A \rightarrow B}} + W_{\vec{R}_{A \rightarrow B}} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha + 0 \text{ donc:}$$

$$v_B^2 = v_A^2 + 2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha \quad \text{d'où : } v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha} = \sqrt{5^2 + 2 \times 10 \times 2 \times 0,5} = 6,7 \text{ m/s}$$

4) Application 4: Cas du mouvement sur un plan incliné avec frottement:

On tire un corps S de masse $m=100 \text{ kg}$ sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 10^\circ$ par rapport à l'horizontale par un câble et il glisse vers le haut (voir figure).



Sachant que le contact se fait avec frottement et que le coefficient de frottement est $k=0,25$ et son accélération selon l'axe ox est $a_x=2 \text{ m/s}^2$.

1) En appliquant la deuxième loi de Newton déterminer les composantes de la réaction \vec{R} du plan.

2) Déterminer l'intensité de la force de traction \vec{F} exercée par le câble sur le corps S. on donne $g=10 \text{ m/s}^2$
.....réponses.....

1) • Le système étudié : {le corps S}

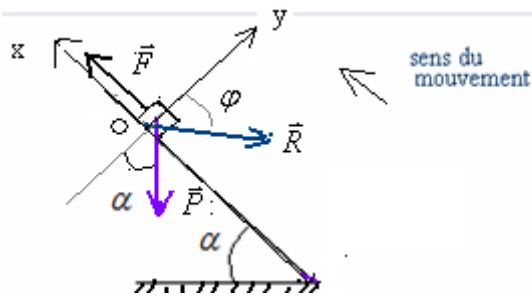
• Bilan des forces: le corps S est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids

\vec{F} : la force de traction.

\vec{R} : la réaction du plan incliné dans le sens contraire du mouvement faisant angle frottements φ avec la verticale.

• Représentation des forces:



• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

• En projetant la relation (1) sur l'axe (O, y) on a :

$$P_y + R_y + F_y = m \cdot a_y \Rightarrow -P \cdot \cos \alpha + R_N + 0 = 0 \quad \text{donc: } R_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 100 \times 10 \cdot \cos 10 = 984,8 N$$

Et on a : $k = \tan \varphi = \frac{R_T}{R_N} \Rightarrow R_T = k \cdot R_N = 0,25 \times 984,8 = 246,2 N$

2) • En projetant la relation (1) sur l'axe (O, x) on a $P_x + R_x + F_x = m \cdot a_x$ donc: $-P \cdot \sin \alpha - R_T + F = m \cdot a_x \Rightarrow$

$$F = m \cdot g \sin \alpha + R_T + m \cdot a_x = 100 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot \sin 10 + 246,2 + 100 \cdot 10^{-3} \times 2 \approx 246,6 N$$

5) Application 5: Cas d'un mouvement curviligne (utilisation du repère de Frenet):

Un corps solide S de masse $m=100g$ se déplace sur un rail ABCD contenant trois portions:



-La portion AB est inclinée d'un angle sur laquelle le mouvement se fait sans frottement . $AB=90cm \alpha = 30^\circ$

- La portion BC est rectiligne . $BC=2m$

- La portion CD est circulaire de centre O et de rayon r sur laquelle le mouvement se fait sans frottement.

1) Le corps S part du point A sans vitesse initiale.

1-1- Déterminer l'accélération du corps S sur la portion AB puis en déduire la nature du mouvement . on prend $g=10m/s^2$

1-2-Déterminer la vitesse v_B du corps S au point B.

2) Sachant que le corps S s'arrête au point C.

sachant qu'il y'a frottement et que la force de frottement est $f=0,225N$.

3) Le corps S continue son mouvement sur le rail CD.

3-1- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre C et M , montrer que l'expression de la vitesse du mobile au

point M s'écrit : $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot r \cdot (1 - \cos \theta)}$

3-2- Représenter au point M le repère de Frenet (M, \vec{u}, \vec{n}) et les forces qui s'exercent sur le corps.

3-3-En appliquant la deuxième loi de Newton sur le corps S au point M et par projection sur la normale (M, \vec{n}) montrer que l'intensité de la réaction exercée par le plan de contact sur S est : $R = m \cdot g (3 \cos \theta - 2)$.

3-4- Sachant que le corps quitte le rail au point M_0 repéré par l'angle θ_0 . Déterminer la valeur de θ_0 .

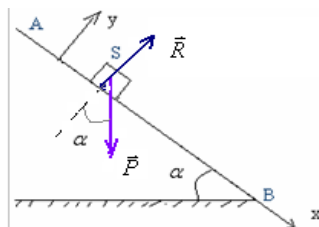
.....réponses.....

1)1-1- Sur la portion AB le système étudié {le corps S} est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids.

\vec{R} : la réaction du plan perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottements.

• Représentation des forces:



• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$

• On choisi un repère (O,x,y) son origine est confondu avec le point de départ A du mobile considéré Galiléen.

• En projetant la relation (1) sur l'axe(O,x) on a:

$P_x + R_x = m.a_x \Rightarrow +P.\sin \alpha + 0 = m.a_x$ d'où $a_x = g.\sin \alpha = 10.\sin 30 = 5m/s^2$ Le mouvement est rectiligne uniformément varié (accélééré).

1-2-Le mouvement étant rectiligne uniformément varié selon l'axe (O,x) d'accélération $a_x = 5m/s^2$

donc l'équation horaire du mouvement est $v = a.t + v_o$ et celle de la vitesse est: $x = \frac{1}{2}.a.t^2 + v_o.t + x_o$

Or l'origine est confondu avec le point de départ A du mobile $x_o=0$ et la vitesse initiale est nulle $v_o=0$ donc on a:

$$\begin{cases} x = 2,5.t^2 \\ v = 5.t \end{cases} \text{ et lorsque le mobile arrive au point B } \begin{cases} x_B = 2,5.t_B^2 \\ v_B = 5.t_B \end{cases} \text{ avec } x_B=AB \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{\frac{AB}{2,5}} \\ v_B = 5.\sqrt{\frac{0,9}{2,5}} = 3m/s \end{cases}$$

Remarque : on peut répondre à cette question en appliquant le théorème d'énergie cinétique entre A et B.

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = \Sigma W_{\vec{F}}_{A \rightarrow B} \Rightarrow E_{c_B} - E_{c_A} = W_{\vec{P}}_{A \rightarrow B} + W_{\vec{R}}_{A \rightarrow B} \Rightarrow \frac{1}{2}.m.v_B^2 - \frac{1}{2}.m.v_A^2 = m.g.AB.\sin \alpha + 0 \text{ donc:}$$

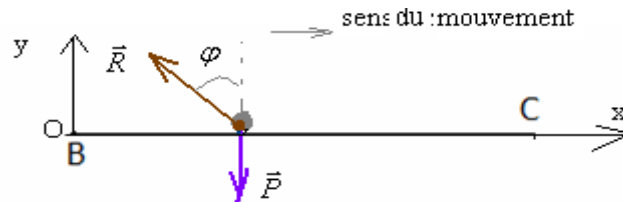
$$v_B^2 = v_A^2 + 2.g.AB.\sin \alpha \text{ avec } v_A=0 \text{ : d'où : } v_B = \sqrt{2.g.AB.\sin \alpha} = \sqrt{2 \times 10 \times 0,9 \times 0,5} = 3m/s$$

2)2-1- le système étudié {le corps S} sur le trajet BC, il est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids.

\vec{R} : la réaction du plan incliné dans le sens contraire du mouvement faisant angle frottements φ avec la verticale

• Représentation des forces:



• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m.\vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

• En projetant la relation (1) sur l'axe(O,x) on a:

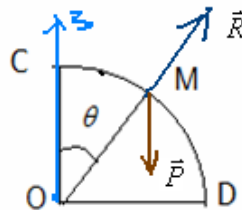
$$P_x + R_x = m.a_x \Rightarrow 0 - f = m.a_x \text{ d'où: } a_x = \frac{-f}{m} = \frac{-0,225}{0,1} = -2,25m/s^2$$

Nature du mouvement: Le mouvement est rectiligne uniformément varié : retardée.

3).3-1- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre C et M, le corps étant soumis à l'action de deux forces :

\vec{P} : son poids.

\vec{R} : la réaction du plan perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottements. .

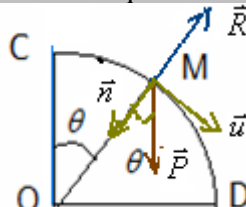


$$\Delta E_{c_{C \rightarrow M}} = \Sigma W_{\vec{F}}_{C \rightarrow M} \Rightarrow E_{c_M} - E_{c_C} = W_{\vec{P}}_{C \rightarrow M} + W_{\vec{R}}_{C \rightarrow M} \text{ avec : } W_{\vec{R}}_{C \rightarrow M} = 0.\text{et}.v_C = 0 \Rightarrow E_{c_M} = W_{\vec{P}}_{C \rightarrow M}$$

$$\frac{1}{2}.m.v_M^2 = m.g.(z_M - z_C) \quad z_M = r \cos \theta \text{ avec : } z_C=r \text{ et : } \frac{1}{2}.m.v_M^2 = m.g.r(1 - \cos \theta) \text{ donc on a:}$$

$$\Rightarrow .v_M = \sqrt{2.g.r(1 - \cos \theta)} \quad \text{d'où: } v_M = \sqrt{2.g.r(1 - \cos \theta)}$$

3-2- Représentons au point M le repère de Frenet et les forces qui s'exercent sur le corps .



3-3-En appliquant la deuxième loi de Newton sur le corps S au point M

- le système étudié {le corps S} au point M, il est soumis à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids.

\vec{R} : la réaction du plan perpendiculaire au plan car le contact se fait sans frottements.

• En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G \Rightarrow (1) \vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$

• En projetant la normale (M, \vec{n}) dans le repère de Frenet : $+ P \cdot \cos \theta - R = m \cdot a_n$ et au point M on a : $a_n = \frac{v_M^2}{r}$

donc : $m \cdot g \cdot \cos \theta - R = m \cdot \frac{v_M^2}{r} \Rightarrow R = m \cdot g \cdot \cos \theta - m \cdot \frac{v_M^2}{r}$ et d'après la question 3-1 on a : $v_M^2 = 2 \cdot g \cdot r (1 - \cos \theta)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R &= m \cdot g \cdot \cos \theta - m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot r (1 - \cos \theta)}{r} = m \cdot g \cos \theta - 2 \cdot m \cdot g (1 - \cos \theta) = m \cdot g \cos \theta - 2 \cdot m \cdot g + 2 \cdot m \cdot g \cos \theta = \\ &= 3 \cdot m \cdot g \cos \theta - 2 \cdot m \cdot g = m \cdot g (3 \cos \theta - 2.) \end{aligned}$$

donc : $R = m \cdot g (3 \cos \theta - 2.)$

3-4- Lorsque le corps quitte le rail , la réaction du plan est nulle $\Rightarrow m \cdot g (3 \cos \theta - 2.) = 0 \Rightarrow R = 0$

$$3 \cos \theta - 2 = 0 \quad \text{donc : } \cos \theta = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{2}{3} \right) = 48^\circ$$

SBIRO Abdelkrim

lundi 18 février 2019

Chute verticale d'un corps solide



I. CHUTE VERTICALE AVEC FROTTEMENT

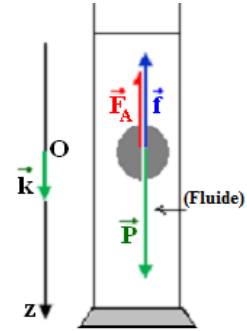
1. Rappel

Le mobile est soumis à trois forces

- Poids : $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot g \cdot \vec{k}$
- Poussée d'Archimède : $\vec{F}_A = -m_f \cdot g \cdot \vec{k}$ avec m_f : masse du fluide déplacé
- Forces de frottements fluide : $\vec{f} = -k \cdot v_G^n \cdot \vec{k}$ avec k est une constante

Caractéristiques des forces :

	Direction :	Sens :	Intensité :	Composante sur Oz
\vec{P}	La verticale (parallèle à l'axe Oz)	Vers le bas	$P = m \cdot g$	$P_z = m \cdot g$
\vec{F}_A		Vers le haut	$F_A = m_f \cdot g$	$F_{Az} = -m_f \cdot g$
\vec{f}		Vers le haut	$f = k \cdot V^n$	$f_z = -k \cdot V^n$



2. Equation différentielle vérifiée par la vitesse:

On applique alors la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

En projetant la relation vectorielle sur l'axe vertical, Oz dirigé vers le bas :

$$P_z + F_{Az} + f_z = m \cdot a_z \quad \text{et} \quad P - F_A - f = m \cdot a_z \quad \text{d'où} \quad m \cdot g - m_f \cdot g - k \cdot v^n = m \cdot a_z$$

$$\text{On obtient alors l'expression : } m \cdot g - m_f \cdot g - k \cdot v^n = m \frac{dv}{dt}$$

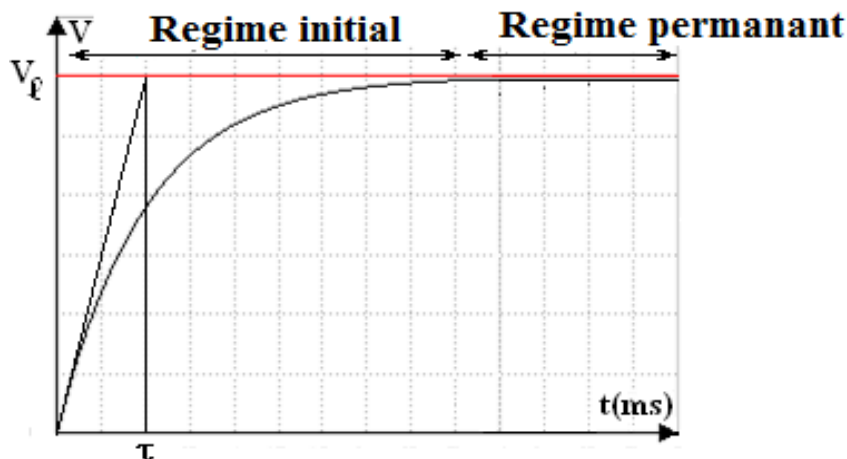
$$g \cdot (m - m_f) - k \cdot v^n = m \frac{dv}{dt} \quad \text{et par suite} \quad \frac{dv}{dt} = g \cdot \frac{m - m_f}{m} - \frac{k}{m} \cdot v^n : \text{Equation différentielle}$$

L'équation différentielle s'écrit sous la forme $\frac{dv}{dt} = B - A \cdot v^n$ avec $A = g \cdot \frac{m - m_f}{m} = g \cdot (1 - \frac{m_f}{m})$ et $B = \frac{k}{m}$

Remarque :

On considère une sphère de masse volumique ρ , de volume V ($m = \rho \cdot V$) en mouvement dans un fluide de masse volumique ρ_0 ($m_f = \rho_0 \cdot V$)

$$A = g \cdot \frac{m - m_f}{m} = g \cdot \left(1 - \frac{m_f}{m}\right) = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)$$



Au cours d'une chute verticale avec frottement, le mouvement du centre d'inertie G du solide peut se décomposer en deux phases :

- Le régime initial ou transitoire, pendant lequel :
 - La vitesse v_G augmente.
 - La valeur f de la force de frottement fluide augmente
 - L'accélération a_G diminue.
- Le régime asymptotique ou permanent, pendant lequel
 - La vitesse v_G est égale à une vitesse constante v_f .
 - La valeur f de la force de frottement fluide est constante
 - L'accélération a_G est nulle.

$$\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v_G^n$$

Le régime initial

$$v_G = 0 \text{ et } \frac{dv}{dt} = A - B \cdot v_G^n = A$$

Le régime permanent

La vitesse $v_G = v_\ell = C^{te}$.

$$\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v_\ell^n = 0$$

$$\text{d'où } A = B \cdot v_\ell^n$$

$$\text{et } v_\ell^n = \frac{A}{B} \text{ et } v_\ell = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$$

Graphiquement

A $t = \tau$, La tangente à la courbe $v(t)$ à $t=0$ et l'asymptote $v = v_\ell$ se croisent donc $V_\ell = a_0 \cdot \tau$

a_0 : le coefficient directeur de la tangente à la courbe $v(t)$ à l'instant $t=0$ alors $a_0 = A$

3. La solution de l'équation différentielle par la méthode D'EULER

La méthode d'Euler est une méthode numérique **itérative** qui permet d'évaluer, à intervalles de temps réguliers, différentes valeurs approchées à partir des conditions initiales.

Il faut pour cela connaître :

- L'équation différentielle du mouvement $\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^n$.
- Les conditions initiales v_0 .
- Le pas de résolution Δt ; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.

On peut déterminer les grandeurs cinétiques (vitesses et accélérations) par :

- ✓ L'équation différentielle à l'instant t_i : $a_i = \frac{dv}{dt} = A - B \cdot v_i^n$ (pour le même point : connaître la vitesse d'un point c'est déterminer son accélération et réciproquement).
- ✓ L'expression de la vitesse : $V_{i+1} = V_i + a_i \Delta t$ (d'un point M_i vers un autre M_{i+1} : Connaître la vitesse et l'accélération d'un point M_i on peut déterminer la vitesse du point suivant M_{i+1}).

$t_0 = 0$	$V_0 = 0$	—————→	$a_0 = A - B \cdot (V_0)^n = A$
$t_1 = t_0 + \Delta t$	$V_1 = V_0 + a_0 \Delta t$	↙—————→	$a_1 = A - B \cdot (V_1)^n$
$t_2 = t_1 + \Delta t$	$V_2 = V_1 + a_1 \Delta t$	↘—————→	$a_2 = A - B \cdot (V_2)^n$

II. La chute libre d'un corps solide

- Le projectile est soumis à l'unique action de son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
- Les deux vecteurs \vec{P} et \vec{g} ont le même sens et la même direction (les deux vecteurs sont colinéaires)
- La 2^{ème} loi de Newton $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ d'où $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$ donc $\vec{a}_G = \vec{g}$
- Les deux vecteurs \vec{a}_G et \vec{g} ont les mêmes caractéristiques

1. Caractéristique du vecteur accélération \vec{a}_G

Origine : Le point G

Direction : - La droite verticale

- La même direction que \vec{g} (même direction que le poids \vec{P})

Sens : - Vers le bas

- Le même sens que \vec{g} (même sens que le poids \vec{P})

Intensité : $a_G = g$

2. Coordonnées de \vec{a}_G vecteur accélération :

$$a_y = -g = C^{te}$$

A l'instant $t = 0$

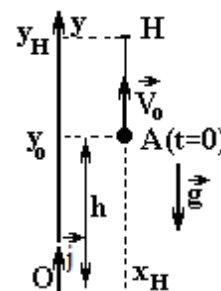
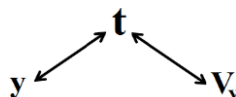
$$y_0 = h \text{ et } V_{0y} = V_0$$

3. Nature du mouvement sur l'axe Oy

$a_y = -g = C^{te}$: Le mouvement est rectiligne uniformément varié sur l'axe Oy

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + V_0 \cdot t + y_0$$

$$V_y = -g \cdot t + V_0$$



4. La flèche :

La flèche est l'altitude H la plus élevée atteinte par le projectile

- Au point H la composante de la vitesse est nulle $V_{Hy}=0$

$Vy = -g \cdot t_H + V_0 = 0$ d'où $t_H = \frac{V_0}{g}$: l'instant d'arrivée au point H et on remplace dans $y(t)$

$$y_H = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{V_0}{g}\right)^2 + V_0 \cdot \frac{V_0}{g} + y_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0^2}{g} + y_0$$

y_H : Ordonnée du point H d'où $AH = y_H - y_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0^2}{g}$

**** Exploiter les équations horaires avec une ou plusieurs informations**

Au point A

- $y(A)=h$
- L'instant de passage par le point A est $t_A = 2 \cdot t_H = \frac{2 \cdot V_0}{g}$
- La vitesse de passage par le point A est V_0

Au point O • $y(O) = 0$

EXERCICE 1

Pour ne pas détruire les matières alimentaires quand elles arrivent au sol, la caisse est attachée à un parachute afin de ralentir sa chute. L'hélicoptère reste immobile à la même hauteur H qu'auparavant au point O . La caisse tombe avec son parachute verticalement sans vitesse initiale à l'instant $t_0=0$.

Les forces de frottements avec l'air sont données par la relation $\vec{f} = -100 \cdot \vec{v}$, avec \vec{v} le vecteur vitesse de la caisse à l'instant t .

On néglige la poussée d'Archimède pendant la chute.

On donne la masse du système {La caisse et le parachute} : $m=150$ kg

2.1. Trouver l'équation différentielle dans le repère $R(O, \vec{i})$ que vérifie la vitesse de G_1 le centre d'inertie du système.

2.2. La courbe de la *figure 2* représente la variation de la vitesse de G_1 en fonction du temps; préciser la vitesse limite V_{lim} et le temps caractéristique τ de la chute.

2.3. Donner une valeur approximative de la durée du régime transitoire.

2.4. En se basant sur la méthode d'Olère et le tableau suivant, préciser la valeur de la vitesse v_4 et celle de l'accélération a_4 .

$t_i(s)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$v_i(m.s^{-1})$	0	1,00	1,93	2,80	v_4	4,37	5,08
$a_i(m.s^{-2})$	10,00	9,33	8,71	8,12	a_4	7,07	6,60

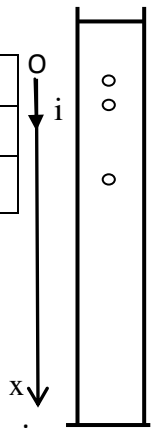
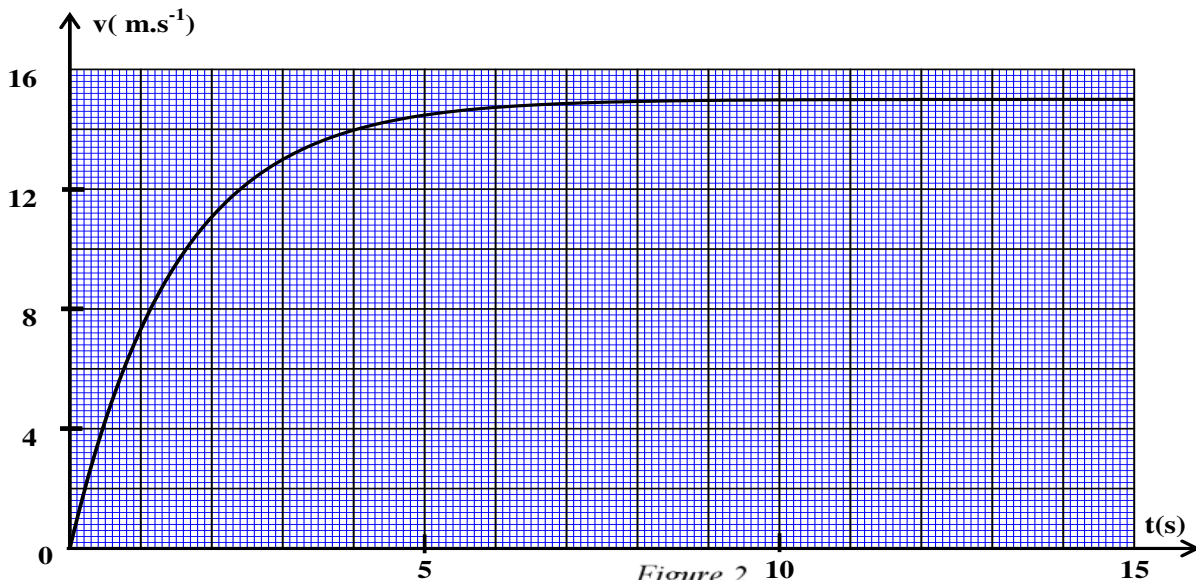


Figure 2 10

EXERCICE 2

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de chute verticale d'une bille métallique dans l'air et dans un liquide visqueux.

Donnée :

- La masse volumique de la bille : $\rho_1 = 2,70 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- La masse volumique du liquide visqueux : $\rho_2 = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Le volume de la bille : $V = 4,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,80 \text{ m.s}^{-2}$

A l'instant $t=0$ on libère la bille d'un point O confondu avec son centre d'inertie G .

Le point O se trouve à une hauteur H de la surface libre du liquide visqueux qui se trouve dans un tube transparent vertical (figure 1).

La courbe de la figure (2) représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille au cours de sa chute dans l'air et dans le liquide visqueux.

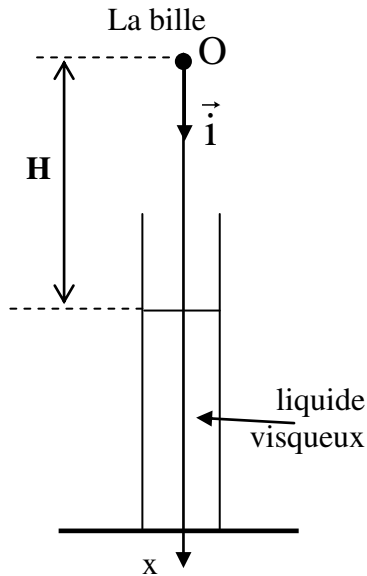


Figure 1

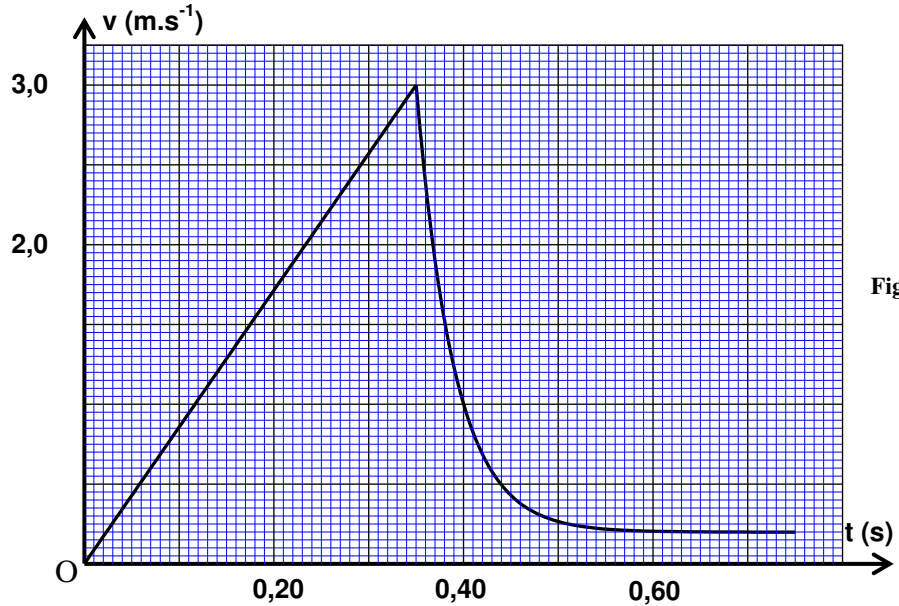


Figure 2

1- Etude du mouvement de la bille dans l'air.

On modélise l'action de l'air sur la bille au cours de sa chute par une force verticale \vec{R} d'intensité R constante .

On néglige le rayon de la bille devant la hauteur H .

Le centre d'inertie de la bille atteint la surface libre du liquide visqueux à un instant t_1 avec une vitesse v_1 .

1.1- En appliquant la deuxième loi de Newton , exprimer R en fonction de V , ρ_1 , g , v_1 et t_1 .

1.2- En exploitant la courbe $v=f(t)$, calculer la valeur de R .

2- Etude du mouvement de la bille dans le liquide visqueux .

La bille est soumise pendant sa chute dans le liquide visqueux , en plus de son poids aux forces :

- Poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_2 \cdot V \cdot g \cdot \vec{i}$
- Force de frottement visqueux : $\vec{f} = -k \cdot v \cdot \vec{i}$ avec k constante positive .

On modélise l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie de la bille, dans le système international des

unités, par l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26 \cdot v$ (1)

2.1- Trouver l'équation différentielle littérale vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille en fonction des données du texte.

2.2- En utilisant cette équation différentielle littérale et le graphe de la figure 2 ,vérifier que l'équation différentielle (1) est correcte.

2.3- En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante k.

Calculer la valeur de k

2.4- sachant que la vitesse du centre d'inertie de la bille dans le liquide visqueux à un instant t_i est $v_i = 2,38 \text{ m.s}^{-1}$; établir à l'aide de la méthode d'Euler que l'expression de la vitesse de G à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ est : $v_{i+1} = (1 - 26\Delta t) \cdot v_i + 5,20\Delta t$ avec Δt le pas du calcul .

Calculer v_{i+1} dans le cas où $\Delta t = 5,00 \text{ ms}$.

EXERCICE 3

Ahmed et Myriam ont décidé de vérifier expérimentalement la déduction de Newton, pour cela ils ont utilisé deux billes en verre (a) et (b) ayant le même volume V et la même masse m .

Ils abandonnent les deux billes au même instant $t = 0$ et sans vitesse initiale d'une même hauteur h du sol (fig 1).

- Ahmed a lâché la bille (a) dans l'air ;
- Myriam a lâché la bille (b) dans un tube transparent contenant de l'eau de hauteur h (fig 1).

A l'aide d'un dispositif convenable Ahmed et Myriam ont obtenu les résultats suivants :

- La bille (a) atteint le sol à l'instant $t_a = 0,41s$;
- La bille (b) atteint le sol à l'instant $t_b = 1,1s$.

Données : accélération de la pesanteur $g = 9,80m.s^{-2}$;

$$m = 6,0.10^{-3}kg \quad ; \quad V = 2,57.10^{-6}m^3 ;$$

la masse volumique de l'eau $\rho = 1000kg.m^{-3}$.

On suppose que la bille (a) n'est soumise au cours de sa chute dans l'air qu'à son poids.

La bille (b) est soumise au cours de sa chute dans l'eau à :

- Son poids d'intensité $P = mg$;
- La poussée d'Archimède d'intensité $F_A = \rho.g.V$;
- La force de frottement fluide d'intensité $f = K.v^2$ avec K une constante positive et v vitesse du centre d'inertie de la bille .

1- Étude du mouvement de la bille (a) dans l'air

1.1- Établir l'équation différentielle qui vitrifie la vitesse du centre d'inertie de la bille (a) au cours de la chute.

1.2- Calculer la valeur de la hauteur h .

2- Étude du mouvement de la bille (b) dans l'eau

Myriam a enregistré à l'aide d'un dispositif convenable L'évolution de la vitesse de la bille (b) au cours du temps ; Elle a obtenu le graphe représenté dans la figure 2.

2.1-Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du centre d'inertie de la bille (b) au cours de sa chute dans l'eau en fonction des données du texte.

2.2- A l'aide du graphe de la figure 2,déterminer la valeur de la constant K .

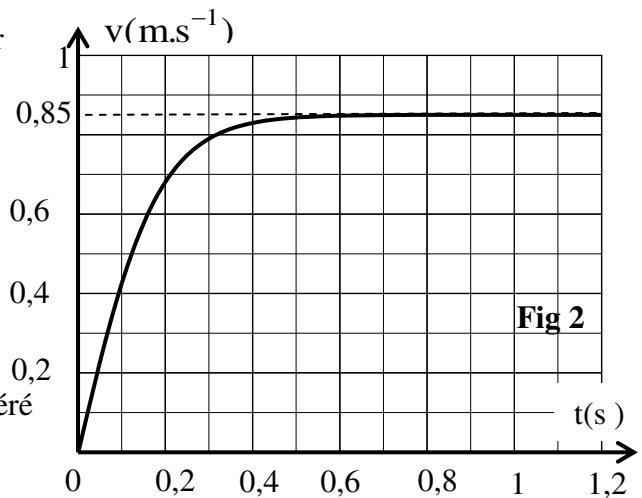
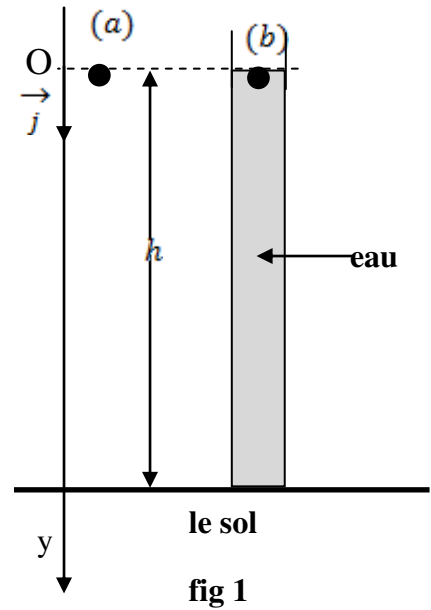
2.3- Trouver l'expression de l'accélération a_0 du centre d'inertie de la bille (b) à l'instant $t = 0$ en fonction de g , V , ρ et m . Déterminer le temps caractéristique du mouvement de la bille (b) .

3- la différence entre les durées de chute

Ahmed et Myriam ont répété leur expérience dans les Conditions précédentes mais cette fois la hauteur D'eau dans le tube est $H = 2h$.Ahmed et Myriam ont libéré des deux billes (a) et (b) sans vitesse initiale au même instant $t = 0$ du même hauteur $H = 2h$.

a- Exprimer Δt qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au sol en fonction de t_a , t_b , g , h et v_ℓ .

b- Calculer la valeur de Δt

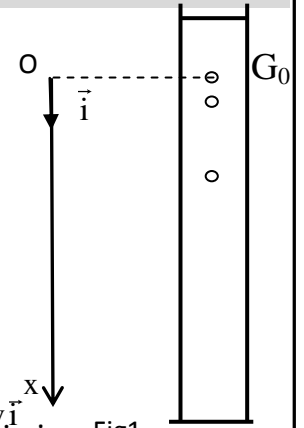


EXERCICE 4

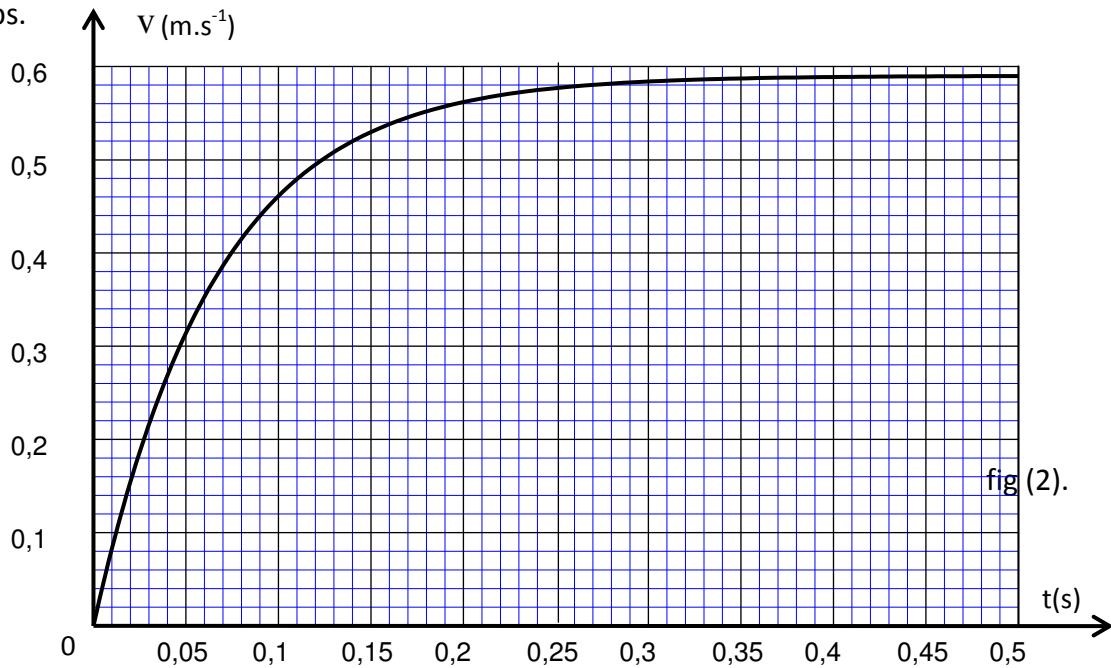
On étudie le mouvement d'une bille en acier dans un fluide visqueux contenu dans une éprouvette graduée (fig1).

La figure (1) donne une idée sur le montage utilisé sans tenir compte de l'échelle.

On libère la bille sans vitesse initiale à un instant $t = 0$ et au même instant commence la saisie des images par un webcam reliée à un ordinateur. La position instantanée du centre d'inertie G est repérée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas et de vecteur unitaire \vec{i} ; fig (1). A $t=0$, le centre d'inertie G est au point G_0 d'abscisse $x=0$.



On représente à chaque instant le vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille par $\vec{v} = v \cdot \vec{i}$. L'analyse de la vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel approprié permet de calculer à chaque instant t la vitesse v du centre d'inertie de la bille. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de v au cours du temps.



On représente par V et m respectivement le volume et la masse de la bille et par ρ_a et ρ_s respectivement la masse volumique de la bille et celle de du liquide visqueux et par g l'intensité de pesanteur. Au cours de sa chute, la bille est soumise à :

- La force de frottement fluide : $f = -h \cdot v \cdot \vec{i}$; h est le coefficient de frottement visqueux.
- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_s \cdot V \cdot \vec{g}$; -Son poids : $m\vec{g} = -\rho_a \cdot V \cdot \vec{g}$.

- 1- Al 'aide de la courbe de la figure (2), montrer l'existence d'une vitesse limite et déterminer sa valeur expérimentale .
- 2- Représenter, sur un schéma sans échelle, les vecteurs forces appliqués sur la bille en mouvement dans le fluide.
- 3- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$ et montrer qu'elle, s'écrit sous la forme

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m} \cdot v + \alpha \cdot g \quad \text{en précisant l'expression de } \alpha \text{ .}$$

- 4- Vérifier que la fonction $v(t) = \alpha \cdot g \cdot \frac{m}{h} \left[1 - e^{-\frac{h}{m} t} \right]$ est solution de cette équation différentielle.

- 5- Montrer, à partir de l'équation différentielle ou à partir de sa solution l'existence d'un e vitesse limite et calculer sa valeur et la comparer avec la valeur trouvée expérimentalement .

On donne : $m = 5,0 \text{ g}$; $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$; $h = 7,60 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$; $\alpha = 0,92$.

- 6-Déterminer à l'aide de l'analyse dimensionnelle l'unité de $\frac{m}{h}$ et déterminer sa valeur à partir de l'enregistrement.

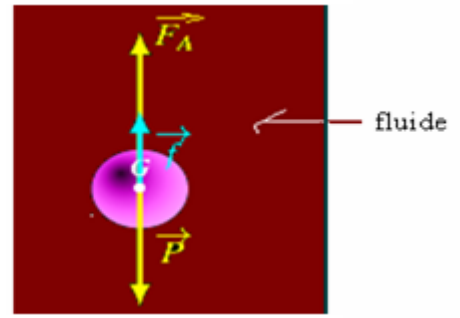
La chute verticale d'un solide (pour s. math et sc physique)

I- Les forces qui s'appliquent sur un corps dans un fluide :

1) Les forces exercées par un fluide:

Tous corps immergé dans un fluide est soumis à trois forces:

- \vec{P} : La force de pesanteur (poids du corps).
- \vec{F}_A : La poussée d'Archimède.
- \vec{f} : La force de frottement fluide exercée par le fluide.



2) La force de pesanteur:

Dans le champ de pesanteur, au voisinage de la terre, les corps son soumis à une force de pesanteur exercée par la terre qui s'appelle : poids du corps.

Relation entre poids et masse d'un corps : $P = m.g$ la force: $\vec{P} = m.\vec{g}$ s'applique au centre d'inertie du corps.

g : Intensité du champ de pesanteur (en N/kg) ou (m/s^2).

3) La poussée d'Archimède:

Tout corps immergé totalement ou partiellement dans un fluide est soumis à une force exercée par ce fluide qui s'appelle la poussée d'Archimède ,sa direction est toujours verticale orientée vers le haut d'intensité égale au poids du liquide déplacé : $F_A = m_f.g$ avec : $m_f = \rho_f.V$

Expression de la poussée d'Archimède : $\vec{F}_A = -\rho_f.V.\vec{g}$ elle s'applique au centre d'inertie du corps.

ρ_f : la masse volumique du fluide en(kg/m^3)

V : volume du liquide déplacé en (m^3)

g : intensité de pesanteur en (N/kg) ou (m/s^2)

4) La force de frottement fluide:

Les forces de frottements exercées par un fluide sur un corps immergé dedans sont équivalente à une force unique \vec{f} appelée force de frottement fluide $\vec{f} = -k.v^n$ de direction opposée à la vitesse et d'intensité: $f = k.v^n$.

-Si la vitesse est faible on prend $n=1$ et la force de frottement devient : $f = k.v$

-Si la vitesse est grande on prend $n=2$ et la force de frottement devient : $f = k.v^2$

II- La chute verticale d'un corps dans un fluide par frottement :

1) Equation différentielle vérifiée par la vitesse:

Considérons une boule de masse m complètement immergée dans un fluide.

■ Le système étudié: {la boule}

■ Bilan des forces: la boule est soumise à l'action des forces suivantes:

\vec{P} : son poids: $\vec{P} = m.g.\vec{k}$ d'intensité: $P = m.g$

\vec{F}_A : La poussée d'Archimède: $\vec{F}_A = -\rho_f.V.g.\vec{k}$ d'intensité: $F_A = \rho_f.V.g$

\vec{f} : La force de frottement : $\vec{f} = -k.v^n.\vec{k}$ d'intensité : $f = k.v^n$

■ Choix du repère: On considère le repère (O, z) orienté vers le bas.

■ Application de la deuxième loi de Newton:

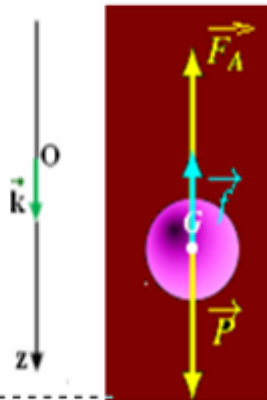
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m\vec{a}_G \quad (1)$$

■ En projetant la relation (1) sur l'axe oz: $P - F_A - f = m.a_z$ d'où: $m.g - m_f.g - k.v^n = m.\frac{dv}{dt}$ avec: $m_f = \rho_f.V$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{m_f}{m}\right) - \frac{k}{m}.v^n \quad \text{Equation différentielle qui est de la forme: } \frac{dv}{dt} = A - B.v^n$$

avec :

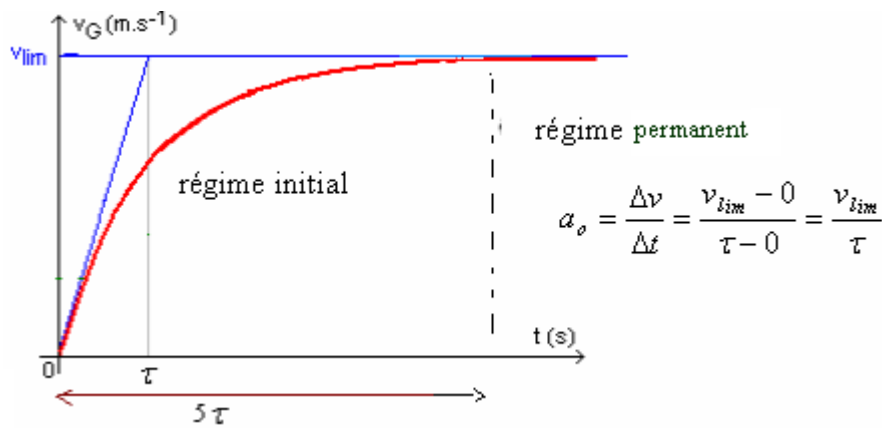
$$A = g\left(1 - \frac{m_f}{m}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{k}{m}$$



2) Les grandeurs caractérisant le mouvement:

- Le régime permanent:

L'étude expérimentale permet de tracer la courbe de variation de la vitesse de la bille en fonction du temps:



La courbe présente deux régimes:

- Un régime initial durant lequel:
 - La vitesse de la bille augmente.
 - La valeur f de la force de frottement du fluide augmente.
 - L'accélération de la bille diminue.
- Un régime permanent durant lequel:
 - La vitesse de la bille devient constante et prend une valeur limite v_ℓ
 - La valeur f de la force de frottement fluide est constante.
 - L'accélération de la bille est nulle.

Or à chaque instant durant le mouvement: $a = \frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{m_f}{m}\right) - \frac{k}{m} \cdot v^n$

donc l'accélération initiale du mouvement de la bille à $t=0$: $a_o = g\left(1 - \frac{m_f}{m}\right)$. car : $v_o=0$

-Accélération du mouvement de la bille pendant le régime transitoire :

Au début du mouvement, la vitesse (de chute de la bille) augmente et son mouvement devient **accélééré**, son accélération : donc son accélération diminue au fur et à mesure que sa vitesse augmente.

-La vitesse limite de la bille: on a : $a = \frac{dv}{dt} = g\left(1 - \frac{m_f}{m}\right) - \frac{k}{m} \cdot v^n = A - B \cdot v^n$

Lorsque le régime permanent est établi la vitesse de la bille devient constante, donc: $\frac{dv}{dt} = 0$

$A - B \cdot v_\ell^n = 0$, L'expression de la vitesse limite: $v_\ell = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{n}} \Rightarrow v_\ell = \left[\frac{g}{k}(m - m_f)\right]^{\frac{1}{n}} = \left[\frac{g}{k}(\rho - \rho_f) \cdot V\right]^{\frac{1}{n}}$
 ρ : masse volumique du corps en (kg/m³)
 ρ_f : masse volumique du fluide en (kg/m³)

Remarque: Graphiquement la valeur de l'accélération initiale est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe $v=f(t)$ à $t=0$.

-Le temps caractéristique du mouvement:

Graphiquement l'asymptote à la courbe et la tangente à $t=0$ se coupent à $t = \tau$ temps caractéristique du mouvement qui est donné par la relation: $v_{lim} = a_o \tau$

Remarque : Si on connaît le temps caractéristique du mouvement on peut évaluer la durée du mouvement initial . car il est égal à environ 5τ .

3) Solution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler:

La méthode d'Euler est une méthode itérative (c'est à dire qu'elle nécessite la répétition d'un même calcul), elle permet de savoir la vitesse de la bille à instant donné.

Cette méthode comporte deux étapes de calcul.

La 1^{ère} étape:

Si on connaît la vitesse initiale v_o , on détermine la valeur de l'accélération initiale a_o à partir de la relation : $a_o = A - B \cdot v_o^n$

La 2^{ème} étape:

Si on connaît le pas de calcul: $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, on détermine la vitesse v_{i+1} à l'instant t_{i+1} par la relation suivante:

$$v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$$

Donc les deux relations intéressantes dans la méthode d'Euler sont :

$$a_i = A - B \cdot v_i^n \quad \text{et :} \quad v_{i+1} = v_i + a_i \Delta t$$

Initialement on connaît la valeur de la vitesse initiale v_o :

On détermine alors : $a_o = A - B.v_o^n$

puis on en déduit : $v_1 = v_o + a_o \Delta t$

Et on détermine : $a_1 = A - B.v_1^n$

puis on en déduit : $v_2 = v_1 + a_1 \Delta t$

Et on détermine $a_2 = A - B.v_2^n$

puis on en déduit : $v_3 = v_2 + a_2 \Delta t$

Et on détermine $a_3 = A - B.v_3^n$

puis on en déduit : $v_4 = v_3 + a_3 \Delta t$

.....et ainsi de suite.....

Remarque :

Le choix du pas du calcul a une grande importance dans la méthode d'Euler, car plus sa valeur est petite plus les résultats théoriques sont proches des résultats expérimentaux .

On prend généralement pour pas de calcul : $\Delta t = \frac{\tau}{10}$ pour ne pas dépasser la vitesse limite de la bille.

II- La chute libre d'un corps dans un fluide par frottement :

1) Définition de la chute libre:

Un corps est en chute libre s'il n'est soumis qu'à l'action de son poids.

Lorsque la trajectoire du corps en chute libre est rectiligne on dit que le corps est en chute libre verticale.

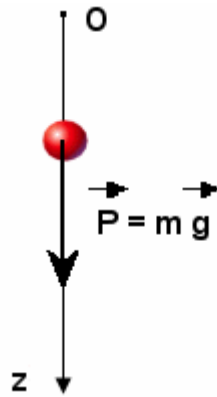
Remarque: Pratiquement on peut négliger l'action de l'air sur les corps solides denses et ayant une forme aérodynamique

2) Etude de la chute libre d'un corps: Considérons une boule d'acier en chute libre verticale.

- Système étudié { la boule }

- Bilan des forces : La boule en chute est soumise uniquement à l'action de son poids \vec{P}

- Représentation des forces:



- Application de la 2ème loi de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \quad (1)$$

- Choix du référentiel: on considère un repère (O,z) orienté dans le sens du mouvement (voir figure précédente).

- En projetant la relation (1) sur (o,z) on a;

$$P = m \cdot a_z \Rightarrow m \cdot g = m \cdot a_z \quad \text{d'où: } a_z = g$$

Donc le mouvement de chute libre de la bille est rectiligne uniformément varié :

Son accélération: $a_G = g$

L'équation de la vitesse: $v_G = gt + v_o$

L'équation horaire du mouvement: $z_G = \frac{1}{2}gt^2 + v_o \cdot t + z_o$

pour $v_o=0$ et $z_o=0$ on a : $z = \frac{1}{2}gt^2$

.....

SBIRO Abdelkrim

lundi 25 février 2019

Mouvements plans



I. Mouvement d'un projectile dans le champs de pesanteur uniforme

1. Equations différentielles du mouvement :

Une bille est lancée avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle α avec le plan horizontal. Étudions le mouvement de son centre d'inertie dans le référentiel terrestre. Choisissons un repère $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié à ce référentiel.

Les conditions initiales :

Dans ce repère et la date $t=0$, nous avons :

$$\vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} \dot{x}_0 = v_0 \cos(\alpha) \\ \dot{y}_0 = v_0 \sin(\alpha) \\ \dot{z}_0 = 0 \end{cases}$$

À la date t quelconque, G a pour coordonnées (x, y, z) , sa vitesse $\vec{v}_G(x, \dot{y}, \dot{z})$. On applique la deuxième loi de Newton :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$

On néglige la résistance de l'air, bilan des forces exercées sur la bille au cours de son mouvement est une seule force le poids de la bille :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \quad m \vec{a}_G = m \cdot \vec{g} \quad \boxed{\vec{a}_G = \vec{g}} \quad (1)$$

où \vec{a}_G est le vecteur accélération du centre d'inertie G .

C'est le même résultat de l'étude d'un mouvement de chute libre vertical, se généralise de la façon suivante :

Lors de la chute libre d'un mobile, le vecteur accélération \vec{a}_G de son centre d'inertie est égal au vecteur champ de pesanteur \vec{g} .

On projette la relation vectorielle (1) dans le repère \mathcal{R} :

$$\vec{g} \begin{cases} 0 \\ -g \\ 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{a}_G \begin{cases} a_x = \ddot{x} = 0 \\ a_y = \ddot{y} = -g \\ a_z = \ddot{z} = 0 \end{cases}$$

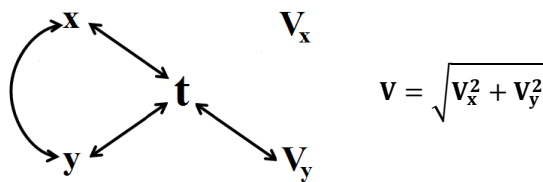
Les trois équations représentent les équations différentielles du mouvement du projectile dans le repère \mathcal{R} .

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g \\ \frac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

2. Equations horaires

* Les coordonnées du vecteur vitesse : Les coordonnées vecteur vitesse \vec{v}_G sont les primitives des coordonnées du \vec{a}_G . compte tenu des conditions initiales, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \dot{x}_0 = v_0 \cos(\alpha) \\ \frac{dy}{dt} = \dot{y}_0 = -gt + v_0 \sin(\alpha) \\ \frac{dz}{dt} = \dot{z}_0 = 0 \end{cases}$$



Les coordonnées vecteur position \vec{OG} sont les primitives des coordonnées du \vec{v}_G . compte tenu des conditions initiales, nous obtenons :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t + x_0 = v_0 \cos(\alpha) \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t + y_0 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t \\ z(t) = z_0 = 0 \end{cases}$$

Nous déduisons de ces équations horaires trois résultats importants :

- ☞ $z = 0$, la trajectoire du centre d'inertie est dans le plan vertical (Ox, Oy) contenant \vec{v}_0
- ☞ $x(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t$; le mouvement de la projection de G sur Ox est uniforme
- ☞ $y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t$; le mouvement de la projection de G sur l'axe Oy est uniformément accéléré.

3. Equations de la trajectoire :

Établir l'équation de la trajectoire dans le plan (xOy) consiste à exprimer y en fonction de x $y = f(x)$.

Il faut donc éliminer le paramètre temps t des équations horaires x(t) et y(t) :

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \quad y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{v_0 \sin(\alpha)}{v_0 \cos(\alpha)} \cdot x \quad \boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan(\alpha)}$$

Cette équation est de la forme $y = A \cdot x^2 + B \cdot x$ est celle d'une parabole .

4. La portée :

On appelle portée de tir la distance entre le point de lancement O et le point d'impact P sur le plan horizontal contenant O .

On la calcule , c'est la valeur de x différent de 0 qui annule y , c'est à dire : $OP = x_P = \frac{2v_0^2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$

La portée est maximale si $\alpha = \frac{\pi}{4}$

5. la flèche :

On appelle la flèche l'altitude maximale atteinte par G (position de F) . $\vec{V}_F \left(\begin{matrix} V_{Fx} = V_{0x} \\ V_{Fy} = 0 \end{matrix} \right)$ Ou $\left(\frac{dy}{dx} \right)_F = 0$

Les coordonnées de la flèche (F)

$$\frac{dy}{dt} = -g \cdot t_F + v_0 \sin(\alpha) = 0 \quad t_F = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} \quad \text{d'où } y_F = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \quad x_F = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

I. Mouvement d'une particule chargée dans un champs magnétique uniforme

1. La relation de Lorentz :

a. Relation de Lorentz :

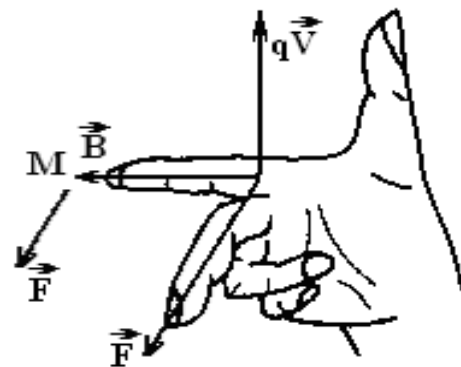
Nous admettons que la force \vec{F} exercée sur un porteur de charge q , animé d'une vitesse \vec{v} et placé dans un champ magnétique \vec{B} est donnée par la relation vectorielle suivante : $\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}}$ Cette relation dite de Lorentz , fait intervenir un produit vectoriel . \vec{F} est appelée **force magnétique de Lorentz** .

b. Caractéristiques de la force magnétique de Lorentz .

Le produit vectoriel de $q \cdot \vec{v}$ et \vec{B} permet de déterminer les caractéristiques de \vec{F} .

- * Point d'application : la particule supposée ponctuelle
- * Direction : La perpendiculaire au plan défini par \vec{v} et \vec{B} i.e \vec{F} est à la fois perpendiculaire à \vec{v} et à \vec{B}
- * Sens : Défini par le trièdre direct $(q \cdot \vec{v}, \vec{B}, \vec{F})$
- * Intensité : $F = |q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\vec{v}, \vec{B})|$

Avec q la charge de la particule en (C) , v la vitesse de la particule (m/s), B l'intensité du champ magnétique (T) et F l'intensité de la force de Lorentz .



NB :

La force magnétique \vec{F} est normale (perpendiculaire) au plan des deux vecteurs \vec{B} et \vec{v} donc :

- \vec{F} est normale au champ magnétique \vec{B}
- \vec{F} est normale au vecteur vitesse \vec{v} donc : $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ La puissance de la force de Lorentz est nulle et par conséquent

$$\mathcal{P} = \frac{dE_c}{dt} = 0, \text{ donc } E_c = Cte$$

2. Etude du mouvement de la particule :

Caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_c :

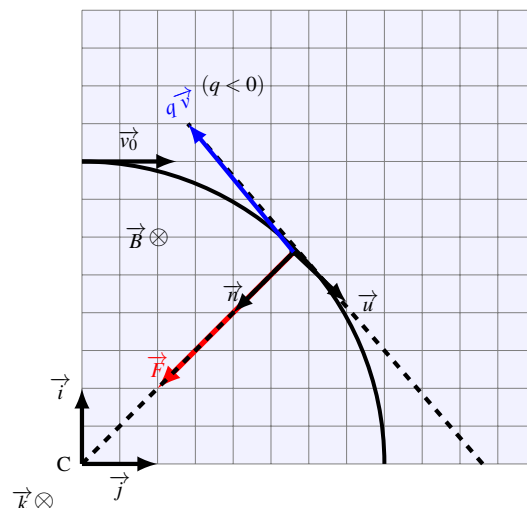
On applique la deuxième loi de Newton : $q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m} (\vec{v} \wedge \vec{B})} \quad (1) \text{ Le vecteur accélération est perpendiculaire à } \vec{v} \text{ et à } \vec{B}.$$

Si on multiplie les deux membres de l'équation vectorielle (1) par le vecteur unitaire \vec{k}

$$\vec{a} \cdot \vec{k} = \frac{q}{m} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{k} = 0 \text{ car } \vec{B} \text{ est perpendiculaire à } \vec{k}.$$

Donc $\vec{a} \cdot \vec{k} = 0 \implies \ddot{z} = 0$ et par intégrations successives et en tenant compte des conditions initiales, on trouve $\dot{z} = 0$ et $z = 0$ le **mouvement de la particule se fait dans le plan (Ox,Oy) orthogonal à \vec{B} . Sa trajectoire est donc plane.**



Mouvement circulaire uniforme :

On applique la 2^{ème} loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F} \begin{cases} F_u = 0 \\ F_n = F \end{cases}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe \vec{u} : $F_u = m \cdot a_u = 0$ et $a_u = 0$ d'où $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$ on en déduit que $V = C^{te}$ et le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe \vec{n} : $F_n = m \cdot a_n = m \cdot |q| \cdot V \cdot B$ donc $a_n = a_G = \frac{|q|}{m} \cdot V \cdot B$

Conclusion : L'accélération de la particule dépend de : • Sa masse et de sa charge • Module du champ magnétique • La vitesse

$$a_n = \frac{|q|}{m} \cdot V \cdot B = \frac{V^2}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot V}{|q| \cdot B} = \frac{2 \cdot Ec}{|q| \cdot V \cdot B} = C^{te}$$

Le mouvement est donc circulaire

$$V = \frac{|q|}{m} \cdot B \cdot r$$

Conclusion :

La vitesse de la particule dépend de sa masse, de sa charge, de sa position dans le champ magnétique et de module du champ magnétique

Le mouvement est donc circulaire uniforme

Toute particule chargée dans un champ magnétique uniforme est animée d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r

La vitesse angulaire ω : $V = r \cdot \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

La période : durée nécessaire pour faire un tours complet $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{V} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot V}{V \cdot |q| \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{|q| \cdot B}$

3. Déviation magnétique :

Le faisceau d'électrons pénètre en O dans une région de largeur l où règne un champ uniforme \vec{B} , est dirigé suivant OO' . Dans le champ magnétique, les particules décrivent un arc de rayon $r = \frac{mv_0}{|q| \cdot B}$ et sortent du champ au point S en décrivant un mouvement rectiligne uniforme selon la tangente en S à la trajectoire circulaire. En arrivant au point P sur l'écran E perpendiculaire à OO' et situé à la distance L du point O. On appelle $D_m = O'P$ la déflexion magnétique.

La déviation angulaire $\alpha = (\widehat{CO}, \widehat{CS})$ est donnée par $\sin \alpha = \frac{l}{r}$ ou

$$\tan \alpha = \frac{O'P}{OI} = \frac{D_m}{L - OI}$$

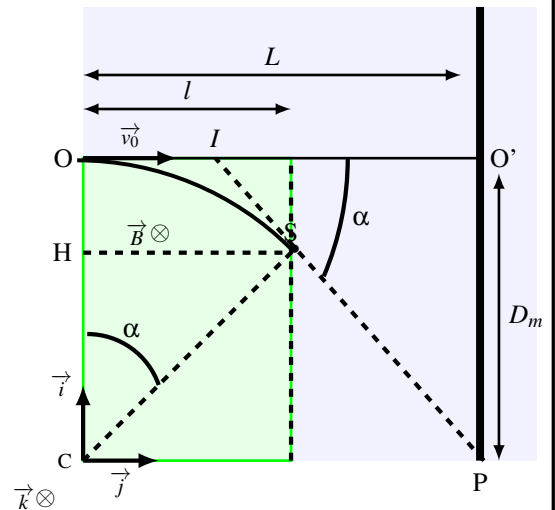
Dans le dispositif utilisé, α est petit, la distance OI est très inférieure à L . ainsi que $\sin \alpha \simeq \alpha$ avec α en rad.

$$\frac{l}{r} = \frac{D_m}{L} \text{ . Soit } D_m = \frac{L \cdot l}{r}$$

ou encore :

$$D_m = \frac{|q| \cdot L \cdot l}{mv_0^2} \cdot B$$

La mesure de D_m permet de calculer le rapport $\frac{|q|}{mv_0}$.



EXERCICE 1

1. Étude du mouvement d'un solide dans le champ de pesanteur uniforme

On lance, à un instant $t_0 = 0$ avec une vitesse initiale \vec{v}_0 horizontale, un solide (S) de petites dimensions, de masse m , d'un point A qui se trouve à la hauteur h du sol. Le solide (S) tombe sur le sol au point d'impact I (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) lié à la terre supposé galiléen.

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; $h = OA = 1 \text{ m}$

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les expressions littérales des équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de G.

1.2. En déduire l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du mouvement de G.

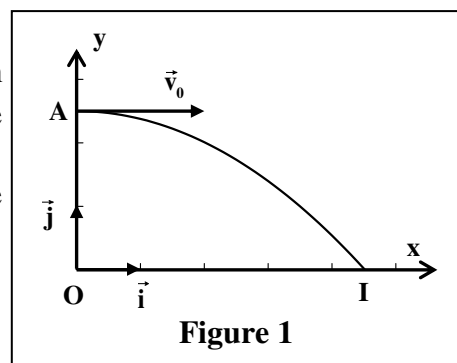


Figure 1

1.3. Calculer la valeur de t_1 , l'instant d'arrivé de (S) au sol en I .

1.4. On lance de nouveau, à un instant $t_0 = 0$, le solide (S) du point A avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = 3.\vec{v}_0$.

Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire la lettre correspondante à la seule proposition vraie:

la valeur de l'instant d'arrivé de (S) au sol vaut:

a	$t' = 0,25 \text{ s}$	b	$t' = 0,35 \text{ s}$	c	$t' = 0,45 \text{ s}$	d	$t' = 0,65 \text{ s}$
---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------

EXERCICE 2

La piste de course est constituée d'une partie rectiligne horizontale, d'une partie rectiligne inclinée d'un angle α par rapport au plan horizontal et d'une zone de chute comportant un obstacle (E) de hauteur L situé à la distance d de l'axe vertical passant par le point D, (fig1) .

Données : - Tous les frottements sont négligeables ;
 - $\alpha = 26^\circ$; $d = 20 \text{ m}$; $L = 10 \text{ m}$; $m = 190 \text{ kg}$

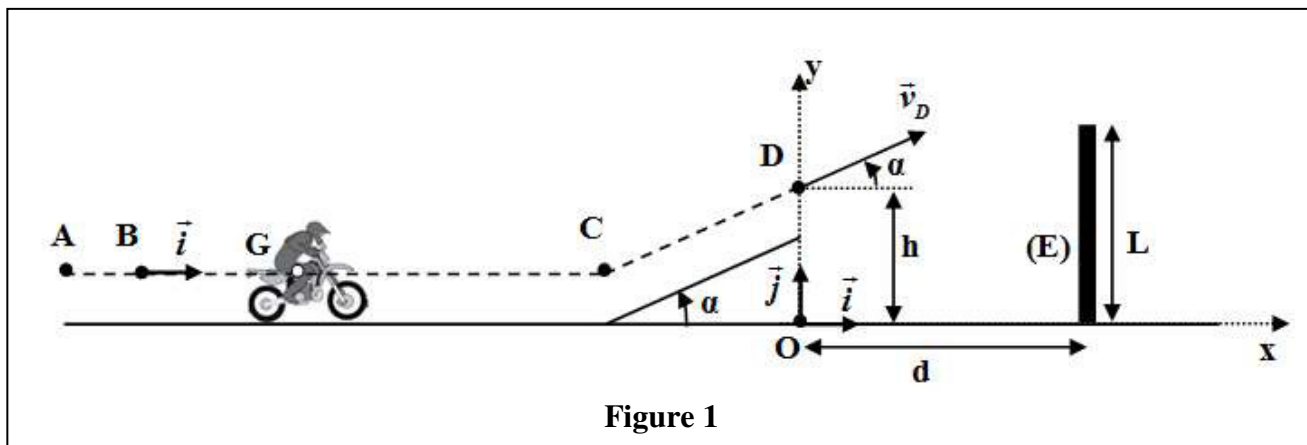


Figure 1

1. Mouvement du système (S) sur la partie horizontale

Le système (S) démarre d'une position où son centre d'inertie G coïncide avec le point A. G passe par le point B avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0.\vec{i}$ à l'instant $t_0 = 0$. Au cours de son mouvement, le système (S) est soumis à une force motrice horizontale constante \vec{F} ayant le même sens du mouvement. La trajectoire de G est rectiligne.

Pour étudier le mouvement de G entre B et C on choisit le repère (B, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen. A $t_0 = 0$, on a : $x_G = x_B = 0$.

1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de l'accélération de

G s'écrit : $a_G = \frac{F}{m}$. En déduire la nature du mouvement de G .

1.2. L'expression de la vitesse instantanée de G s'écrit $v_G(t) = a_G.t + v_0$.

a. Choisir, en justifiant votre réponse, la courbe qui représente la vitesse instantanée $v_G(t)$ parmi les quatre courbes représentées sur la figure (2).

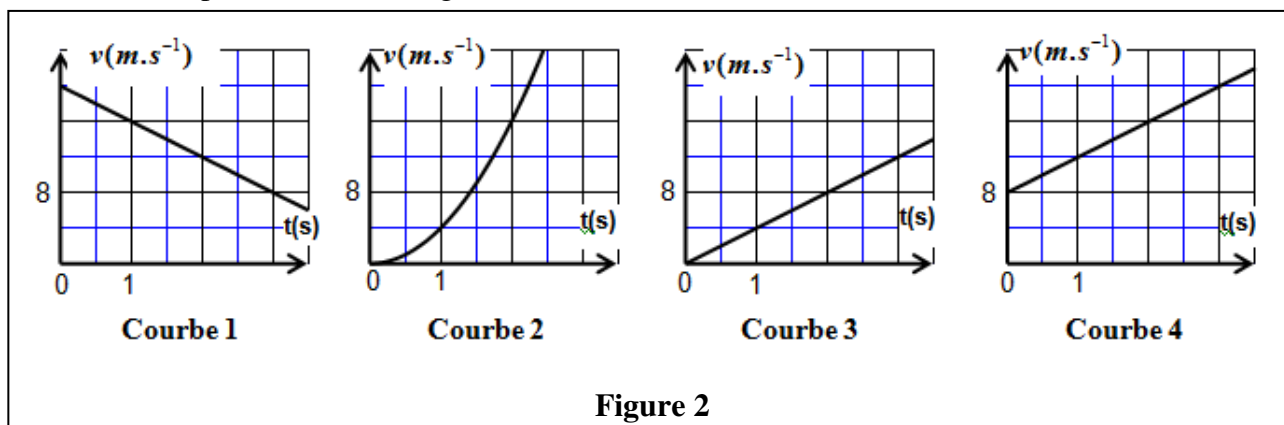


Figure 2

b. En déduire les valeurs de la vitesse initiale v_0 , et de l'accélération a_G de G .

1.3. Calculer l'intensité de la force motrice \vec{F} .

2. Mouvement du système (S) durant la phase du saut

Le système (S) quitte la piste de course au passage de G par le point D avec une vitesse \vec{v}_D formant un angle α avec le plan horizontal pour sauter à travers l'obstacle (E) (voir fig. (1)). Au cours du saut le système (S) n'est soumis qu'à son poids.

On étudie le mouvement de G dans le champ de pesanteur uniforme dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) lié à la terre considéré comme galiléen. On choisit l'instant de passage de G par le point D comme nouvelle origine des dates $t_0 = 0$, tel que : $y_0 = OD = h$.

2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les équations différentielles vérifiées par $x_G(t)$ et $y_G(t)$ coordonnées de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) sont :

$$\frac{dx_G}{dt} = v_D \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \frac{dy_G}{dt} = -g \cdot t + v_D \cdot \sin \alpha$$

2.2. L'expression numérique des équations horaires $x_G(t)$ et $y_G(t)$ du mouvement de G est :

$$x_G(t) = 22,5 \cdot t \text{ (m)} \quad ; \quad y_G(t) = -5 \cdot t^2 + 11 \cdot t + 5 \text{ (m)}$$

Déterminer les valeurs de la hauteur h , et de la vitesse v_D .

2.3. Le saut est réussi si la condition : $y_G > L + 0,6 \text{ (m)}$ est vérifiée. Est-ce que le saut du motard est réussi ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 3

Un skieur glisse sur une montagne recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau.

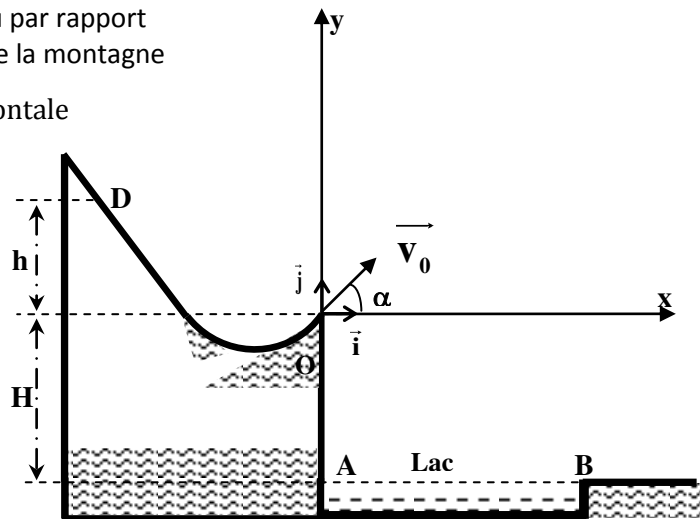
La figure suivante donne l'emplacement du lac d'eau par rapport au point O où le skieur sera obligé de quitter le sol de la montagne

avec une vitesse \vec{v} faisant un angle α avec l'horizontale

Le skieur part d'un point D situé à la hauteur h par rapport au plan horizontal contenant le point O, (voir figure). La vitesse v du skieur lors de son passage au point O s'exprime par la relation

$$v = \sqrt{2gh}$$

Dans un essai le skieur passe par le point O origine du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) avec une certaine vitesse, alors il tombe dans le lac d'eau.



On veut déterminer la hauteur minimale h_m de la hauteur h du point D à partir duquel doit partir le skieur sans vitesse initiale pour qu'il ne tombe pas dans le lac.

Données :

- Masse du skieur et ses accessoires : $m = 60 \text{ kg}$;
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- La hauteur : $H = 0,50 \text{ m}$;
- L'angle : $\alpha = 30^\circ$

La longueur du lac d'eau : $AB = d = 10 \text{ m}$.

Pour cet exercice, on assimile le skieur et ses accessoires à un point matériel G et on néglige tous les frottements et toutes les actions de l'air.

1- Le skieur quitte le point O à l'instant $t = 0$ avec une vitesse \vec{v}_0 faisant un angle α avec l'horizontale

1.1- En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer l'équation différentielle que vérifie chacune des coordonnées du vecteur vitesse dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1.2- Montrer que l'équation de la trajectoire du skieur s'écrit dans le repère cartésien sous la forme :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan \alpha .$$

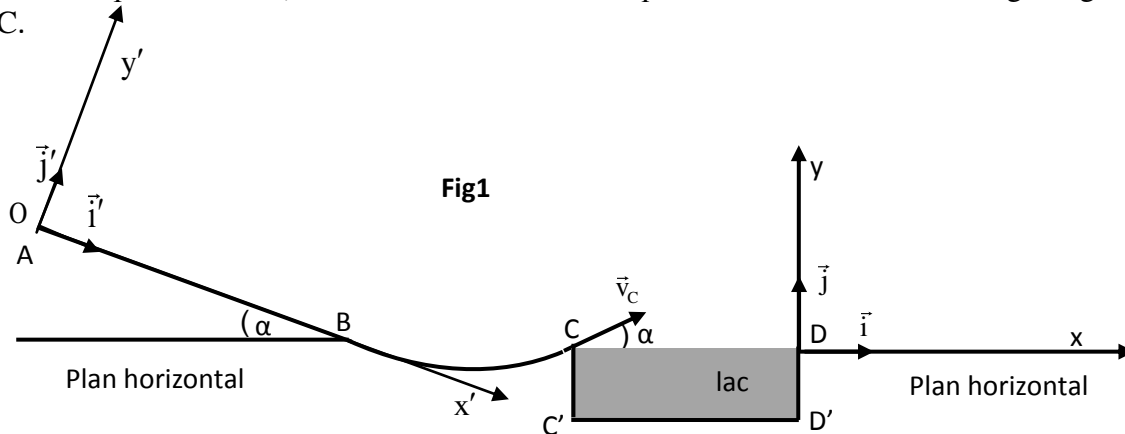
2- Déterminer la valeur minimale h_m de la hauteur h pour que le skieur ne tombe pas dans le lac d'eau.

EXERCICE 4

PREMIERE PARTIE (3points) : étude du mouvement d'un skieur

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1.

Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissement sur la piste ABC.



Données

- Intensité de pesanteur $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport au plan horizontal passant par le point B.

- La largeur du lac $C'D' = L = 15\text{m}$.

On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse $m=80\text{kg}$ et de centre d'inertie G.

On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante.

1. Etude des forces appliquées sur le skieur entre A et B

Le skieur part du point A d'abscisse $x'_A = 0$ dans le repère (O, \vec{i}', \vec{j}') sans vitesse initiale à un instant que l'on considère comme origine des temps $t=0\text{s}$ (Fig1). Le skieur glisse sur le plan incliné AB suivant la ligne de la plus grande pente avec une accélération constante \mathbf{a} et passe par le point B avec une vitesse $V_B = 20 \text{ m/s}$.

1-1 En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver en fonction de α , \mathbf{a} et g l'expression du coefficient de frottement $\tan \varphi$. Avec φ l'angle de frottement, défini par la normale à la trajectoire et la direction de la force appliquée par le plan incliné sur le skieur.

1-2 A l'instant $t_B = 10\text{s}$ le skieur passe par le point B ; Calculer la valeur de l'accélération \mathbf{a} . En déduire la valeur du coefficient de frottement $\tan \varphi$.

1-3 Montrer que l'intensité de la force \vec{R} exercée par le plan AB sur le skieur s'écrit sous la forme :

$$R = mg \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{1 + (\tan \varphi)^2} ; \text{ Calculer } R.$$

2. L'étape du saut

A l'instant $t=0$ que l'on considère comme une nouvelle origine des temps, le skieur quitte la partie BC au point C avec une vitesse v_C dont le vecteur \vec{v}_C forme l'angle $\alpha = 20^\circ$ avec le plan horizontal.

Lors du saut, les équations horaires du mouvement de (S) dans le repère (D, \vec{i}, \vec{j}) sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_C \cdot \cos \alpha \cdot t - 15 \\ y(t) = -\frac{g}{2} \cdot t^2 + v_C \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

2-1 Déterminer dans le cas où $v_C = 16,27\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ les coordonnées du sommet de la trajectoire de (S).

2-2 Déterminer en fonction de g et α la condition que doit vérifier la vitesse v_C pour que le skieur ne tombe pas dans le lac.

En déduire la valeur minimale de cette vitesse.

EXERCICE 5

Dans cette partie, on étudie le mouvement de chute de deux corps (A) et (B) dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O est situé au niveau du sol (figure 1).

On néglige la poussée d'Archimède devant les autres forces et on prend l'intensité de la pesanteur : $g=10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

1-Etude de la chute d'un corps avec frottement :

A un instant choisi comme origine des dates ($t=0$), on lâche, sans vitesse initiale d'un point H, un corps solide (A) de masse $m_A=0,5\text{kg}$ et de centre d'inertie G_A (figure 1).

En plus de son poids, le solide (A) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}_A$ où \vec{v}_A est le vecteur vitesse de G_A à un instant t et k une constante positive ($k > 0$).

1-1- Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la composante $v_{Ay}(t)$ selon

l'axe (Oy) du vecteur vitesse $\vec{v}_A(t)$ s'écrit :

$$\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau} v_{Ay} + g = 0 \text{ où } \tau \text{ représente le temps}$$

caractéristique du mouvement.

1-2- La courbe de la figure 2 représente l'évolution de $v_{Ay}(t)$ au cours du temps.

Déterminer τ et déduire la valeur de k .

1-3- Déterminer, en utilisant la méthode d'Euler, la vitesse $v_{Ay}(t_i)$ à un instant t_i sachant que l'accélération à l'instant t_{i-1} est $a_{Ay}(t_{i-1}) = -4,089 \text{ m.s}^{-2}$ et que le pas de calcul est $\Delta t = 0,01 \text{ s}$.

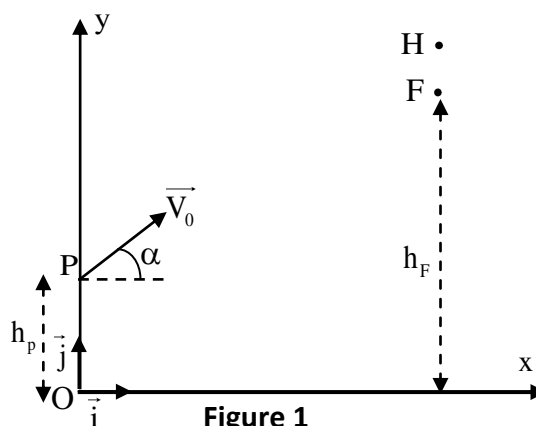


Figure 1

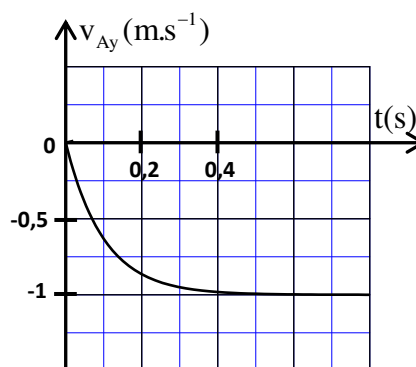


Figure 2

2-Etude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

A l'instant où le centre d'inertie G_A du corps (A) passe par le point F d'altitude $h_F = 18,5 \text{ m}$ par rapport au sol, on lance un projectile (B), de masse m_B et de centre d'inertie G_B , d'un point P de coordonnées $(0, h_p)$ avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) avec l'horizontale (figure 1). On choisit cet instant comme nouvelle origine des dates ($t=0$) pour le mouvement de (A) et celui de (B).

On néglige les frottements pour le projectile (B) et on donne : $h_p = 1,8 \text{ m}$; $V_0 = 20 \text{ m.s}^{-1}$.

2-1- Etablir les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du mouvement de (B) en fonction de α et t .

2-2- Exprimer les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire de (B), en fonction de α .

3- Les deux corps (A) et (B) se rencontrent au point S (on considère que G_A coïncide avec G_B en S).

Déterminer l'angle α correspondant sachant que le corps (A) passe par F avec sa vitesse limite et que les mouvements de (A) et (B) s'effectuent dans le même plan (xOy).

EXERCICE 6

Données :

$AB = 2,4 \text{ m}$; $\alpha = 20^\circ$; $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$; $m = 70 \text{ kg}$.

1- Étude du mouvement sur la piste AB :

A l'instant $t = 0$, le corps (S) part du point A sans vitesse initiale, et glisse sans frottement sur la piste AB (Figure 1).

On étudie le mouvement de G dans le référentiel $\mathcal{R}_1(A, \vec{i}_1, \vec{j}_1)$ supposé galiléen.

En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer :

1-1- Les coordonnées du vecteur accélération \vec{a}_G dans le repère $\mathcal{R}_1(A, \vec{i}_1, \vec{j}_1)$. (0,5 pt)

1-2- v_B la vitesse de G au point B. (0,5 pt)

1-3- R l'intensité de la force exercée par le plan AB sur le corps (S). (0,5 pt)

On étudie dans le reste de l'exercice, le mouvement de G dans le référentiel $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ supposé galiléen (Figure 1).

2- Étude du mouvement de G dans l'air :

Le corps (S) arrive au point C avec la vitesse $v_C = 4,67 \text{ m.s}^{-1}$, et il la quitte à un instant pris comme nouvelle origine des dates.

En plus de son poids, le corps (S) est soumis à l'action des vents artificiels, modélisée par une force horizontale constante d'expression : $\vec{f}_1 = -f_1 \vec{i}$

2-1- Trouver à un instant de date t , l'expression de v_x la composante horizontale du

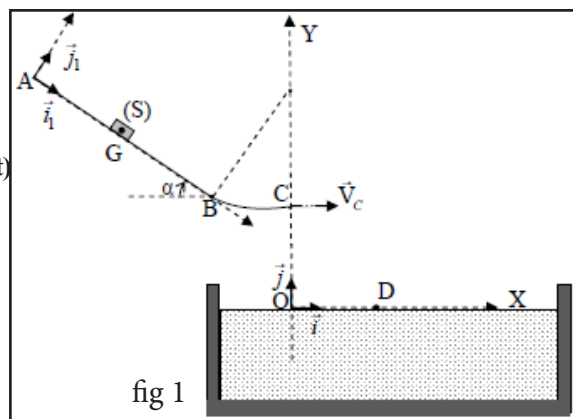


fig 1

vecteur vitesse en fonction de m , v_C , f_1 et t . (0,5 pt)

2-2- A l'instant $t_D = 0,86$ s, G arrive au point D situé à la surface de l'eau où la composante horizontale de sa vitesse s'annule.

a) Calculer f_1 . (0,5 pt)

b) Déterminer la hauteur h du point C par rapport à la surface de l'eau. (1 pt)

3- Étude du mouvement vertical du point G dans l'eau :

Le corps (S) poursuit son mouvement dans l'eau avec la vitesse verticale \vec{V} où il est soumis en plus de son poids à :

- une force de frottement fluide modélisée par le vecteur \vec{f} dont l'expression dans le système international des unités est : $\vec{f} = 140V^2 \cdot \vec{j}$.

- La poussée d'Archimède \vec{F}_A d'intensité : $F_A = 637$ N.

On considère l'instant d'entrée du corps (S) dans l'eau comme nouvelle origine des dates.

3-1- Montrer que la vitesse $V(t)$ du point G vérifie l'équation différentielle suivante : $\frac{dV(t)}{dt} - 2V^2 + 0,7 = 0$. (1 pt)

3-1- Trouver la valeur de la vitesse limite V_L . (0,5 pt)

3-3- En utilisant le tableau ci-dessous et la méthode d'Euler, déterminer les valeurs a_{i+1} et V_{i+2} . (1 pt)

t (s)	V(m.s ⁻¹)	a (m.s ⁻²)
$t_i = 1,8 \cdot 10^{-1}$	-1,90	6,52
$t_{i+1} = 1,95 \cdot 10^{-1}$	-1,80	a_{i+1}
$t_{i+2} = 2,1 \cdot 10^{-1}$	V_{i+2}	5,15

EXERCICE 7

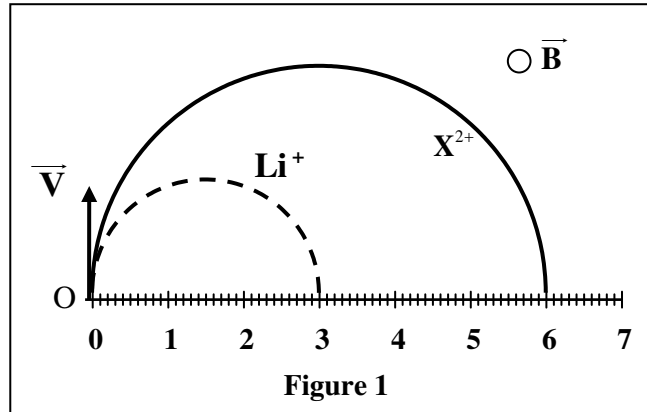
Deux particules chargées Li^+ et X^{2+} sont introduites en un point O, avec la même vitesse initiale \vec{V} , dans un espace où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} , perpendiculaire au vecteur \vec{V} .

q_x et m_x sont respectivement la charge électrique et la masse de la particule X^{2+} .

On considère que Li^+ et X^{2+} sont soumises seulement à la force de Lorentz.

Données :

- La vitesse initiale : $V = 10^5$ m.s⁻¹;
- L'intensité du champ magnétique : $B = 0,5$ T;
- La charge élémentaire: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C;
- La masse de Li^+ : $m_{Li} = 6,015u$;
- $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg ;
- La figure 1 représente les trajectoires des deux particules dans le champ \vec{B} .



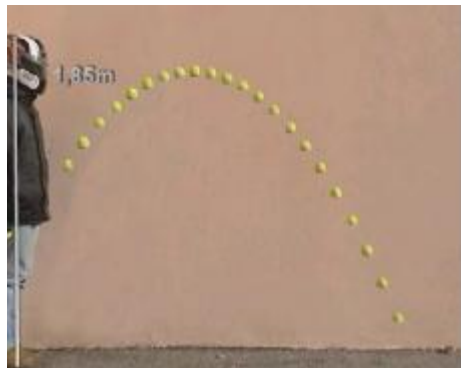
- on rappelle l'expression de la force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

- Déterminer la direction, le sens et l'intensité du vecteur force de Lorentz exercée sur la particule Li^+ au point O.
- Préciser le sens du vecteur \vec{B} en le représentant par \odot s'il est vers l'avant ou par \otimes s'il est vers l'arrière.
- En appliquant la deuxième loi de Newton dans un référentiel galiléen, montrer que le mouvement de l'ion Li^+ est uniforme et de trajectoire circulaire de rayon $R_{Li} = \frac{m_{Li} \cdot V}{e \cdot B}$.
- En exploitant les données de la figure 1, déterminer le rapport $\frac{R_X}{R_{Li}}$; avec R_X le rayon de la trajectoire de la particule X^{2+} .
- Sachant que la particule X^{2+} se trouve parmi les trois ions proposés avec leurs masses dans le tableau ci-dessous, identifier X^{2+} en justifiant la réponse.

Ion	${}^{24}_{12}Mg^{2+}$	${}^{26}_{12}Mg^{2+}$	${}^{40}_{20}Ca^{2+}$
Masse (u)	23,985	25,983	39,952

Mouvement horizontales

الحركات المستوية



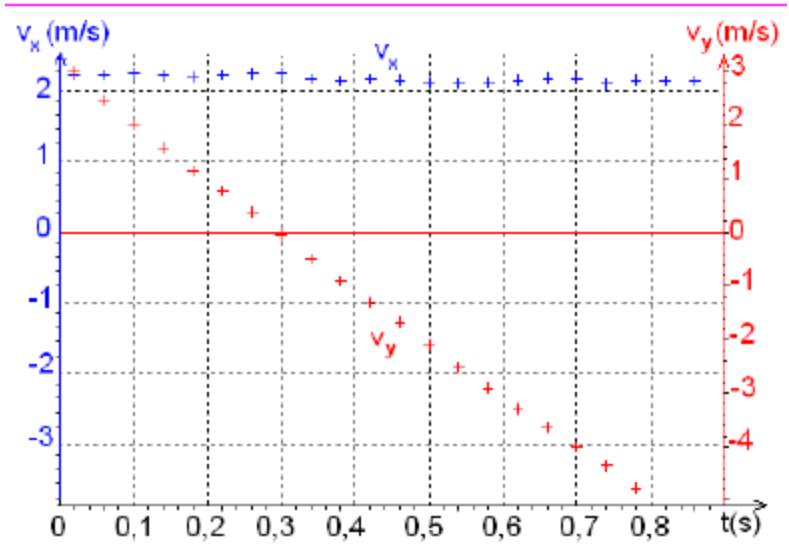
1) Etude expérimentale

On envoie une balle avec une vitesse initiale \vec{v}_0

L'étude des photos obtenues par une caméra numérique nous donne la courbe ci dessous

Vitesse

- sur Ox $v_x = 2,2 \text{ m/s}$
- sur Oy $v_y = -10t + 3$
- mouvement uniforme suivant Ox et uniformément varié suivant oy



Accélération

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -10 \text{ m/s}^2$$

Donc $\vec{a}_G = -10\vec{j}$ \longrightarrow

$\vec{a}_G \approx \vec{g}$
www.adirassa.com

➤ Equations horaires du mouvement

$$v_x = 2,2 \text{ m/s} \longrightarrow x = 2,2 t \quad (\text{en prenant } x_0 = 0)$$

$$v_y = -10t + 3 \longrightarrow y = -5t^2 + 3t \quad (\text{en prenant } y_0 = 0)$$

➤ Equation de la trajectoire

En éliminant t entre les deux équations précédentes on a

$$y = -x^2 + 1,4x$$

Mouvement parabolique

2) Etude théorique

Repère d'étude $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'origine
Confondu avec le lieu d'envoi du projectile

On prend l'origine des temps l'instant de l'envoi

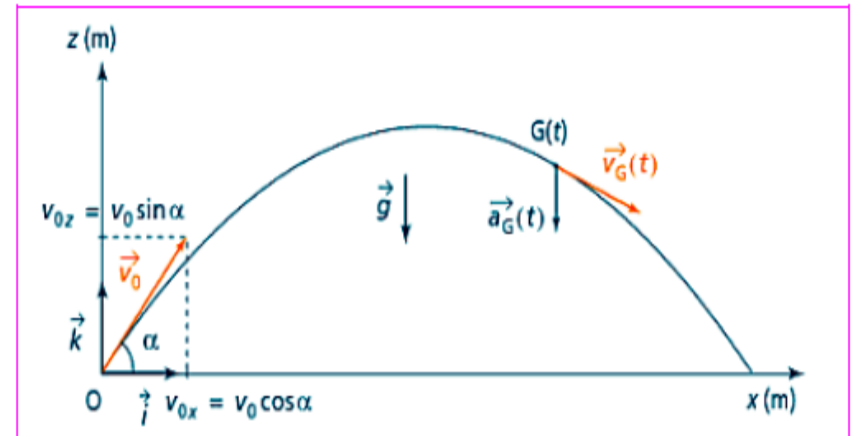
❖ Système étudié : projectile

❖ forces appliquées : $\vec{P} = m\vec{g}$

❖ Deuxième loi de Newton $m\vec{g} = m\vec{a}_G$



$$\vec{a}_G = \vec{g}$$



Projetons cette relation sur les axes Ox et Oz

Sur Ox

$$a_x = \ddot{x} = 0 \longrightarrow v_x = \text{constante} = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \longrightarrow x(t) = (v_0 \cos \alpha)t$$

Sur Oz

$$a_z = \ddot{z} = -g \longrightarrow v_z = -gt + v_0 \sin \alpha \longrightarrow z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t$$



Mouvement uniforme suivant Ox

Mouvement uniformément varié suivant Oz

3) Equation de la trajectoire

En éliminant le temps on obtient

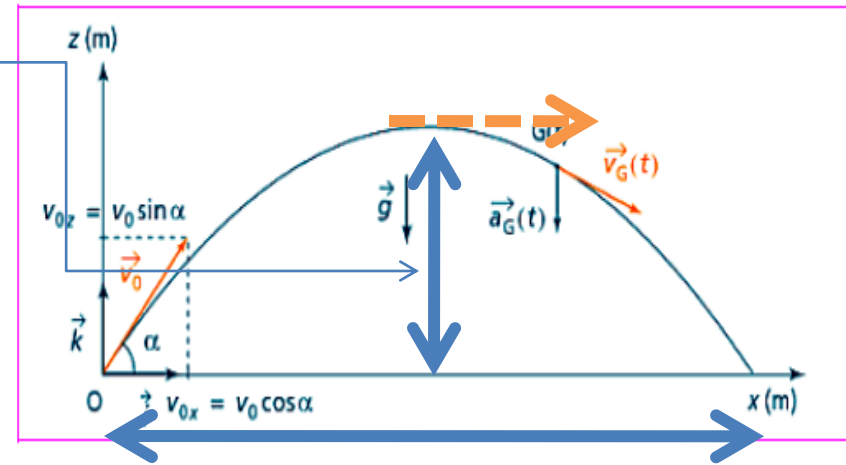
$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + (\tan \alpha) \cdot x$$

Deux positions caractéristiques

La portée verticale

C'est la hauteur maximale atteinte par le projectile.
En ce point la vitesse du projectile est horizontale

$$\text{Donc } v_z=0 \longrightarrow v_z = -gt + v_0 \sin \alpha = 0$$



On déduit donc le temps t_S où le projectile atteint ce point $t_S = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

En utilisant l'équation de $z(t_S) = h$ on obtient

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$$

La portée horizontale

C'est la distance d qui sépare l'origine du point de chute du projectile. Elle est définie par $d = z = 0$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + (\tan \alpha) \cdot x = 0 \longrightarrow d = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

N.P d est max si $\sin 2\alpha = 1$ soit $\alpha = 45^\circ$

Exercice

Le jeu schématisé ci-dessous consiste à placer un boulet sur un plan incliné de telle façon qu'il atteigne la cible.

Le boulet est tout d'abord lâché en A sans vitesse initiale.

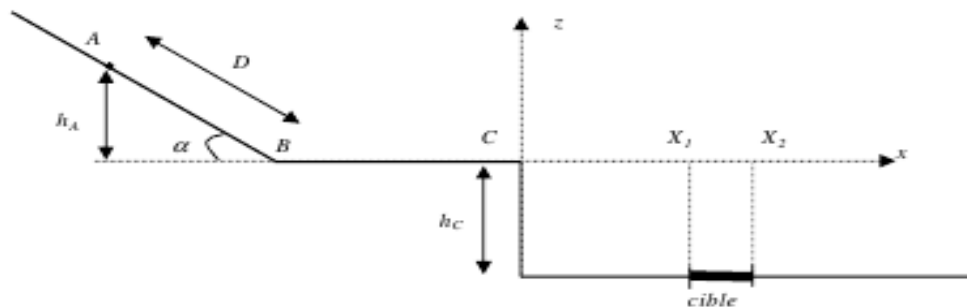
Le système étudié est le boulet que l'on assimile à un point.

Toute l'étude est dans un référentiel galiléen.

On néglige les frottements dans tout l'exercice.

Données :

$$\begin{aligned}\alpha &= 30^\circ \\ D &= AB = 0,50 \text{ m} \\ L &= BC = 0,20 \text{ m} \\ h_C &= 0,40 \text{ m} \\ m &= 10 \text{ g} \\ g &= 9,8 \text{ m.s}^{-2}\end{aligned}$$



1. ÉTUDE DU MOUVEMENT DU BOULET ENTRE A ET B.

1.1. Le système étudié est le boulet une fois lâché en A .

Faire l'inventaire des forces extérieures agissant sur le boulet. Représenter ces forces sur un schéma sans considération d'échelle.

1.2. On choisit l'altitude du point C comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = 0$ pour $z_C = 0$.

1.2.1. Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur au point A et vérifier qu'elle vaut $E_{pp}(A) = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

1.2.2. En déduire l'expression puis la valeur de l'énergie mécanique du système au point A .

1.2.3. En déduire la valeur de l'énergie mécanique du système au point B . Justifier la réponse.

1.3. Montrer que l'expression de la vitesse au point B est : $v_B = \sqrt{2g \cdot D \cdot \sin \alpha}$

2. ÉTUDE DE LA CHUTE DU BOULET APRÈS LE POINT C.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du boulet après le point C .

L'origine des temps est prise lorsque le boulet est en C .

Le mouvement étant rectiligne et uniforme entre B et C , la vitesse en C est la même qu'en B :

$$v_C = v_B = 2,2 \text{ m.s}^{-1}$$

2.1. On précise que l'action de l'air est négligée.

2.1.1. Énoncer la deuxième loi de Newton.

2.1.2. Appliquer cette loi au boulet une fois qu'il a quitté le point C .

2.1.3. Déterminer l'expression des composantes du vecteur accélération en projetant la deuxième loi de Newton dans le repère Cxz (voir figure).

2.2. On rappelle que la valeur de la vitesse au point C est $v_C = 2,2 \text{ m.s}^{-1}$ et on précise que le vecteur vitesse au point C a une direction horizontale.

2.2.1. Déterminer l'expression des composantes du vecteur vitesse dans le repère Cxz .

L'expression des composantes du vecteur position dans le repère Cxz est :

$$\overrightarrow{CG} \begin{cases} x = (\sqrt{2g \cdot D \cdot \sin \alpha}) \cdot t \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

2.2.2. En déduire l'équation de la trajectoire donnant l'expression de z en fonction de x .

2.3. On veut déterminer si le boulet atteint la cible E dont l'abscisse est comprise entre $X_1 = 0,55 \text{ m}$ et $X_2 = 0,60 \text{ m}$.

2.3.1. Calculer le temps nécessaire pour que le boulet atteigne le sol.

2.3.2. En déduire l'abscisse X_f du boulet quand il touche le sol. La cible est-elle atteinte ?

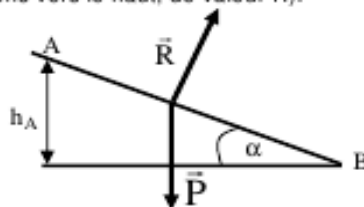
2.4. Quelle distance D faudrait-il choisir pour atteindre la cible à l'abscisse $X_f = 0,57 \text{ m}$? (la durée de chute étant la même).

1. ÉTUDE DU MOUVEMENT DU BOULET ENTRE A ET B.

1.1. On étudie le système **boulet** dans un référentiel **terrestre**, supposé **galliléen**.

Le boulet est soumis : à son **pooids** \vec{P} (de direction verticale, sens vers le bas, de valeur $P = m.g$)

à la **réaction** \vec{R} du plan incliné (de direction perpendiculaire au plan car les frottements sont négligés, sens vers le haut, de valeur R).



1.2.1. $E_{pp}(A) = m.g.h_A$ et $h_A = D.\sin\alpha$ d'après la figure fournie

$$E_{pp}(A) = m.g.D.\sin\alpha$$

$$E_{pp}(A) = 0,010 \times 9,8 \times 0,50 \times \sin 30 = 2,5 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

1.2.2. $E_m(A) = E_{pp}(A) + E_c(A)$ et la vitesse au point A est nulle donc $E_c(A) = 0 \text{ J}$

$$E_m(A) = E_{pp}(A)$$

$$E_m(A) = 2,5 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

1.2.3. Les frottements étant négligés au cours du mouvement l'énergie mécanique se conserve.

$$E_m(B) = E_m(A)$$

$$E_m(B) = 2,5 \times 10^{-2} \text{ J.}$$

1.3. $E_m(B) = E_m(A)$

$$\frac{1}{2} m.v_B^2 + m.g.z_B = \frac{1}{2} m.v_A^2 + m.g.z_A$$

avec $z_B = 0 \text{ m}$, $v_A = 0 \text{ m.s}^{-1}$ et $z_A = h_A$

on obtient $\frac{1}{2} m.v_B^2 = m.g.h_A = m.g.D.\sin\alpha$

soit $\frac{1}{2} .v_B^2 = g.D.\sin\alpha$

$$v_B^2 = 2g.D.\sin\alpha$$

$$\text{D'où } v_B = \sqrt{2g.D.\sin\alpha}$$

2. ÉTUDE DE LA CHUTE DU BOULET APRES LE POINT C.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du boulet après le point C.

L'origine des temps est prise lorsque le boulet est en C.

Le mouvement étant rectiligne et uniforme entre B et C, la vitesse en C est la même qu'en B : $v_C = v_B = 2,2 \text{ m.s}^{-1}$

2.1. L'action de l'air est négligée.

2.1.1. Deuxième loi de Newton: Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de la masse du système par son accélération : $\sum \vec{F}_{ext.} = m.\vec{a}$

2.1.2. L'action de l'air étant négligée (ainsi que la poussée d'Archimède) seul le poids est appliqué au boulet $\sum \vec{F}_{ext.} = \vec{P} = m.\vec{g}$ donc $m.\vec{g} = m.\vec{a}$ $\Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$

2.1.3. Compte tenu du repère Cxz choisi on a : $\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}$

2.2.1. À chaque instant : $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_z = \frac{dv_z(t)}{dt}$ donc en intégrant :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$$

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}(0) = \vec{v}_c$: $\vec{v}_c \begin{cases} v_{cx} = v_c = v_0 \\ v_{cz} = 0 \end{cases}$ alors $\begin{cases} Cte_1 = v_0 \\ Cte_2 = 0 \end{cases}$

Finalement $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_z(t) = -g.t \end{cases}$

2.2.2 On donne: $\overline{CG} \begin{cases} x = (\sqrt{2g.D.\sin\alpha}) \cdot t \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 \end{cases}$

on isole t de l'expression de x : $t = \frac{x}{\sqrt{2g.D.\sin\alpha}}$

on reporte dans z : $z(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{2g.D.\sin\alpha}$

$z(x) = -\frac{x^2}{4.D.\sin\alpha}$ équation de la trajectoire.

2.3.1. Lorsque le boulet atteint le sol : $z = -h_c$ donc de l'expression $z = -\frac{1}{2}g.t^2$ il vient $h_c = \frac{1}{2}g.t^2$

alors $t = \sqrt{\frac{2.h_c}{g}}$

$t = \sqrt{\frac{2 \times 0,40}{9,8}} = 0,29 \text{ s}$

2.3.2. Quand le boulet touche le sol : $x = X_1$ et $z = -h_c$.

Utilisons l'équation de la trajectoire $z(x) = -\frac{x^2}{4.D.\sin\alpha}$ pour obtenir X_1 .

$$h_c = \frac{X_1^2}{4.D.\sin\alpha}$$

$$X_1^2 = 4.D.h_c.\sin\alpha$$

$$X_1 = 2 \cdot \sqrt{D.h_c.\sin\alpha} \quad (\text{on ne retient pas la solution } X_1 = -2 \cdot \sqrt{D.h_c.\sin\alpha})$$

$$X_1 = 2 \times \sqrt{0,50 \times 0,40 \times \sin 30} = 0,63 \text{ m}$$

X_1 n'est pas compris entre $X_1 = 0,55 \text{ m}$ et $X_2 = 0,60 \text{ m}$ donc le boulet n'atteint pas la cible.

2.4. On repart de l'expression $h_c = \frac{X_1^2}{4.D.\sin\alpha}$ et on isole D.

$$D = \frac{X_1^2}{4.h_c.\sin\alpha}$$

$$D = \frac{0,57^2}{4 \times 0,40 \times \sin 30} = 0,41 \text{ m}$$

La valeur de D obtenue est inférieure à la valeur initiale 0,50 m ce qui est cohérent pour que le boulet atteigne la cible.

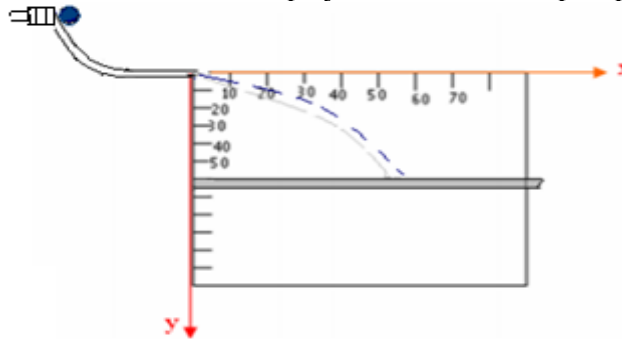
Les mouvements plans

(Uniquement pour sc math et sc physique)

I-Le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur:

1) Trajectoire du projectile:

On utilise le dispositif suivant d'étude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

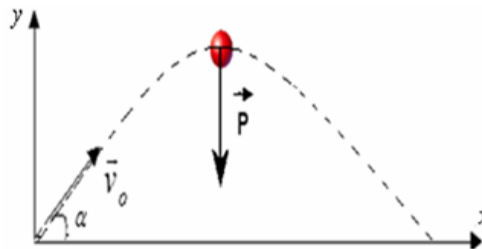


Au début la bille est maintenue par électroaimant puis lâchée du haut d'un rail, elle roule le long du rail et elle le quitte avec une vitesse initiale horizontale puis elle tombe sur une plaque horizontale.

En faisant varier la position de la plaque et en indiquant chaque fois sa position de chute de la bille, on obtient la trajectoire de son mouvement: c'est une trajectoire parabolique.

2) Etude du mouvement du projectile :

Un projectile de masse m est lancé d'un point O à l'instant $t=0$ avec une vitesse \vec{v}_0 qui fait un angle α avec l'horizontale. On considère un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) confondu avec le plan du mouvement du projectile et qu'on suppose galiléen.



Les conditions initiales : à $t=0$, $x_0=0$ et $y_0=0$

Les coordonnées du vecteur vitesse initiale sont : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$

- **Le système étudié** : {le projectile}
- **Bilan des forces**: le projectile est soumis uniquement à l'action de son poids : \vec{P}
(Le projectile a une grande densité, donc la poussée d'Archimède et les forces de frottement fluides sont négligeable)
- **Représentation des forces**: voir schéma précédent.
- **En appliquant la 2^{ème} loi de Newton** : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ (1)

Par projection de la relation (1) dans le repère (O, x, y) :

$$\begin{cases} P_x = m \cdot a_x \\ P_y = m \cdot a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -P = m \cdot a_y \end{cases} \text{ donc: } \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = C \\ v_y = -g \cdot t + C' \end{cases}$$

On détermine les constantes C et C' d'après les conditions initiales : à $t=0$: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ et : $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$. : donc:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \text{ d'où: } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \text{ donc: } \begin{cases} x = (v_0 \cdot \cos \alpha) t + K \\ y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) t + K' \end{cases}$$

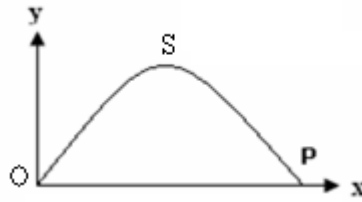
On détermine les constantes K et K' d'après les conditions initiales : à $t=0$, $x_0=0$ et $y_0=0$ donc : $K=0$ et $K'=0$.

Et on obtient les **équations horaires du mouvement** du projectile $\begin{cases} x = (v_0 \cdot \cos \alpha) t \\ y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) t \end{cases}$

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y .

On a
$$\begin{cases} x = (v_o \cdot \cos \alpha)t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o \cdot \sin \alpha)t' \end{cases}$$
 donc : $t = \frac{x}{v_o \cdot \cos \alpha}$ en remplaçant dans y : $y = -\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot v_o^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan \alpha$

Le sommet S de la trajectoire : c'est le plus haut point atteint par le projectile au cours de son mouvement.



Au sommet de la trajectoire on a $v_y = 0 \Rightarrow -gt + v_o \cdot \sin \alpha = 0$ d'où : $t = \frac{v_o \cdot \sin \alpha}{g}$ et en remplaçant dans x et y on obtient les coordonnées du sommet S de la trajectoire du projectile.

$$y_S = \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \quad \text{et} \quad x_S = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

avec: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

La portée : c'est la distance OP qui sépare le point de lancement du projectile et le point de sa tombée sur ox.

Au point P on a : $y_P = 0 \Rightarrow -\frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \tan \alpha = 0 \Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_P = 0 \text{ C'est le point de départ du projectile.} \\ \text{ou : } x_P = \frac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \end{array} \right.$$

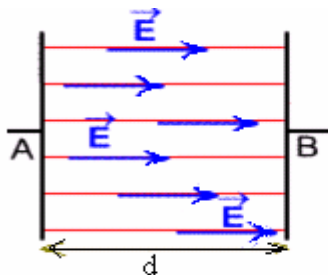
donc : $OP = \frac{v_o^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

Remarque: La plus grande portée correspond à $\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$

II-Le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme: (uniquement pour science mathématique)

1)Le champ électrique uniforme:

Un champ électrique est dit uniforme s'il est constant en direction, en sens et en valeur : les lignes de champs sont alors toutes parallèles.



Entre deux plaques métalliques planes et parallèles, soumises à une différence de potentielle: $U_{AB} = U_A - U_B$, il existe un champ électrique uniforme.

Les lignes de champ entre les plaques sont parallèles entre elles et perpendiculaires aux plans des plaques.

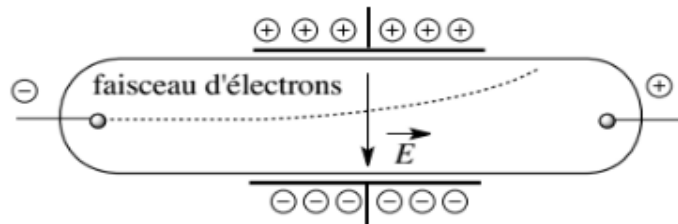
Le vecteur champ électrique \vec{E} est orienté dans sens des potentiels décroissants(il est dirigé de la plaque ayant le plus grand potentiel vers celle ayant le plus petit potentiel).

$U_{AB} > 0 \Rightarrow V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B$ donc : \vec{E} est dirigé de la plaque A vers la plaque B.

2) Déviation d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme:

a)Expérience:

On utilise un tube de crookes qui contient un canon d'électrons qui permet d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse et à l'intérieur duquel il y'a un champ électrique uniforme.



Les électrons entrent dans le champ électrique avec une vitesse \vec{v}_o perpendiculaire à \vec{E} .

On constate expérimentalement que la trajectoire du faisceau d'électrons est parabolique.

3) Etude du mouvement d'une particule chargées dans un champ électrique uniforme :

a)Les équations horaires du mouvement:

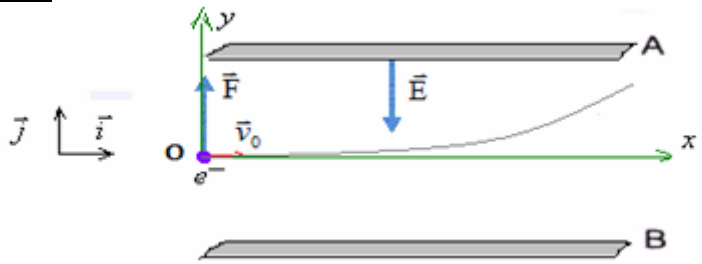
• **Le système étudié** : {l'électron}

Le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique (car la masse de l'électron est $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ kg très petite)

• **Bilan des forces:** En négligeant le poids, l'électron n'est soumis dans le champ électrique qu'à l'action de la force électrique:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \text{ avec: } q = -e \text{ donc: } q < 0, \quad \vec{F} \text{ et } \vec{E} \text{ ont des sens contraires.}$$

• **Représentation des forces:**



On considère un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) confondu avec le plan du mouvement de la particule et qu'on suppose galiléen.

On a : $\vec{E} = -E \cdot \vec{j}$ Les coordonnées du vecteur champ électrique sont :
$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{cases}$$

Les conditions initiales: Les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$ et on a à $t=0$, $x_0=0$ et $y_0=0$

• **En appliquant la 2^{ème} loi de Newton** : $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$ donc: $q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}_G$ (1)

-Par projection de la relation (1) sur l'axe (O, x, y)

$$\begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -q \cdot E = m \cdot a_y \end{cases} \text{ avec: } q = -e \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e \cdot E}{m} \end{cases} \text{ d'où: } \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{e \cdot E}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = C^{te} = v_0 \\ v_y = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t \end{cases}$$

Selon l'axe ox le mouvement est rectiligne uniforme

Selon l'axe oy le mouvement est rectiligne uniformément varié (accélééré)

Equations horaires du mouvement selon l'axe ox : $x = v_0 \cdot t$ car $x_0 = 0$

Equations horaires du mouvement selon l'axe oy : $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2$ car : $v_{oy} = 0$ et $y_0 = 0$

b) Equation de la trajectoire:

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y .

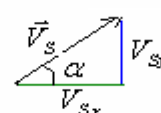
On a : $\begin{cases} x = v_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot t^2 \end{cases}$ donc : $t = \frac{x}{v_0}$, en remplaçant dans y on obtient : $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$

c) Les coordonnées du point de sortie de l'électron du champ électrique:

S est le point de sortie de l'électron $x_s = \ell$ en remplaçant dans y on a : $y_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{\ell^2}{v_0^2}$

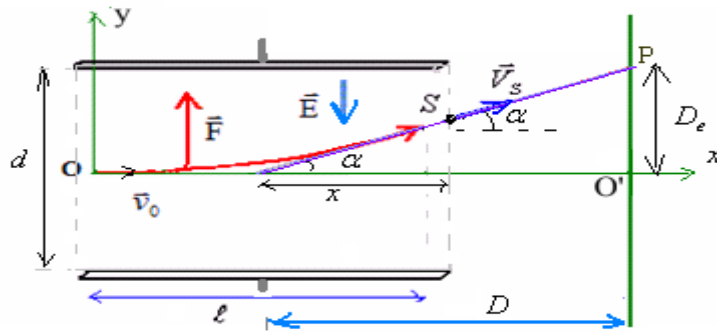
d) Vitesse de l'électron lorsqu'il quitte le champ électrique:

On a : $x = v_0 \cdot t$ le temps mis par l'électron pour arriver au point S est : $t = \frac{\ell}{v_0}$ d'où $\vec{V}_s \begin{cases} V_{sx} = v_0 \\ V_{sy} = \frac{e \cdot E}{m} \cdot \frac{\ell}{v_0} \end{cases}$

On a : $\vec{V}_s = \vec{V}_{sx} + \vec{V}_{sy}$  $\text{tg} \alpha = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{m \cdot v_0^2}$

e) Déflexion électrique:

Après sa sortie du champ électrique l'électron a un mouvement rectiligne uniforme jusqu'à ce qu'il rencontre l'écran au point P.



Démontrons que $x = \frac{\ell}{2}$

On a: $\text{tg}\alpha = \frac{y_s}{x}$ avec : $\text{tg}\alpha = \frac{e.E.\ell}{m.v_o^2}$ et avec : $y_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{e.E.\ell^2}{m.v_o^2}$ donc: $x = \frac{y_s}{\text{tg}\alpha} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e.E.\ell^2}{m.v_o^2} \times \frac{m.v_o^2}{e.E.\ell} = \frac{\ell}{2}$

On appelle déflexion électrique la distance D_e entre le point d'impact O' de la particule avec l'écran en absence du champ électrique et le point d'impact P de la particule avec l'écran en présence du champ électrique.

on a : $\text{tg}\alpha = \frac{y_s}{x} = \frac{D_e}{D}$ avec: $D_e = \frac{y_s \times D}{x} = \frac{e.E.\ell^2 \times D}{2.m.v_o^2} \times \frac{2}{\ell} = \frac{e.E.\ell \times D}{m.v_o^2}$ et on a : $E = \frac{U}{d}$ donc :

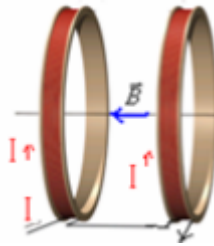
$D_e = \frac{e.\ell.D}{m.d.v_o^2} \times U$: la déflexion électrique est proportionnelle à la tension entre les plaques elle est sous la forme : $D_e = k \times U$

III-Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme:

1) Le champ magnétique uniforme:

Un champ magnétique est dit uniforme s'il est constant en direction, en sens et en valeur .

Exemple : Le champ magnétique est uniforme entre les bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.



L'unité de l'intensité du champ magnétique est le tesla (T).

Remarque : si le vecteur \vec{B} est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée vers l'avant on le représente par : $\odot \vec{B}$

si le vecteur \vec{B} est perpendiculaire au plan de la feuille et dirigée vers l'arrière on le représente par : $\otimes \vec{B}$

2) Déviation d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme:

a) Expérience :

On utilise un tube de crookes (qui contient un canon d'électrons permettant d'obtenir un faisceau d'électrons ayant la même vitesse) à l'intérieur duquel il y'a un champ magnétique uniforme entre deux bobines d'Helmholtz parcourues par un courant électrique.

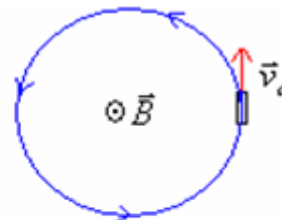
On constate expérimentalement que :

-Si la vitesse des électrons \vec{v}_o est parallèle à \vec{B} , le faisceau d'électrons ne subit pas de déviation.

-Si la vitesse \vec{v}_o des électrons est perpendiculaire à \vec{B} , le faisceau d'électrons dévie et sa trajectoire est devenue circulaire.



Trajectoire du faisceau en présence du champ magnétique



Trajectoire du faisceau à l'absence du champ magnétique

b) Interprétation:

La déviation du faisceau d'électron est due à l'existence d'une force magnétique qui s'exerce sur toute particule chargée et en mouvement dans un champ magnétique uniforme qu'on appelle : **force magnétique** ou **force de Lorentz**.

c) La force magnétique (force de Lorentz)

3) La force magnétique :

Toute particule chargée de vitesse \vec{v} est soumise dans un champ magnétique uniforme à une force magnétique appelée force de Lorentz donnée par la relation suivante:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

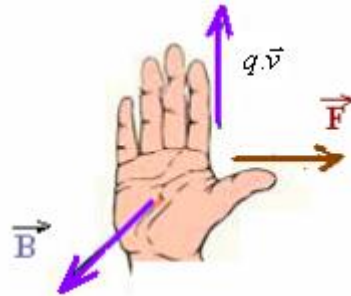
le symbole: \wedge signifie produit vectoriel.

Caractéristiques de la force magnétique:

- **La direction** : la force magnétique \vec{F} est perpendiculaire au plan: (\vec{B}, \vec{v}) .

- **Le sens** : il est donné par la règle de la main droite suivante:

En plaçant la main droite tendue de sorte les doigts soient dirigés dans le sens du produit $q \cdot \vec{v}$ et la paume de la main soit dirigée dans le sens de \vec{B} , le pouce tendu indique le sens de la force magnétique.



Remarque: Si la charge $q > 0$ le produit $q \cdot \vec{v}$ a le même sens que le vecteur vitesse \vec{v} .

Si la charge $q < 0$ le produit $q \cdot \vec{v}$ a le sens contraire de celui du vecteur vitesse \vec{v} .

Exemples : compléter les figures suivantes:

					Figure
$\vec{B} \otimes$	\vec{v} →	\vec{F} ↑	\vec{F} ←	\vec{F} →	réponse

- **L'intensité:** $F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin(\hat{B}, \hat{v})$

4) Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme :

a) Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est uniforme:

L'électron dans le champ magnétique est soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$, cette force de Lorentz est toujours perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} donc le produit scalaire $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ par conséquent la puissance de la force magnétique est nulle : $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ donc son travail est nul : $W\vec{F} = 0$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta Ec = W\vec{F} \Rightarrow \Delta Ec = 0$ donc : $Ec_f = Ec_i$

Donc sa vitesse $v = C^{te}$, donc l'action du champ magnétique ne modifie pas l'énergie cinétique de la particule

b) Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est plan:

la vitesse de l'électron $v = C^{te} \Rightarrow$ son accélération tangentielle : $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ donc l'accélération de l'électron est normale.

on a : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow$ la force magnétique \vec{F} qui perpendiculaire au plan (\vec{B}, \vec{v}) est elle aussi normale.

Donc le mouvement de l'électron est plan, il se fait dans un plan perpendiculaire au vecteur champ magnétique.

c) Montrons que le mouvement de l'électron dans le champ magnétique est circulaire:

Dans le repère de Frenet le vecteur accélération : $\vec{a} = a_N \vec{n} + a_t \vec{u}$

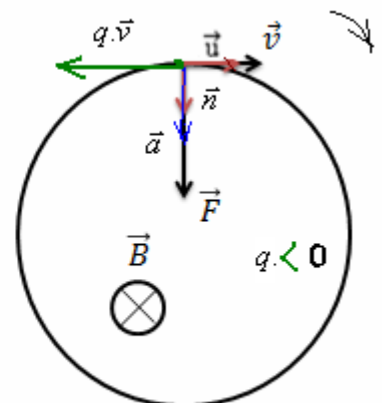
or : $v = C^{te} \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

En appliquant la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}_G$ (1)

Dans le repère de Frenet : $\vec{a}_G \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases}$ Donc : $a = a_n$ l'accélération est normale.

En projetant la relation (1) sur la normale $|q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

Le rayon est constant donc le mouvement est circulaire.



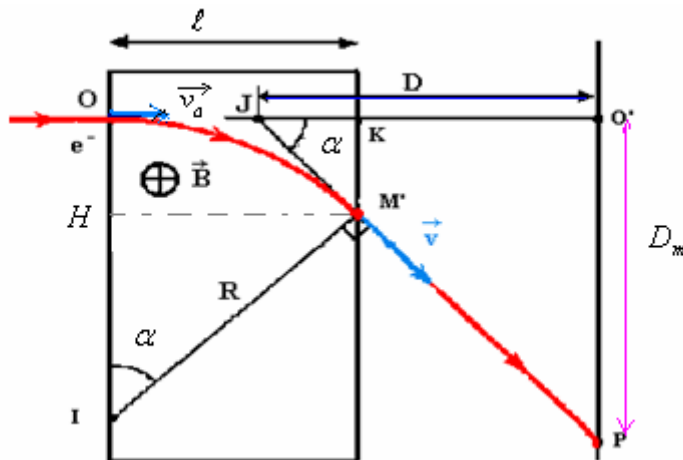
On fait pénétrer un faisceau d'électron dans une région de l'espace de largeur ℓ dans laquelle règne un champ magnétique \vec{B} uniforme avec une vitesse \vec{v}_o , le faisceau d'électrons est soumis à l'action de la force magnétique et son mouvement

devient circulaire de rayon : $R = \frac{m.v_o}{|q|.B}$ dans le champ magnétique.

Les électrons du faisceau quittent le champ magnétique au point S et prennent un mouvement rectiligne uniforme jusqu'à ce qu'ils rencontrent l'écran au point P.

Le faisceau d'électron rencontre l'écran au point O'.

On appelle **déviations magnétique** la distance $D_m = O'P$



On a dans le triangle rectangle $(HM'I)$: $\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$

et dans le triangle rectangle (JPO') : $\tan \alpha = \frac{D_m}{D}$

Dans les appareils utilisés on a généralement des angles α petits, on a alors : $\tan \alpha \approx \sin \alpha$

$$\Rightarrow \frac{D_m}{D} = \frac{\ell}{R} \quad \text{avec : } R = \frac{m.v_o}{|q|.B} \quad \text{donc la déviation magnétique } D_m = \frac{\ell.D.|q|.B}{m.v_o}$$

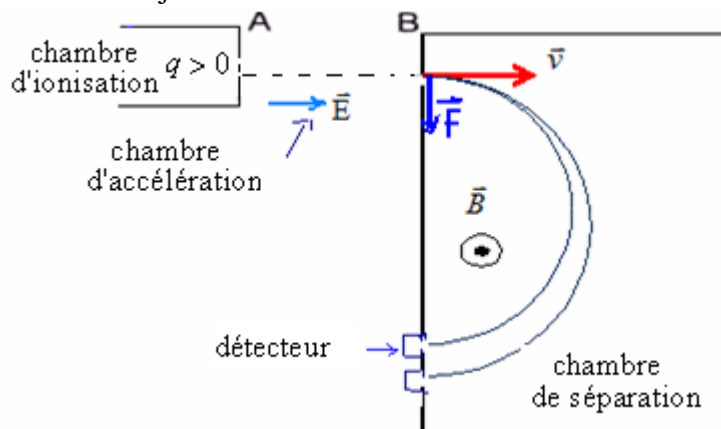
IV-Applications:

1) Le spectromètre de masse:

Le spectromètre de masse est un appareil qui permet de séparer des ions ayant des masses et des charges différentes (comme les isotopes) en utilisant les actions d'un champ magnétique et d'un champ électrique, il se compose de:

- **Une chambre d'ionisation** à partir de laquelle partent les ions avec une vitesse nulle.
- Une chambre d'accélération: dans laquelle on accélère les ions par un champ électrique uniforme et les ions la quittent avec une vitesse \vec{v} .

Une chambre de séparation dans laquelle on sépare les ions en utilisant un champ magnétique uniforme $\vec{B} \perp \vec{v}$ et dans laquelle les ions décrivent une trajectoire demi-circulaire.



Les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme dans la chambre d'accélération :

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E_{c_{A \rightarrow B}} = W_{\vec{F}_{A \rightarrow B}} \quad q > 0$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = q U_{AB} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}$$

Or les ions ont des masses différentes, ils pénètrent dans la chambre de séparation par des vitesses différentes.

Lorsque l'ion qui pénètre dans la chambre de séparation avec une vitesse $\vec{v} \perp \vec{B}$ il sera soumis à l'action de la force magnétique

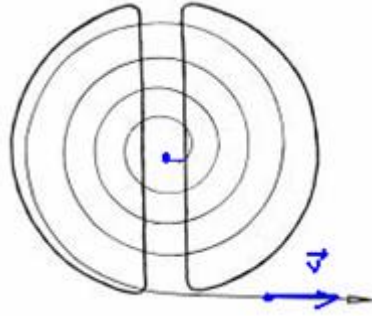
$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{et aura un mouvement circulaire de rayon : } R = \frac{m \cdot v_o}{|q| \cdot B}$$

Chaque ion décrira un demi cercle de diamètre : $D = 2R = 2 \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$

Or le rayon dépend de la masse, chaque isotope aura un cercle différent de celui des autres, ce qui permettra de séparer les isotopes les uns des autres.

2) Le cyclotron:

Le cyclotron est un accélérateur de particules ; il se compose de deux boites sous forme de demi cylindre appelées : des "dees" posées dans un champ magnétique uniforme et entre les boites existe un oscillateur qui produit un champ électrique uniforme et alternatif de période T égale à la demi période de rotation de la particule dans sa trajectoire circulaire et de cette façon la particule est accélérée chaque fois qu'elle pénètre dans le champ électrique et finalement la particule quitte le cyclotron avec une grande vitesse.



Niveaux: SM PC SVT

Matière: Physique

PROF: Zakaryae Chriki

Résumé N:13

Mouvement des satellites



I. Lois de Kepler.

❖ 1^{er} loi de Kepler (1906) : Loi des orbites

Chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe un des foyers.

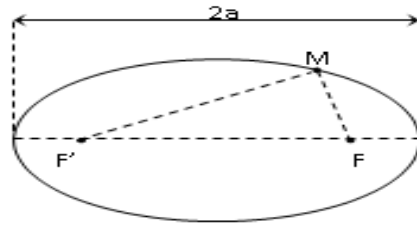
Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation :

$$FM + F'M = 2a$$

F et F' deux points constantes nommés foyers de l'ellipse

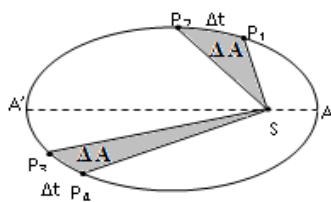
2a : Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique

a : est le demi grand axe de la trajectoire elliptique



❖ 2^{eme} loi de Kepler (1906) : Loi des aires

Le segment de droite (rayon) reliant le centre du Soleil S au centre de la planète P balaie des aires égales pendant des durées égales.



Le segment de droite SP balaie des aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer

La surface balayée ΔA par le segment SP au cours de son mouvement est proportionnel à la

durée du balayage Δt $C = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

C : Constante dépendante des planètes

❖ 3^{eme} loi de Kepler (1618) : Loi des périodes

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant.

$$\frac{T^2}{a^3} = K_s = C^{te}$$

Avec K_s : une constante pour toutes les planètes gravitantes autour du soleil, $K_s = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$

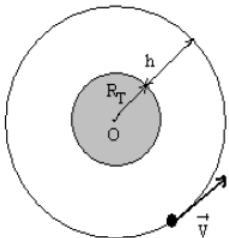
II. Etude du mouvement d'un satellite terrestre .

1. Type de mouvement:

Système : un satellite de masse m, assimilé à un point matériel, situé à une distance du centre de la Terre $R = R_T + h$ et la masse de la terre est M_T

Référentiel : géocentrique supposé galiléen

Bilan des forces : la seule force extérieure qui s'exerce sur le satellite est l'attraction terrestre \vec{F}



- La 2^{eme} loi de Newton appliquée au système étudié s'écrit : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$
- L'accélération \vec{a} est **colinéaire** à \vec{F} donc dirigée vers O en tout point de la trajectoire.
- Le mouvement étant circulaire, on peut utiliser un **repère de Frénet**. \vec{a} étant centripète : $\vec{a}_n = \vec{a}$ et $\vec{a}_u = \vec{0}$

On a : $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit que la vitesse v est constante. Le mouvement est donc **circulaire et uniforme**.

2. Mouvement circulaire uniforme :

❖ **Conditions d'un mouvement circulaire uniforme**

Soit un mobile de masse m et que son centre d'inertie G est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .

- Soit $\sum \vec{F} = \vec{F}$ la somme des forces agissant sur le mobile
- La 2^{eme} loi de Newton $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$
- On a $\vec{a}_G = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$ vu que Le mouvement est uniforme et $a_u = \frac{dv}{dt} = 0$ donc $\vec{F} = m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \vec{n}$

Conclusion :

Pour que le mouvement du centre d'inertie d'un mobile circulaire uniforme il faut que :

- La somme vectorielle des forces soit centrifuge (dirigée vers le centre)
- Le module de la somme vectorielle des forces est constant et vérifie la relation $F = m \cdot \frac{v^2}{r}$

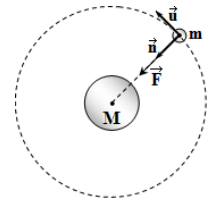
3. Mouvement planétaire des planètes et satellites :

Soit une planète de masse m décrivant un mouvement circulaire uniforme autour d'une autre planète référentielle de masse M (Le soleil par exemple ou autres planètes)

m en mouvement autour de M : m est le mobile et M est le référentielle

Dans un repère galiléen la planète (m) est soumise à la force gravitationnelle $\vec{F} = G \cdot \frac{m \cdot M}{d^2} \cdot \vec{n} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \cdot \vec{n}$

avec $d=r$: le rayon de la trajectoire



On applique la 2^{ème} loi de Newton sur le repère de Frénet

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G = \vec{F} \text{ et } \vec{F} \begin{cases} F_u = 0 \\ F_n = F \end{cases}$$

On projette sur les axes

Sur l'axe \vec{u}

$$F_u = m \cdot a_u = 0 \text{ et } a_u = 0$$

$$\text{D'où } a_u = \frac{dv}{dt} = 0$$

$$v = C^{te}$$

Le mouvement est donc uniforme

Sur l'axe \vec{n}

$$F_n = m \cdot a_n = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \text{ donc } a_n = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

Conclusion :

L'accélération de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

$$a_n = G \cdot \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

$$r = G \cdot \frac{M}{v^2} = C^{te} \\ \text{et le mouvement est circulaire}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{r} \text{ et } v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

Conclusion :

La vitesse de mouvement de la planète mobile (m) :

- Indépendante de sa masse (m)
- Dépend de M la masse de la planète référentielle
- Dépend de la position de (m) par rapport à (M)

Le mouvement est donc circulaire uniforme

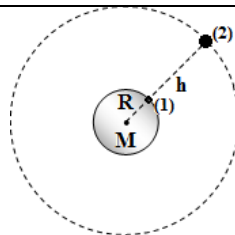
** Expression de l'accélération en deux points

Au niveau du sol (position (1)) :

$$a_0 = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

A une altitude h du sol (position (2)) :

$$a_h = G \cdot \frac{M}{(R+h)^2}$$



$$a_h = a_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

4. Période de révolution :

La période de révolution, aussi appelée période orbitale, est la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète autour d'un autre astre (par exemple une planète autour du Soleil ou un satellite autour d'une planète).

$$v = \frac{L}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} \quad L = 2 \cdot \pi \cdot r : \text{ le périmètre du cercle de rayon } r \text{ Et on a } \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M}{r} \text{ d'où } \frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M}$$

On en déduit que $\frac{T^2}{r^3} = K = C^{te}$ est une constante qui ne dépend que de la masse la planète référentielle et concorde bien avec la 3ème loi de Kepler

$$\text{Et la période de révolution } T \text{ est } T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M}}$$

5 La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

- Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur $h > 200$ km) ou la pesanteur est presque nulle (Eviter le frottement fluide)

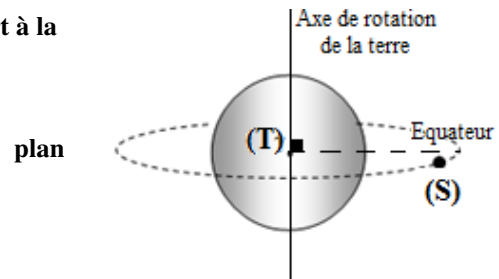
- Libérer le satellite avec une vitesse \vec{v}_0 normale au rayon R_s de sa trajectoire et de module $v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{r_T + h}}$

6. Les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires : **des satellites fixes (stationnaire) par rapport à la terre (géo).**

Pour que ce soit le cas, il faut que

- Ils décrivent un **mouvement circulaire uniforme** dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un **contenant l'équateur**.
- Qu'ils **tournent dans le même sens que la terre** autour de l'axe de ses pôles.
- Leur **période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre** autour de l'axe de ces pôles (24h).



On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

Utilisons l'expression de la période de ce satellite :

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_T}} \text{ avec } r = r_T + h \text{ donc } T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{(r_T + h)^3}{G \cdot M_T}} \text{ d'où } r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = r_T + h \text{ et } h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} - r_T = 36000 \text{ Km}$$

NB :

On peut considérer que $P = F$ et $a_G = g$

EXERCICE 1

Zarke AL Yamama, est un satellite marocain qui a pour fonction, de surveiller les frontières du royaume, de communiquer et de télédétection. Ce satellite a été réalisé par les experts du centre royal de télédétection spatial avec l'aide d'experts internationaux. Le satellite a été mis en orbite le 10 décembre 2001 à une altitude h de la surface de la Terre. Ce satellite (S) effectue environ 14 tours par jour autour de la Terre.

On suppose que la trajectoire de (S) est circulaire, et on étudie son mouvement dans le référentiel géocentrique.

On suppose que la Terre a une symétrie sphérique de répartition de masse.

On néglige les dimensions de (S) devant la distance qui le sépare du centre de la Terre.

Données :

La constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ (SI).

Rayon de la Terre : $r_T = 6350$ km.

Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

L'altitude h : $h = 1000$ km.

\vec{u}_{TS} : vecteur unitaire dirigé de O vers S.

1- Recopier le schéma de la figure 1 et représenter dessus le vecteur vitesse \vec{V}_S du satellite (S) et la force d'attraction universelle appliquée par la Terre sur (S).

2- Donner l'expression vectorielle de la force exercée par la Terre sur (S).

3- Écrire dans la base de frenet, l'expression du vecteur accélération du mouvement de (S).

4- En appliquant la deuxième loi de Newton sur le centre d'inertie du satellite (S) :

4-1- Montrer que le mouvement de (S) est circulaire uniforme.

4-2- Écrire l'expression de V_S en fonction de g_0 , r_T et h et calculer sa valeur.

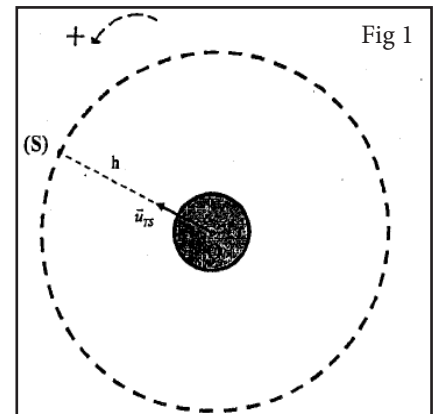
5- Montrer que la masse de la Terre est $M_T \approx 6 \cdot 10^{24}$ kg.

6- Montrer que le satellite (S) n'est pas fixe par rapport à un observateur terrestre.

7- Un satellite (S') tourne autour de la Terre à la vitesse angulaire ω et apparaît fixe par rapport à un observateur terrestre et envoie des photos utilisées en météorologie.

7-1- Démontrer la relation : $\omega^2 \cdot (r_T + z)^3 = \text{Cte}$; avec z la distance entre la surface de la Terre et le satellite.

7-2- Trouver la valeur de z .



EXERCICE 2

La planète Mars est l'une des planètes du système solaire qu'on peut détecter facilement dans le ciel à cause de sa luminosité et de sa couleur rouge. Il possède deux satellites naturels ; qui sont : Phobos et Déimos.

Les savants se sont intéressés à son étude depuis longtemps, et on envoyé plusieurs sondes spatiales pour son exploration ce qui a permis d'avoir d'importantes informations sur lui.

Cet exercice propose la détermination de quelques grandeurs physiques concernant cette planète.

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

- Rayon de Mars : $R_M = 6300$ km.

- La constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ (SI).

- La période de la rotation de Mars autour du Soleil : $T_M = 687$ jours ; 1 jour = 86400 s.

- Intensité de la pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

On considère que Mars et le Soleil ont une symétrie sphérique de répartition de la masse.

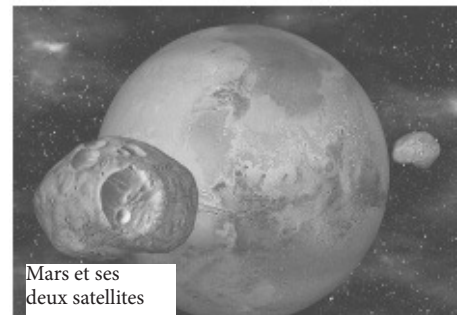
1- Détermination du rayon de la trajectoire de Mars et sa vitesse :

On considère que le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique est circulaire, sa vitesse est V et son rayon est r (on néglige les dimensions de Mars devant les distances le séparant du centre du Soleil et on néglige aussi les autres forces exercées sur lui devant l'attraction universelle exercée par le Soleil).

1-1- représenter sur un schéma la force exercée par le Soleil sur Mars.

1-2- Écrire en fonction de G , M_S , M_M et r , l'expression de l'intensité $F_{S/M}$ de la force d'attraction universelle exercée par le Soleil sur Mars. (M_M est la masse de Mars)

1-3- En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que :



1-3-1- Le mouvement de Mars est circulaire uniforme .

1-3-2- La relation entre la période et le rayon est : $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$. et que la valeur de r est : $r \approx 2,3.10^{11}$ m .

1-4- Trouver la vitesse V .

2- Détermination de la masse de Mars et l'intensité de la pesanteur à sa surface :

On considère que le satellite Phobos est en mouvement circulaire uniforme autour de Mars à la distance $z = 6000$ km de sa surface . La période de ce mouvement est $T_p = 460$ min (on néglige les dimensions de Phobos devant les autres dimensions) .

En étudiant le mouvement de Phobos dans un référentiel dont l'origine est confondue avec le centre de Mars , et qu'on suppose galiléen, trouver :

2-1- La masse M_M de Mars .

2-2- L'intensité de la pesanteur g_{oM} à la surface de Mars , et comparer la avec la valeur avec $g_{Mexp} = 3,8$ N.kg⁻¹ mesurée à sa surface moyennant des appareils sophistiqués .

EXERCICE 3

Jupiter est la plus grande planète parmi les planètes du système solaire , et à lui seul , il représente un petit monde parmi ce système puisqu'il y a soixante six satellites qui tournent autour de lui .

Cet exercice a pour objectif l'étude du mouvement de Jupiter autour du soleil et la détermination de quelques grandeurs physique qui le caractérisent

Données :

- Masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30}$ kg .

- La constante gravitationnelle : $G = 6,67.10^{-11}$ (SI) .

- La période de la rotation de Jupiter autour du Soleil : $T_J = 3,74.10^8$ s .

On considère que le soleil et Jupiter ont une symétrie sphérique de répartition de la masse et M_J le symbole de la masse de Jupiter .

On néglige les dimensions de Jupiter devant la distance séparant son centre et celui du Soleil , et on néglige toutes les autres forces exercées sur lui devant la force d'attraction universelle entre lui et le Soleil .

1- Détermination du rayon de la trajectoire de Jupiter et sa vitesse

On considère que le mouvement de la planète Jupiter dans le référentiel héliocentrique est circulaire et le rayon de sa trajectoire est r .

1-1- Écrire l'expression de la force d'attraction universelle en fonction M_J , M_S , G et r .

1-2- En appliquant la deuxième loi de Newton :

1-2-1- Écrire les expressions des coordonnées du vecteur accélération dans la base de Frénet , et en déduire que le mouvement de Jupiter est circulaire uniforme .

1-2-2- Montrer que la troisième loi de Kepler s'écrit comme suit : $\frac{T_J^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$.

1-3- Vérifier que $r \approx 7,8.10^{11}$ m .

1-4- Trouver la vitesse V de Jupiter au cours de sa rotation autour du Soleil .

2- Détermination de la masse de Jupiter

On considère que Io est l'un des satellites de Jupiter , découvert par Galilée , et qui est en mouvement circulaire uniforme de rayon $r' = 4,8.10^8$ m et de période $T_{Io} = 1,77$ jours autour du centre de Jupiter .

On néglige les dimensions de Io devant les autres dimensions , et on néglige toutes les autres forces exercées sur lui devant la force d'attraction universelle entre lui et Jupiter .

En étudiant le mouvement du satellite Io , dans un référentiel dont l'origine est confondu avec le centre de Jupiter et considéré galiléen , déterminer la masse M_J de Jupiter .

EXERCICE 4

Une « exoplanète » est une planète qui tourne autour d'une étoile autre que le soleil. Ces dernières années, les astronomes ont découvert quelques milliers d'exoplanètes en utilisant des instruments scientifiques sophistiqués. «Mu Arae» est une étoile qui est loin de notre système solaire de 50 années-lumière, quatre exoplanètes gravitent autour d'elle selon des trajectoires supposées circulaires. On symbolise cette étoile par la lettre S.

On se propose dans cet exercice de déterminer la masse de l'étoile «Mu Arae» par application de la deuxième loi de Newton et les lois de Kepler sur l'une des exoplanètes symbolisée par la lettre b.

On considère que S a une distribution sphérique de masse et que l'exoplanète b a des dimensions négligeables devant les distances la séparant de son étoile S.

On néglige l'action des autres exoplanètes sur l'exoplanète b .

La seule force à prendre en considération est la force de gravitation universelle entre l'exoplanète b et l'étoile S.

On étudie le mouvement de b dans un référentiel supposé galiléen, lié au centre de S.

Données :

- La constante de gravitation universelle : $G = 6,67.10^{-11}$ (S.I) ;

- Le rayon de la trajectoire de b autour de S : $r_b = 2,24.10^{11}$ m ;

- la période de révolution de b autour de l'étoile S : $T_b = 5,56.10^7$ s .

1- Écrire l'expression de l'intensité F_{Sb} de la force de gravitation universelle, exercée par l'étoile S, de masse M_S , sur l'exoplanète b, de masse m_b .

2- En appliquant la deuxième loi de Newton :

2-1- Montrer que le mouvement circulaire de l'exoplanète b autour de son étoile S, est uniforme.

2-2- Établir la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = K$. K étant une constante.

2-3- Déterminer la masse M_S de l'étoile S.

EXERCICE 5

Le transfert d'un satellite artificiel terrestre (S) sur une orbite circulaire basse de rayon r_1 vers une orbite circulaire haute de rayon r_2 se fait en passant par une orbite elliptique tangente aux deux orbites circulaires comme l'indique la figure 3 . Le centre O de la Terre constitue l'un des foyers de la trajectoire elliptique .

Données : $r_1 = 6700$ km ; $r_2 = 42200$ km ; constante de gravitation universelle $G = 6,67.10^{-11}$ S.I

Masse de la Terre $M_T = 6,0.10^{24}$ kg ; On rappelle la propriété de l'ellipse de foyer O et O' et de demi-

grand axe $a : OM + O'M = 2a$ avec M un point appartenant à l'ellipse .

On suppose que le satellite artificiel (S) est ponctuel et n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre et que la Terre effectue un tour complet autour de son axe de rotation en 24h .

On étudie le mouvement de (S) dans le repère géocentrique .

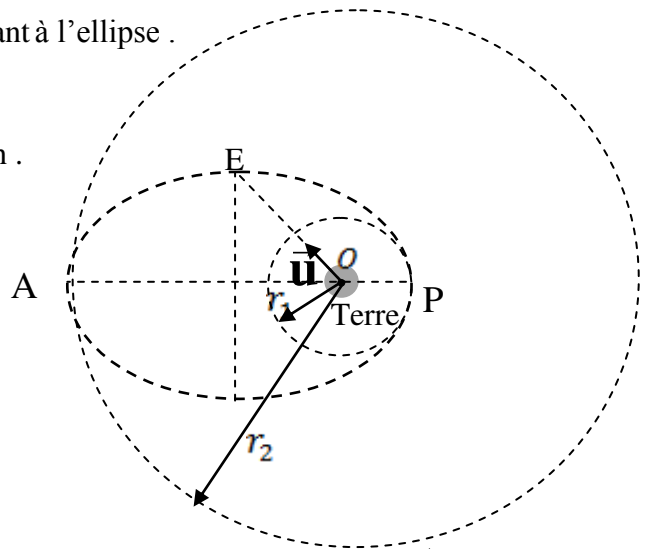
1. En utilisant l'équation aux dimensions , déterminer la dimension de la constante G .

2- On note T_1 et T_2 les périodes respectives de (S) sur l'orbite circulaire basse et l'orbite circulaire haute .

Exprimer T_1 en fonction de r_1 , r_2 et T_2 . Calculer la valeur de T_1 sachant (S) est géostationnaire sur l'orbite circulaire haute.

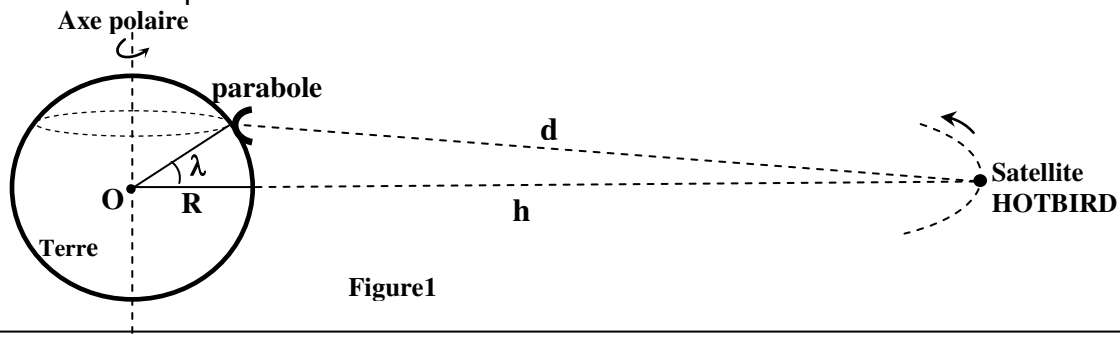
3- On considère le point E qui appartient au petit axe de la trajectoire elliptique défini par $\overline{OE} = OE.u$ et $\|\vec{u}\|=1$. Donner l'expression du vecteur accélération \vec{a}_s de (S) au point E en fonction de G , M et OE .

Calculer $\|\vec{a}_s\|$ au point E .



EXERCICE 6

Le satellite HOTBIRD apparaît immobile pour un observateur fixe sur la surface de la terre . Ce satellite est utilisé pour les télécommunications et les émissions radio et télévisées.



Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 5,98.10^{24}$ kg ; - Rayon de la Terre : $R = 6400$ km ;
- Constante d'attraction gravitationnelle : $G = 6,67.10^{-11}$ (S.I) ;
- On suppose que la Terre est une sphère à répartition massique symétrique ;
- La Terre effectue un tour complet autour de se son axe polaire en $T=23h56min4s$;
- La hauteur de l'orbite du satellite HOTBIRD par rapport à la surface de la terre est $h = 36000$ km .

1- La parabole et la réception des ondes électromagnétiques

Une parabole est fixée sur le toit d'une maison qui se trouve à la latitude $\lambda=33,5^\circ$.

1.1- Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse v_p de la parabole concave supposée ponctuelle .

1.2- Justifier pourquoi il n'est pas nécessaire que la parabole soit munie d'un système rotatoire qui permet de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD .

2- Etude du mouvement du satellite HOTBIRD

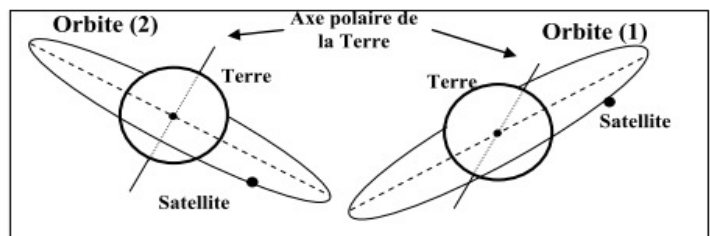
On assimile le satellite HOTBIRD à un point matériel de masse m_s .

2.1- En appliquant la deuxième loi de Newton , établir l'expression de la vitesse v_s du satellite HOTBIRD sur son orbite en fonction de G , M , R et h . calculer v_s .

2.2- On considère deux orbites hypothétiques (1) et (2) d'un satellite en mouvement circulaire uniforme comme l'indique la figure(2) .

Choisir la réponse juste en justifiant votre choix :
L'orbite qui correspond au satellite HOTBIRD est :

- L'orbite (1) .
- L'orbite (2) .



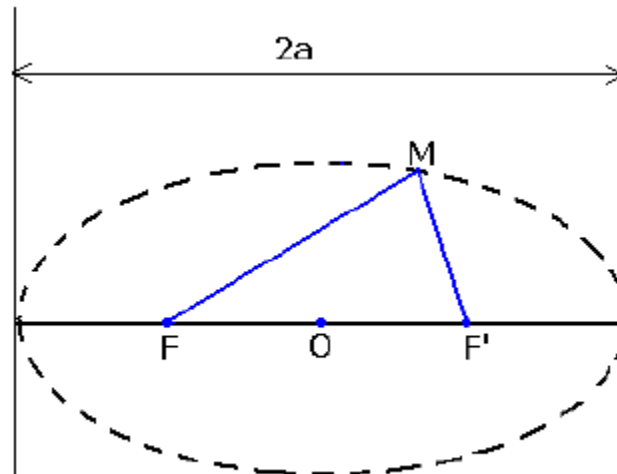
Les lois de Kepler

L'étude du **mouvement des planètes** s'effectue dans un **repère héliocentrique** (on se place au centre du soleil).

L'étude du **mouvement des satellites** de la terre se fait dans un **repère géocentrique** (on se place au centre de la terre). Ces deux référentiels sont **considérés comme galiléens** (les lois de Newton y sont applicables).

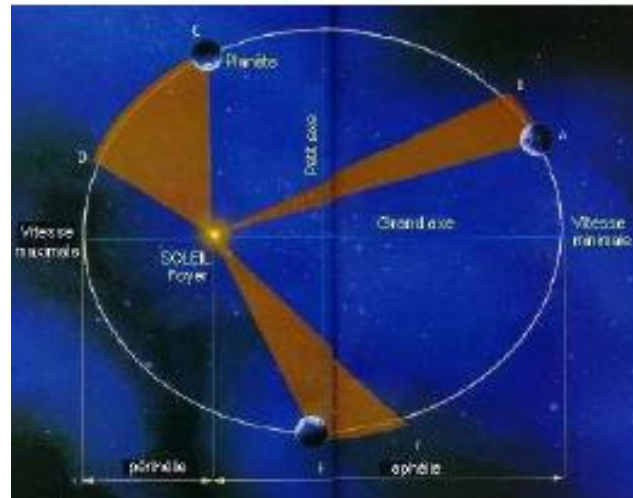
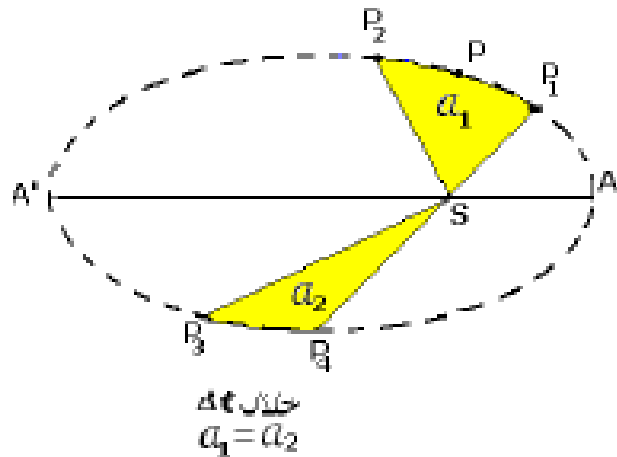
Première loi de Kepler:

Dans le **référentiel héliocentrique**, le centre d'une planète gravitant autour du soleil suit une **trajectoire elliptique** dont **un des foyers est le centre du soleil**.



Deuxième loi de Kepler:

Le segment de droite qui relie le centre de la terre et le centre du soleil balaie des **aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer**. Il balaie des aires égales pour des durées égales.



Troisième loi de Kepler

Le carré de la période d'une planète autour du soleil est proportionnel au cube de la longueur du demi-grand axe de son orbite.

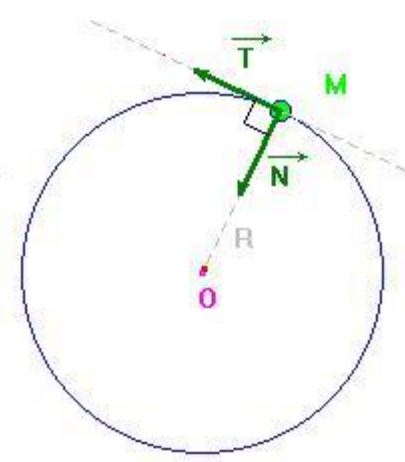
Ce rapport de proportionnalité est le même pour toutes les planètes du système solaire. En posant $a = AB/2$ on a donc:

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

T : période de révolution de la planète en s
 a : longueur du demi-grand axe de l'orbite en m
 K : coefficient de proportionnalité en $s^2 \cdot m^{-3}$

Lorsque **les deux foyers de l'ellipse** décrivant la trajectoire sont presque **confondus**, on assimile cette dernière à une **trajectoire circulaire uniforme**

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{T}) = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{T} + v \cdot \frac{d\vec{T}}{dt} \quad \vec{v} = v \cdot \vec{T}$$



$$v = \text{cte} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{N}$$

$$\|\Sigma \vec{F}_{\text{ext}}\| = \frac{mv^2}{r}$$

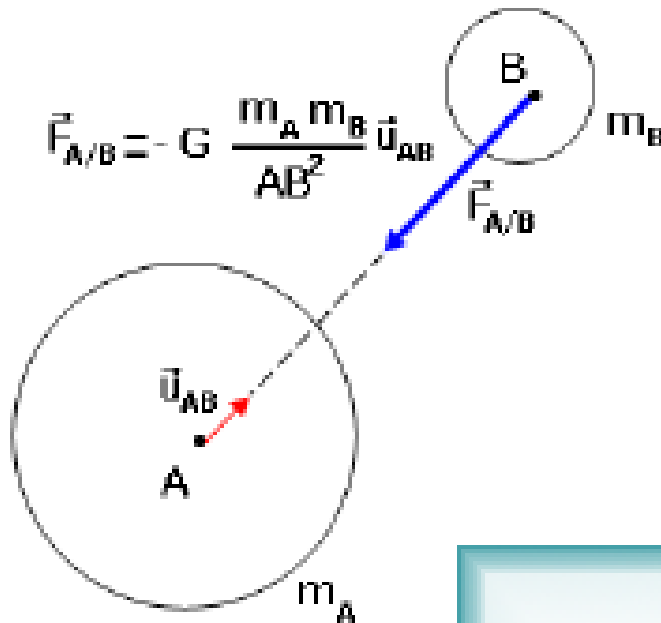
$\|\Sigma \vec{F}_{\text{ext}}\|$: norme du vecteur somme
 m: masse du solide mis en orbite en Kg
 v: vitesse du solide en orbite en m.s⁻¹
 r: rayon de l'orbite en m

On déduit de cette relation et à l'aide de la seconde loi de Newton la **vitesse du solide en orbite circulaire**:

$$mg = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{gr}$$

v: vitesse du solide en orbite en m.s⁻¹
 g: accélération de la pesanteur en m.s⁻²
 r: rayon de l'orbite en m

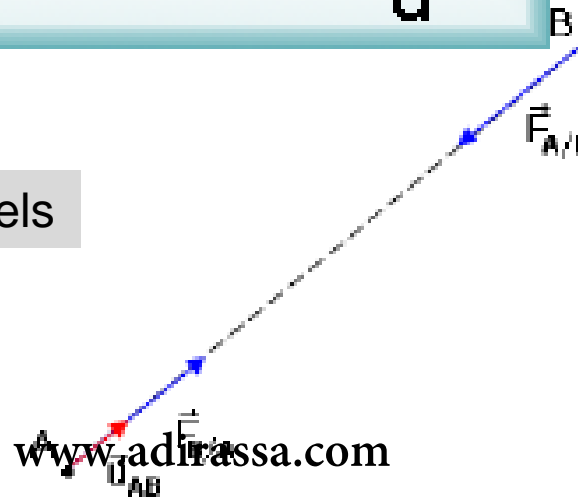
La loi de la gravitation universelle est donnée par la relation:



- $F_{A/B}$: Force de l'objet A sur l'objet B en N
- $F_{B/A}$: Force de l'objet B sur l'objet A en N
- G : constante de gravitation universelle en $N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$
- m_A : masse de l'objet A en Kg
- m_B : masse de l'objet B en Kg
- d : distance entre l'objet A et l'objet B en m

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \frac{m_A m_B}{d^2}$$

Cas de deux solides ponctuels



solide en orbite autour de la Terre:

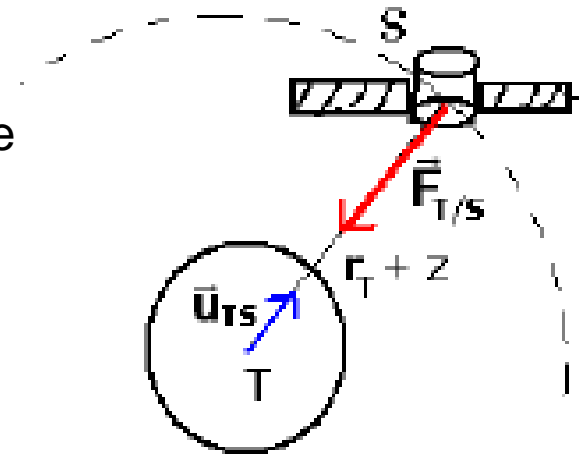
Rotation du solide est un mouvement circulaire uniforme

Force exercée par la terre sur le solide

$$\vec{F}_{T/S} = -G \frac{M_T M_S}{r} \vec{u}_{TS}$$

Loi de Newton $\vec{F}_{T/S} = -G \frac{M_T M_S}{r} \vec{u}_{TS} = M_S \vec{a}$

Avec $\vec{a} = -\frac{v^2}{r} \vec{u}_{TS}$ Accélération normal



$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

Remarque

$$r = R_T + z$$

De cette relation on déduit la **période de révolution d'un solide en orbite autour de la Terre:**

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_T}}$$

T : période de révolution de du solide en s

r : rayon de l'orbite circulaire en m

G : constante de gravitation universelle en $N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

M_T : masse de la Terre en Kg

Remarque

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

Ce rapport ne dépend pas du solide étudié

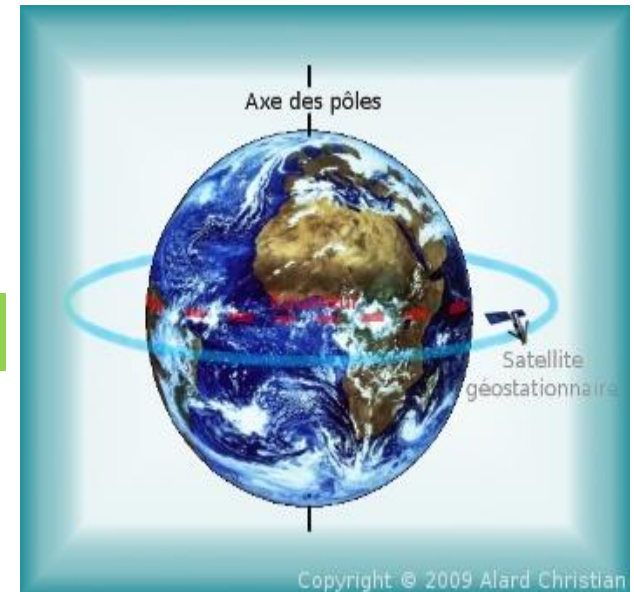
Un satellite qui reste en permanence **au dessus d'un point fixe de la Terre pris à l'équateur** est appelé « **satellite géostationnaire** ».

Un Satellite Géostationnaire est un Satellite qui reste toujours à la verticale d'un même point P de la Terre.

- Le plan de l'orbite dans le référentiel géocentrique est le plan équatorial.

Période de révolution d'un Satellite Géostationnaire :

C'est la durée pour effectuer un tour dans le référentiel géocentrique : c'est la durée d'un jour sidéral $1 \text{ j} = 86164 \text{ s} = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$



Altitude de révolution d'un Satellite Géostationnaire :

$$T = \frac{2 \pi \sqrt{r^3}}{\sqrt{G \cdot M_T}} \Rightarrow T^2 = \frac{4 \pi^2 r^3}{G \cdot M_T}$$

$$r^3 = \frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \pi^2}}$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \pi^2}} \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4 \pi^2}} - R_T$$

$$h \approx \sqrt[3]{\frac{86164^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 6,0 \times 10^{24}}{4 \pi^2}} - 6400 \times 10^3$$

$$h \approx 3,58 \times 10^7 \text{ m} \approx 35\,800 \text{ km}$$

Applications

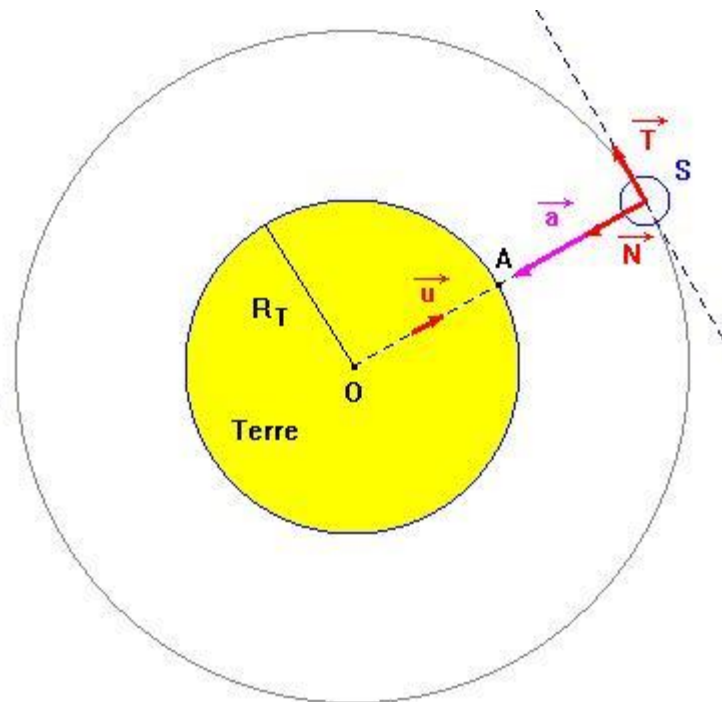
1)- Détermination de la masse de la terre

Les Satellites géostationnaires de la Terre ont une orbite circulaire de rayon $r_G = (R_T + h) = 42164 \text{ km}$ et une période $T_G = 86164 \text{ s}$. Calculer la masse M_T de la Terre.

On a
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \pi^2}{G \cdot M_T} = \text{cte} \quad \Rightarrow \quad M_T = \frac{4 \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$

$$M_T \approx \frac{4 \pi^2 \times (42164 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (86164)^2}$$

$$M_T \approx 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$$



Niveaux: SM PC SVT

Matière: Physique

PROF: Zakaryae Chriki

Résumé N:14

Mouvement de rotation



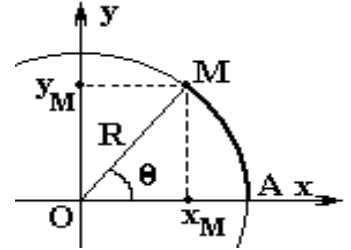
1. Définition :

Un mouvement de rotation est tout mouvement qu'effectue un corps autour d'un axe fixe (Δ) selon une trajectoire circulaire de rayon R autour de cet axe.

2. Repérage d'un point du mobile:

On peut déterminer la position d'un point M en mouvement le long d'un trajet circulaire de rayon R soit par :

- Les coordonnées cartésiennes (x, y) dans un référentiel (Oxy)
 $x=R.\cos(\theta)$ et $y=R.\sin(\theta)$ avec $R=OM$
- L'abscisse angulaire θ tel que $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$
- L'abscisse curvilignes $S(t)$ et c'est l'arc AM avec $S = \widehat{AM} = R.\theta$ avec A : l'origine des abscisses curvilignes $S(A)=0$



NB :

- $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$: L'équation d'un cercle de rayon R et les coordonnées de son centre (a,b)
- L'angle balayé entre deux instants est $\theta=2\pi.n$ ou $\Delta\theta=2\pi.n$ avec n le nombre de tours effectués entre les deux instants

3. Les équations horaires du mouvement circulaires

	Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément varié
Accélération angulaire (rad.s^{-2})	Null $\ddot{\theta} = 0$	Constante $\ddot{\theta} = C^{te} \neq 0$
Vitesse angulaire (rad.s^{-1})	Constante $\dot{\theta} = C^{te} \neq 0$	Varie en fonction du temps $\dot{\theta} = \dot{\theta}.t + \dot{\theta}_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
Abcisse angulaire (rad)	$\theta = \dot{\theta}.t + \theta_0$ Une fonction affine de temps d'où $\dot{\theta} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

NB : Tous les points d'un solide en rotation autour d'un axe fixe et à tout moment tourne avec :

- Le même abcisse angulaire θ ou la même variation angulaire $\Delta\theta$
- La même vitesse angulaire $\dot{\theta} = C^{te}$
- La même accélération angulaire $\ddot{\theta} = C^{te}$

4. Relation entre grandeur linéaire (translation) et angulaire (rotation) :

- La relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire $S=R.\theta$
 - La relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire $V = R.\dot{\theta}$
 - La relation entre l'accélération tangentielle (linéaire) et l'accélération angulaire $a_u = a_t = \frac{dv}{dt} = R.\ddot{\theta}$
 - La relation entre l'accélération normale et la vitesse angulaire $a_n = \frac{v^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$
- $a_G = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$: accélération du mobile en rotation autour d'un axe fixe (Δ)

Les points A et B :

- Parcours les même distances S ,
 $S_1=S_2$
- Avec la même vitesse,
 $V_1=V_2$
- Et la même accélération,
 $a_1=a_2$

Les points A et B :

- Parcours des distances différentes
 $S_1=r_1.\theta$ et $S_2=r_2.\theta$ d'où $\frac{S_2}{S_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- avec des vitesses différentes
 $V_1 = r_1.\dot{\theta}$ et $V_2 = r_2.\dot{\theta}$ d'où $\frac{V_2}{V_1} = \frac{r_2}{r_1}$
- Et des accélérations différentes
 $a_1 = r_1.\ddot{\theta}$ et $a_2 = r_2.\ddot{\theta}$ d'où $\frac{a_2}{a_1} = \frac{r_2}{r_1}$

5. Relation fondamentale ed la dynamique (RFD):

$$\sum \mathbf{M}_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$$

Dans un référentiel galiléen, la somme des moments des forces , appliquées à un corps en rotation autour d'un axe fixe (Δ) , est proportionnelle à l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ subie par ce corps

J_{Δ} : moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)

** Comment exploiter la relation fondamentale de la dynamique (RFD)

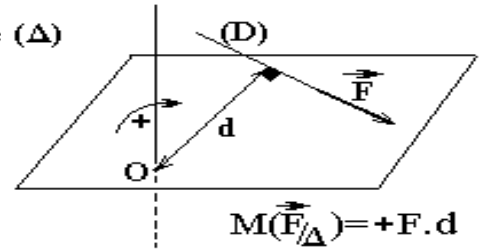
Pour résoudre un problème de dynamique en utilisant la **RFD**, la méthode est toujours la même :

1. Préciser le système à étudier
2. Faire le bilan de toutes les forces qui agissent sur le point matériel étudié (ou le centre d'inertie de l'objet étudié).
 - 2.1. Forces de contact
 - 2.2. Forces à distance
3. Faire un schéma précis et suffisamment grand pour pouvoir y représenter (tant que c'est possible) toutes les forces dont les caractéristiques bien connues.
Exemples : le poids \vec{P} et \vec{R} la réaction de l'axe (Δ)
4. Choisir un sens positif de rotation (Souvent identique au sens de mouvement)
5. Déterminer l'expression du travail de chacune des forces du bilan
6. Appliquer la **RFD**
7. Répondre !!!

6. Moment d'une force par rapport à un axe fixe

$$M(\vec{F}/\Delta) = \pm F \cdot d$$

l'axe (Δ)



- Préciser l'axe (Δ)
- Choisir un sens positif (Souvent dans le sens de mouvement)
- Prolonger (D) la direction (Droite d'action) de la force \vec{F}
- Tracer la perpendiculaire à (D) la direction de la force \vec{F} et passant par l'axe (Δ)
- Déterminer la distance d entre l'axe (Δ) et (D) la direction de la force \vec{F}

NB:

$M(\vec{F}/\Delta) = 0$: le moment d'une force est nul pour toute force dont la direction est parallèle ou sécante l'axe (Δ)

7. Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation

$$J_{\Delta} = \sum m_i \cdot r_i^2 :$$

- Moment d'inertie du mobile par rapport à l'axe de rotation (Δ)
- S'exprime en Kg.m²
- Exprime la répartition de la matière autour de l'axe (Δ)
- Varie si :
 - On ajoute des masses au système
 - On modifie la position d'au corps du système (modifier la distance r_i)
 - La position de l'axe (Δ) change

Tige	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par son centre		$I = \frac{1}{12} ML^2$
	Tige mince de longueur L tournant autour d'un axe perpendiculaire à elle-même passant par une extrémité		$I = \frac{1}{3} ML^2$

EXERCICE 1

- La vitesse angulaire du point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est $\dot{\theta} = 10 \text{ rad/s}$;
 - Calculer l'accélération angulaire du point M ;
 - Quelle est la nature du mouvement du point M ?
 - Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps , sachant que son abscisse angulaire à l'origine des dates est $\theta_0 = 2 \text{ rad}$
- L'expression de l'abscisse angulaire du point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :

$$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$$

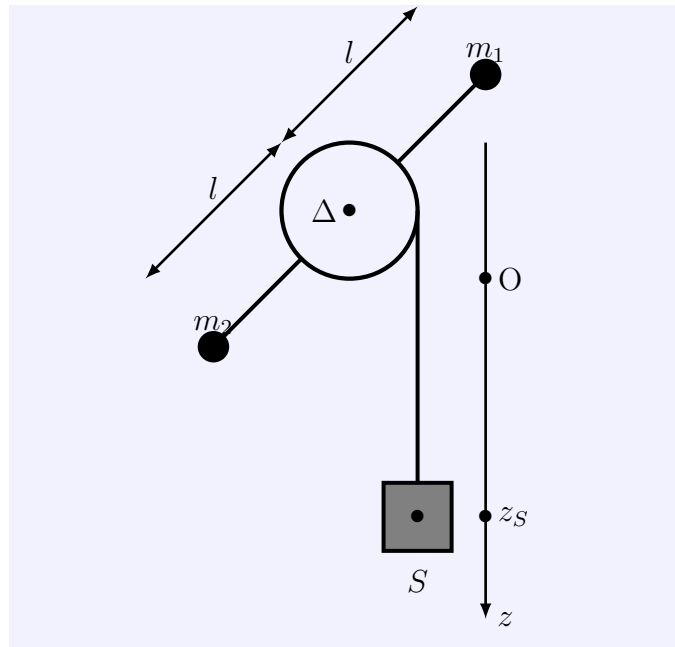
t est en (s) et θ en rad .

- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N en fonction du temps
- Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N en fonction du temps
- Quelle est la nature du mouvement du point N .

EXERCICE 2

On considère un cylindre (C) homogène de masse $M = 1 \text{ kg}$ et de rayon $r = 10 \text{ cm}$ pouvant tourner autour d'un axe fixe Δ , horizontal en passant par son centre d'inertie (G) . Une tige (T) de masse négligeable, fixée au cylindre en passant par G , à ces deux extrémités on fixe deux corps ponctuels de même masse $m_1 = m_2 = 0,5 \text{ kg}$ leurs centres de gravité se trouvent à une distance $l = 50 \text{ cm}$ de l'axe de rotation (Δ).

En enroule sur le cylindre un fil inextensible , de masse négligeable et on fixe l'autre extrémité du fil à un solide (S) de masse $m = 10 \text{ kg}$. Le fil ne glisse pas sur le cylindre . On lâche le système sans vitesse initiale à la date $t = 0$. on néglige toute sorte de frottement pendant le mouvement du système .



- Donner la signification physique des condition suivantes :
 - * un fil inextensible , Le fil ne glisse pas sur le cylindre
- Déterminer l'accélération $a = \frac{d^2z}{dt^2}$ du solide (S) et la tension du fil au cours du mouvement du système . L'axe Oz est orienté vers le bas .
- Quelle est la vitesse angulaire du cylindre lorsque le solide parcourt une altitude $h = 5 \text{ m}$

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$

EXERCICE 3

Un anneau de moment d'inertie J_Δ tourne autour de son axe (Δ) à raison de 90 tours par minute .

Pour freiner cet anneau , on exerce sur lui un couple de forces de moment \mathcal{M}_C constant jusqu' à son arrêt. $\mathcal{M}_C = -0,2 \text{ N/m}$. On néglige les frottements .

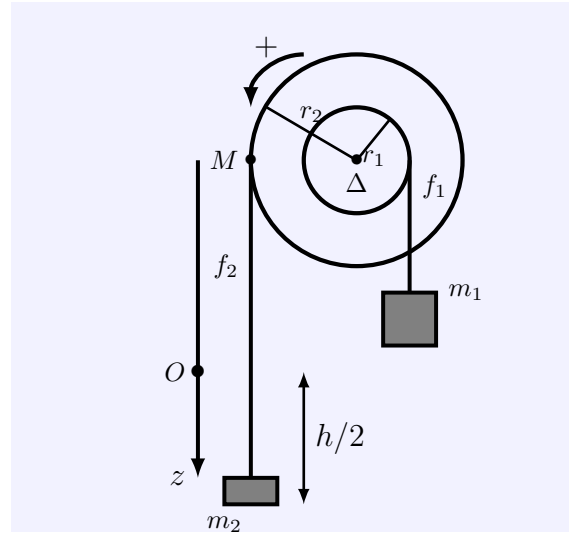
1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant ? Justifier la réponse .
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire de l'anneau pendant l'action du couple de freinage sachant que $J_{\Delta} = 8 \times 10^{-3} kg.m^2$.
3. Calculer la durée de freinage .

EXERCICE 4

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance , de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est $J_{\Delta} = 1,7 \times 10^{-1} kg.m^2$.

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable . Soit f_1 le fil enroulé sur D_1 de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse $m_1 = 3kg$ et soit f_2 le fil enroulé sur le cylindre D_2 de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2kg$.

On libère le système sans vitesse initiale .



1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre

2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par

$$\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \text{ peut s'écrire sous la forme suivante :}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{r_1 \cdot g(2m_2 - m_1)}{J_{\Delta} + r_1^2(4m_2 + m_1)}$$

3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2

4. Calculer les deux tensions T_1 de f_1 et T_2 de f_2 .

5. À l'instant $t = 0$ les deux corps se trouvent de la même hauteur du plan horizontal ($h=0.5m$) et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas .

On considère le point M contact entre le fil f_2 et D_2 voir figure .Trouver les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a}_M en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de $\frac{h}{2}$.

On donne $g = 10m/s^2$

Mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe

uniquement pour sc math et sc physique

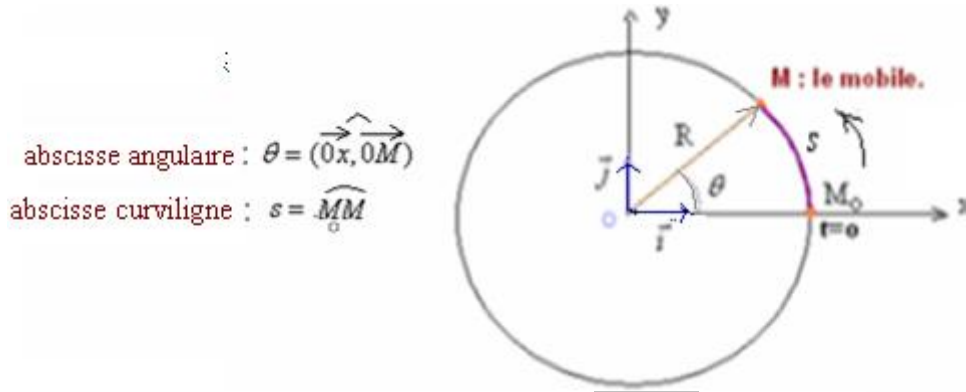
I- Abscisse curviligne et abscisse angulaire - vitesse linéaire et vitesse angulaire:

1) Rappel:

Un corps solide est en mouvement circulaire autour d'un axe fixe si tous ses points décrivent des trajectoires circulaires centrées sur cet axe (seuls les points situés sur cet axe sont immobiles).

2) Repérage de la position d'un mobile:

On repère la position d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe (Δ) en utilisant l'abscisse curviligne ou bien l'abscisse angulaire.



abscisse angulaire : $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$
 abscisse curviligne : $s = \widehat{MM_0}$

Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire : $s = R \cdot \theta$ (R : rayon du cercle).

3) La vitesse angulaire :

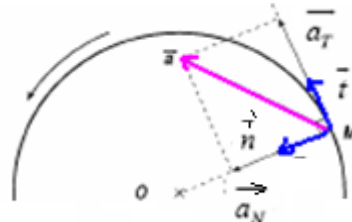
La vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est la dérivée de l'abscisse angulaire par rapport au temps : $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ (en rad/s)

La vitesse linéaire : v, est la dérivée de l'abscisse curviligne par rapport au temps : $v = \frac{ds}{dt}$ (en m/s)

Relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire : on a : $s = R \cdot \theta$ par dérivation : $\frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = R \cdot \dot{\theta}$

4) Accélération angulaire et accélération linéaire :

L'accélération angulaire est la dérivée de la vitesse angulaire par rapport au temps : $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt}$ (en rad/s²)



Dans le repère de Frenet le vecteur accélération : $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ possède deux composantes .

La composante tangentielle : $a_t = \frac{dv}{dt}$ avec : $v = R \cdot \dot{\theta}$ donc : $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\dot{\theta})}{dt} = R \cdot \frac{d\dot{\theta}}{dt} = R \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow a_t = R \cdot \ddot{\theta}$

La composante normale : $a_n = \frac{v^2}{R}$ avec : $v = R \cdot \dot{\theta}$ donc : $a_n = R \cdot \dot{\theta}^2$

II -Le principe fondamentale de la dynamique pour un corps en rotation autour d'un axe fixe:

1) Enoncé du PFD:

La somme des moments des forces extérieures qui s'exercent sur un solide en rotation autour d'un axe fixe est égale au moment d'inertie du solide multiplié par son accélération angulaire.

$$\sum M \vec{F}_{ext/\Delta} = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} \quad , \quad J_{\Delta} : \text{Moment d'inertie du corps solide en (kg.m}^2\text{)}$$

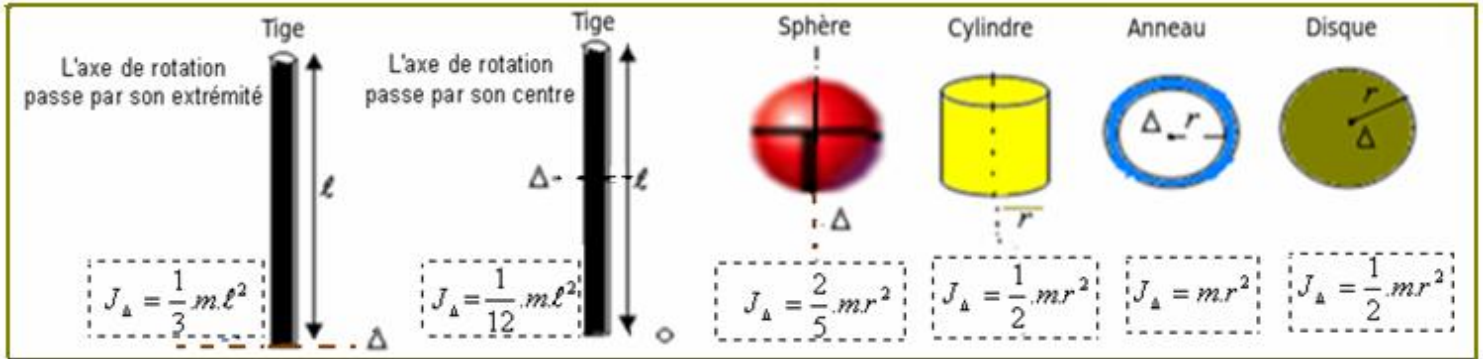
$\ddot{\theta}$: Accélération angulaire en (rad/s²)

- Si $\ddot{\theta} = 0$, le solide est en **mouvement de rotation uniforme**, l'équation horaire du mouvement est : $\theta = \dot{\theta} \cdot t + \theta_0$

- Si $\ddot{\theta} = C^{te}$; le solide est en **mouvement de rotation uniformément varié**, l'équation horaire du mouvement est :

$$\dot{\theta} = \ddot{\theta} \cdot t + \dot{\theta}_0 \quad \text{et l'équation de la vitesse angulaire est:} \quad \theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} \cdot t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$$

2) Expression du moment d'inertie de quelques corps solides:

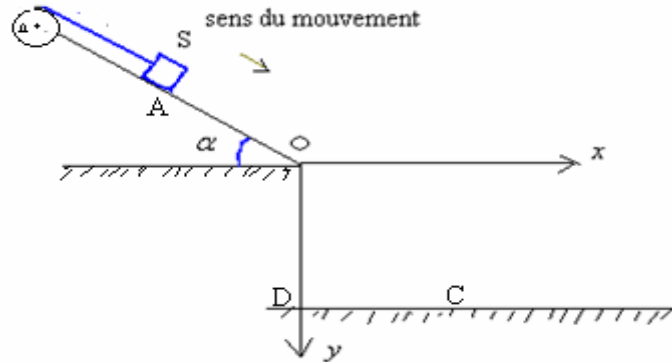


II - Exercices d'applications:

1) Exercice n°1:

On considère un corps S de masse $m = 0,25\text{ kg}$ capable de glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à la ligne horizontale. Le corps S est fixé par extrémité inférieure à un fil inextensible de masse négligeable et enroulé sur un cylindre homogène de rayon $r = 5\text{ cm}$, capable de tourner sans frottement autour d'un axe horizontal et fixe Δ .

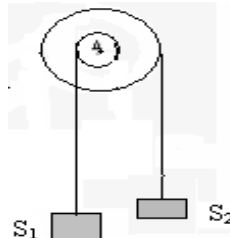
On donne : $J_\Delta = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- 1) On libère le corps S du point A sans vitesse initiale et il glisse sans frottement sur le plan incliné provoquant la rotation du cylindre.
 - 1-1- Déterminer l'accélération du corps S et en déduire la nature de son mouvement.
 - 1-2- Déterminer la vitesse v_1 du corps S au point O sachant que $OA = 2\text{ m}$.
- 2) Au point O le fil se détache du cylindre à un instant $t = 0$ et le corps S tombe au point C d'une altitude $OD = 75\text{ cm}$.
 - 2-1 - Donner les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du corps S dans le repère (O, x, y) .
 - 2-2- En déduire :
 - a) la durée de chute du corps S.
 - b) La distance DC.
- 3) Lorsque le fil se détache du cylindre, ce dernier est soumis à un couple résistant de moment constant $M_\Delta = -7,5 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ et il s'arrête de tourner après avoir effectué plusieurs tours.
 - 3-1- Déterminer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du cylindre.
 - 3-2- Quel est le nombre de tours effectué par le cylindre durant le freinage.

2) Exercice n°2:

On considère une poulie à double gorge de rayons $R_1 = 10\text{ cm}$ et $R_2 = 20\text{ cm}$ qui peut tourner sans frottement autour d'un axe Δ fixe. Les deux corps S_1 et S_2 sont suspendus par deux fils inextensibles enroulés sur les poulies comme l'indique la figure.



On donne : $g = 10 \text{ m/s}^2$. Moment d'inertie de la poulie à double gorge : $J_\Delta = 2 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

- 1) Déterminer l'expression de m_2 en fonction de m_1 , R_1 et R_2 pour que la poulie reste en équilibre..
- 2) On utilise par la suite $m_1 = 1\text{ kg}$ et $m_2 = 0,7\text{ kg}$ puis on libère le système sans vitesse initiale à un instant $t = 0$.
 - 2-1- a) Déterminer le sens du mouvement.
 - b) Montrer que l'accélération angulaire du système des deux poulies $\{P_1 + P_2\}$ est:

$$\ddot{\theta} = \frac{g(m_2 \cdot R_2 - m_1 \cdot R_1)}{m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + J_\Delta}$$

2-2- Calculer sa valeur.

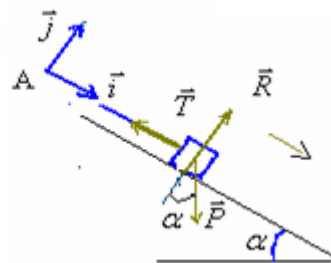
2-3- Quel est le nombre de tours effectués par le système des deux poulies $\{P_1 + P_2\}$ pendant la durée $t = 2\text{ s}$?

1) Correction de l'exercice n°1:

1) 1-1. Le système étudié (le corps S)

Bilan des forces : les forces qui s'exercent sur le corps C sont :

- \vec{P} : poids du corps C.
- \vec{R} : réaction du plan incliné sur le corps C.
- \vec{T} : tension du fil.



On considère un repère (A, \vec{i}, \vec{j}) que l'on considère galiléen.

. Application de la deuxième loi de Newton $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \vec{a}_G$

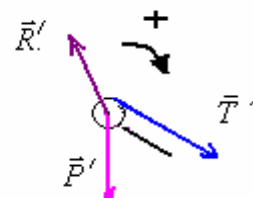
. Par projection de la relation précédente sur l'axe ox on a : $P \cdot \sin \alpha + 0 - T = m \cdot a \Rightarrow T = m \cdot (g \cdot \sin \alpha - a)$

$a_y = 0$ pas de mouvement selon oy donc : $a = a_x$

. Le système étudié (la poulie P)

. Bilan des forces : les forces qui s'exercent sur la poulie sont :

- \vec{P}' : poids de la poulie.
- \vec{R}' : réaction de l'axe de rotation sur la poulie.
- \vec{T}' : tension du fil. (force exercée par le fil sur la poulie)



. Application du principe fondamental de la dynamique : $\sum M_{P_i} = J_A \cdot \ddot{\theta}$

$M(\vec{P}'_{i_A}) + M(\vec{R}'_{i_A}) + M(\vec{T}'_{i_A}) = J_A \cdot \ddot{\theta}$ on a : $M(\vec{P}'_{i_A}) = 0$, $M(\vec{R}'_{i_A}) = 0$

donc : $M(\vec{T}'_{i_A}) = J_A \cdot \ddot{\theta}$ avec : $M_A(\vec{T}'_{i_A}) = +T' \times r$

$$\Rightarrow T' \times r = J_A \cdot \ddot{\theta} \quad \text{avec : } \ddot{\theta} = \frac{a}{r} \quad \text{d'où : } T' = \frac{J_A \cdot a}{r^2}$$

Or le fil est inextensible, il garde la même tension en tous ses points, donc : $T = T' \Rightarrow m \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) = \frac{J_A \cdot a}{r^2}$

donc : $m \cdot g \cdot \sin \alpha = a \left(m + \frac{J_A}{r^2} \right)$ d'où : $a = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{m + \frac{J_A}{r^2}} = \frac{0,25 \times 10 \cdot \sin 30}{0,25 + \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}} = 1 \text{ m/s}^2$

1-2. Le corps S se déplace sur une trajectoire rectiligne avec une accélération constante donc son mouvement est rectiligne uniformément varié.

L'équation horaire du mouvement est : $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$ avec : $a = 1 \text{ m/s}^2$, $v_0 = 0$ et $x_0 = 0$. donc : $x = 0,5 \cdot t^2$

Au point O on a : $x = OA = 2 \text{ m}$. donc $OA = 0,5 \cdot t^2$ le temps mis pour parcourir cette distance : $t_1 = \sqrt{\frac{OA}{0,5}} = \sqrt{\frac{2}{0,5}} = 2 \text{ s}$

L'équation de la vitesse est : $v = a \cdot t + v_0$ avec : $v_0 = 0$ donc : $v = a \cdot t$

En remplaçant dans l'équation de la vitesse : $v_1 = a \times t_1 = 1 \times 2 = 2 \text{ m/s}$

Autre méthode : En appliquant la relation indépendante de temps entre A et O : $v_0^2 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot (x_0 - x_A) \Rightarrow$

$$0 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot AO \quad \text{d'où : } v_A = \sqrt{2 \cdot a \cdot AO} = \sqrt{2 \times 1 \times 2} = 2 \text{ m}$$

Autre méthode : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur le corps S entre O et A :

$$\Delta E_c = \sum W \vec{F} \Rightarrow E_{cO} - E_{cA} = W \vec{P} + W \vec{R} + W \vec{T} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot AO \cdot \sin \alpha + 0 - T \times AO \quad \text{donc :}$$

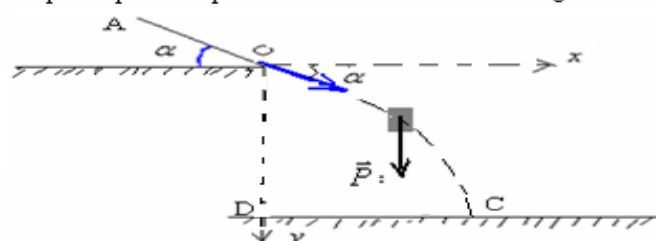
$$v_0^2 = v_A^2 + 2 \cdot g \cdot AO \cdot \sin \alpha - \frac{2T \times AO}{m} \quad \text{d'où : } v_0 = \sqrt{v_A^2 + 2 \cdot g \cdot AO \cdot \sin \alpha - \frac{2T \times AO}{m}} = \sqrt{0 + 2 \times 10 \times 2 \times 0,5 - \frac{2 \times 1 \times 2}{0,25}} = 2 \text{ m}$$

$$\text{car : } T = m \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) = 0,25 \times (10 \times 0,5 - 1) = 1 \text{ N}$$

2)-2-1 Au point O, représentons le vecteur vitesse \vec{v}_O du corps S qui est devenue un projectile.

On a : $v_{Ox} = v_0 \cdot \cos \alpha$, $v_{Oy} = v_0 \cdot \sin \alpha$ et à $t=0$, $x_0=0$, $y_0=0$,

Lorsque le corps S quitte le point O avec une vitesse v_0 il est soumis uniquement à l'action de son poids.



En appliquant la 2ème loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \vec{a}_G$ (1)

Par projection de (1) sur l'axe ox: $0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0$ d'où : $\frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = C^te = v_{ox}$ donc : $v_x = v_0 \cdot \cos \alpha$

Le corps S se déplace selon l'axe ox sur une trajectoire rectiligne avec une accélération nulle donc son mouvement est rectiligne uniforme.

L'équation horaire du mouvement selon ox : $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ car : $x_0 = 0$ donc : $x = 2 \cdot \cos 30 \times t$ d'où : $x = \sqrt{3} \times t$

Par projection sur l'axe oy: $+P = m a_y \Rightarrow a_y = g$ d'où : $\frac{dv_y}{dt} = g \Rightarrow v_y = g t + v_{oy}$ donc : $v_y = g t + v_0 \cdot \sin \alpha$

Le corps S se déplace selon l'axe ox sur une trajectoire rectiligne avec une accélération constante donc son mouvement est rectiligne uniformément varié.

L'équation horaire du mouvement selon oy: $y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 + v_{oy} \cdot t + y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t$ donc : $y = 5t^2 + t$

2-2- a) Soit t_c la durée de chute :

Lorsque le corps arrive au point C, on a $y_c = y_D = OD = 0,75m$ donc : $0,75 = 5t^2 + t$ d'où : $5t^2 + t - 0,75 = 0$

$t_c = \frac{-1+4}{10} = 0,3s$ l'autre solution négative est impossible.

b) au point C, $x_c = DC$ donc : $DC = \sqrt{3} \times t_c = \sqrt{3} \times 0,3 \approx 0,52m$

3) 3-21 Lorsque le fil se détache du cylindre, il n'est soumis qu'à l'action de son poids, la réaction de l'axe et le couple résistant. En appliquant le principe fondamentale de la dynamique

$\Sigma M_{\vec{F}_A} = J_A \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow M_{\vec{P}_A} + M_{\vec{R}_A} + M_{\vec{A}} = J_A \cdot \ddot{\theta}$ donc : $0 + 0 + M_A = J_A \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{M_A}{J_A} = \frac{-7,5 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-3}} = -30 rad/s^2$

3-2- L'accélération angulaire est constante donc le mouvement de rotation est uniformément varié.

Equation horaire du mouvement : $\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} \cdot t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$ et l'équation de la vitesse angulaire : $\dot{\theta} = \ddot{\theta} \cdot t + \dot{\theta}_0$

A l'instant où le fil se coupe : $\dot{\theta}_0 = \frac{v_0}{r} = \frac{2}{5 \cdot 10^{-2}} = 40 rad/s$ et : $\theta_0 = 0$

donc : $\theta = -15 \cdot t^2 + 40t$ et : $\dot{\theta} = -30 \cdot t + 40$

A la fin du freinage : $\dot{\theta}_f = 0 \Rightarrow 0 = -30 \cdot t_f + 40$ d'où la durée du freinage : $t_f = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}s$

qui correspond à : $\Delta\theta = -15 \cdot t_f^2 + 40t_f = -15 \times \frac{16}{9} + 40 \times \frac{4}{3} \approx 26,7 rad$ et on a : $\Delta\theta = 2 \cdot \pi \cdot n$ donc : $n = \frac{\Delta\theta}{2 \cdot \pi} = \frac{26,7}{2 \cdot \pi} \approx 4,25$

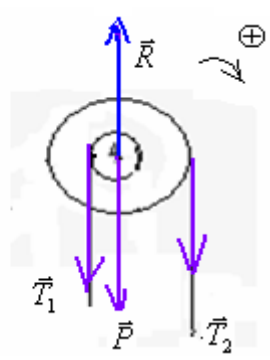
2) Correction de l'exercice n°2:

1) Si le système $\{P_1+P_2\}$ est en équilibre, les deux corps S_1 et S_2 sont aussi en équilibre

Etude de l'équilibre de $\{P_1+P_2\}$.

-Le système $\{P_1+P_2\}$ est soumis à l'action des forces suivantes:

- \vec{P} : poids du système.
- \vec{R} : réaction de l'axe de rotation.
- \vec{T}_1 : tension du fil (1)
- \vec{T}_2 : tension du fil (2)

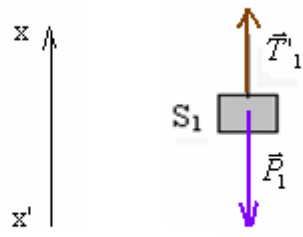


Condition d'équilibre: $\Sigma M_{\vec{F}_A} = 0 \Rightarrow M_{\vec{P}_A} + M_{\vec{R}_A} + M_{\vec{T}_{1A}} + M_{\vec{T}_{2A}} = 0$ En choisissant le sens positif de rotation : $0 + 0 - T_1 \cdot R_1 + T_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow T_1 \cdot R_1 = T_2 \cdot R_2$

-Système étudié (le corps S_1)

-Bilan des forces : le corps S_1 est soumis à l'action des forces suivantes:

- \vec{P}_1 : poids du corps S_1 .
- \vec{T}_1 : tension du fil(1).



Condition d'équilibre: $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$

Choisissons un axe (x', x) orienté dans le sens du mouvement :

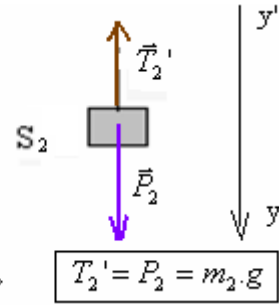
Par projection de la relation précédente sur l'axe (x', x) on a : $-P_1 + T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = P_1 = m_1 \cdot g$

-Système étudié (le corps S₂)

-Bilan des forces : le corps S₂ est soumis à l'action des forces suivantes:

- \vec{P}_2 : poids du corps S₂.

- \vec{T}'_2 : tension du fil(2).



Condition d'équilibre: $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{T}'_2 = \vec{0}$

Choisissons un axe (x', x) orienté dans le sens du mouvement :

Par projection de la relation précédente sur l'axe (y', y) on a : $P_2 - T_2' = 0 \Rightarrow$

$T_2' = P_2 = m_2 \cdot g$

Le fil (1) est inextensible donc $T_1 = T_2$ de même pour le fil (2) donc : $T_1 = T_2$

La première relation devient : $m_1 \cdot g \cdot R_1 = m_2 \cdot g \cdot R_2 \Rightarrow m_2 = m_1 \frac{R_1}{R_2}$ $R_1 = 10\text{cm}$ et $R_2 = 20\text{cm}$ donc : $m_2 = \frac{m_1}{2}$

-Si $m_2 > \frac{m_1}{2}$ Le système se mettra en rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

-Si $m_2 < \frac{m_1}{2}$ Le système se mettra en rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

2) 2-1. On a $m_1 = 1\text{kg}$ et $m_2 = 0,75\text{kg}$,Donc $m_2 > \frac{m_1}{2}$ le système se met en rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

Pour le système $\{P_1 + P_2\}$ le principe fondamental de la dynamique s'écrit:

$M\vec{P}_\Delta + M\vec{R}_\Delta + M\vec{T}'_{1\Delta} + M\vec{T}'_{2\Delta} = J_\Delta \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow -T_1 \cdot R_1 + T_2 \cdot R_2 = J_\Delta \cdot \ddot{\theta} \quad (1)$

Pour le système $\{S_1\}$ en appliquant la deuxième loi de Newton: $\vec{P}_1 + \vec{T}'_1 = m_1 \cdot \vec{a}_1$

Par projection sur (x, x') $-P_1 + T_1' = m_1 \cdot a_1 \Rightarrow T_1' = m_1(g + a_1)$

Pour le système $\{S_2\}$ en appliquant la deuxième loi de Newton: $\vec{P}_2 + \vec{T}'_2 = m_2 \cdot \vec{a}_2$

Par projection sur (y, y') : $P_2 - T_2' = m_2 \cdot a_2 \Rightarrow T_2' = m_2(g - a_2)$

Lorsque le système des deux poulies tourne d'un angle θ , le corps S₂ se déplace d'une distance y et S₁ d'une distance x :

et $\theta = \frac{x}{R_2} = \frac{y}{R_1}$ par dérivation : $\dot{\theta} = \frac{v_2}{R_2} = \frac{v_1}{R_1}$ et par dérivation $\ddot{\theta} = \frac{a_2}{R_2} = \frac{a_1}{R_1}$: avec a_1 accélération de S₁ et a_2 celle de S₂.

d'où: $a_2 = R_2 \cdot \ddot{\theta}$ et: $a_1 = R_1 \cdot \ddot{\theta}$

Le fil (1) est inextensible donc $T_1 = T_2$ de même pour le fil (2) donc : $T_1 = T_2$

Donc la relation (1) devient $-m_1 R_1 \cdot g - m_1 \cdot R_1^2 \cdot \ddot{\theta} + m_2 R_2 \cdot g - m_2 \cdot R_2^2 \cdot \ddot{\theta} = J_\Delta \cdot \ddot{\theta} \Rightarrow -m_1(g + R_1 \cdot \ddot{\theta})R_1 + m_2(g - R_2 \cdot \ddot{\theta})R_2 = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$

$\Rightarrow g(-m_1 \cdot R_1 + m_2 \cdot R_2) = \ddot{\theta} \cdot (J_\Delta + m_1 \cdot R_1^2 + m_2 \cdot R_2^2) \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{g(m_2 \cdot R_2 - m_1 \cdot R_1)}{m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 + J_\Delta}$

2-2- A.N : $\ddot{\theta} = \frac{10 \cdot (0,7 \times 0,2 - 1 \times 0,1)}{1 \times 0,1^2 + 0,7 \times 0,2^2 + 2 \cdot 10^{-2}} = \frac{0,4}{0,058} = \frac{1}{0,145} \approx 6,9 \text{rad} / s^2$

2-3- L'accélération angulaire est constante donc le mouvement de rotation est uniformément varié.

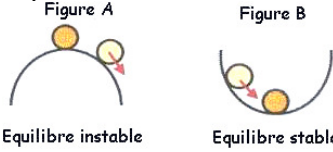
Equation horaire du mouvement : $\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} \cdot t^2 + \dot{\theta}_0 t + \theta_0$ avec $\dot{\theta}_0 = 0$ et $\theta_0 = 0$

d'où: $\theta = \frac{1}{2} \ddot{\theta} \times t^2$ et : $\theta = 2 \cdot \pi \cdot n$ donc : $\frac{1}{2} \ddot{\theta} \times t^2 = 2 \cdot \pi \cdot n$ donc : $n = \frac{\ddot{\theta} \times t^2}{4 \cdot \pi} = \frac{1 \times 2^2}{0,145 \times 4 \cdot \pi} \approx 2,2$

Oscillateurs Mécaniques : Pendule Elastique



Oscillateur mécanique : Tout mobile qui effectue un mouvement de va et viens autours de sa position d'équilibre stable



Nous déplaçons légèrement la bille de sa position d'équilibre,

- **La figure A :** elle se met à rouler et ne reviendra pas à sa position de départ. L'équilibre est instable.
- **La figure B :** elle revient dans sa position de départ. L'équilibre est dit stable.

I. Pendule Elastique

Un pendule élastique, ou **système solide-ressort**, est constitué d'un solide, de masse m , fixé à un ressort, de longueur initiale ℓ_0 et de raideur K , dont l'autre extrémité est attachée à un point fixe.

1. La Tension de ressort

$$T = K \cdot \Delta \ell$$

Tension du ressort (N)

$$\Delta \ell = \ell - \ell_0$$

Allongement du ressort (m)

$$\ell_0$$

Longueur initiale ℓ_0 (m)

$$K$$

Raideur du ressort (N/m)

Expression de $\Delta \ell$

Ressort horizontal

Ressort horizontal initialement non allongé et fixé directement au mobile ou au moyen d'un fil inextensible et de masse négligeable

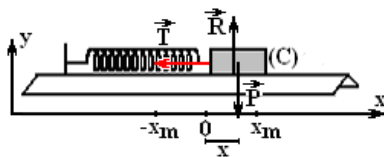
$$\Delta \ell = x$$

Ressort vertical ou incliné
On admet que le mouvement du solide est dans le sens positif et on conclut

<p>$\Delta \ell = \ell - \ell_0$</p> <p>Si le ressort s'allonge alors</p> $\Delta \ell = \Delta \ell_0 + x$	<p>$\Delta \ell = \ell - \ell_0$</p> <p>Si le ressort se comprime alors</p> $\Delta \ell = \Delta \ell_0 - x$	<p>$\Delta \ell = \ell_0 - \ell$</p> <p>Si le ressort s'allonge alors</p> $\Delta \ell = \Delta \ell_0 - x$	<p>$\Delta \ell = \ell_0 - \ell$</p> <p>Si le ressort se comprime alors</p> $\Delta \ell = \Delta \ell_0 + x$
--	--	--	--

2. Equation différentielle :

Un solide, de masse m sur un banc à coussin d'air horizontal, fixé à un ressort à spires non jointives, de longueur initiale ℓ_0 et de raideur K ,



Système : Solide (C)

Bilan des forces :

- \vec{T} : Tension du ressort
- \vec{R} : Réaction du plan horizontal
- \vec{P} : Poids du corps (C)

En appliquant la 2^{ème} loi de Newton : $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G$

$$\vec{T} + \vec{R} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\vec{T} \begin{pmatrix} T_x = -T \\ T_y = 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{P} \begin{pmatrix} P_x = 0 \\ P_y = -P = -m \cdot g \end{pmatrix} \text{ et } \vec{R} \begin{pmatrix} R_x = 0 \\ R_y = R \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a}_G \begin{pmatrix} a_x = \ddot{x} \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$$

Sur l'axe Ox : $T_x + R_x + P_x = m \cdot a_x$

$$-T = m \cdot \ddot{x} \text{ et } -K \cdot \Delta \ell = m \cdot \ddot{x} \text{ et } -K \cdot x = m \cdot \ddot{x} \text{ d'où } -\frac{K}{m} \cdot x = \ddot{x}$$

donc $\ddot{x} + \frac{K}{m} \cdot x = 0$: Equation différentielle de mouvement du centre d'inertie G

L'équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$ ou bien $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ (en rad/s)

3. Equation horaire ou la solution de l'equation différentielle :

$$x = x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

ou bien

$$x = x(t) = X_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

avec

$x(t)$: l'abscisse (élongation) du point G et varie entre X_m et $-X_m$
 X_m : Amplitude ou élongation maximale
 ω_0 : pulsation (rad/s)
 T_0 : la période (s)
 $\omega_0 \cdot t + \varphi$: Phase à l'instant t
 φ : Phase à l'origine des temps $t=0$

Déterminer les constantes X_m , T_0 et φ :

**

Comment déterminer X_m

1. Phrase	
	<p>- On écarte le corps de 2cm de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale $X_m=2\text{cm}$</p> <p>- Le corps oscille entre deux points A et B distante de $AB=4\text{cm}$ $X_m = 2\text{cm}$ d'où $AB = 2.X_m = 4\text{cm}$</p>

2. Graphiquement	2.1. Par rapport à l'axe temps		$X_m=1.5\text{cm}$
-------------------------	---------------------------------------	--	--------------------

**

Comment déterminer la période propre T_0

3. Enregistrement		<p>τ : la durée entre l'enregistrement de deux points successifs</p> <p style="text-align: center;">$T=16.\tau$</p>
--------------------------	--	--

4. Graphiquement $x=f(t)$		<p style="text-align: center;">Attention à la lecture et à l'échelle</p> <p style="text-align: center;">$T_0=3.2\text{ms}$</p>
---	--	---

**

Comment déterminer la phase à l'origine φ

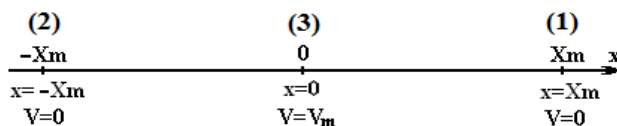
$x = x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$: l'équation horaire $V_x = \dot{x}(t) = -X_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

l'expression de la composante du vecteur vitesse V_x et $\sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$ sont opposées (ont des signes différents)

$x_0 = x(0) = X_m \cdot \cos(\varphi)$ d'où $\cos(\varphi) = \frac{x(0)}{X_m}$ à l'instant $t=0$ $V_{0x} = V(0) = \dot{x}(0) = -X_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin(\varphi)$

V_x à l'instant $t=0$ et $\sin(\varphi)$ sont opposées (ont des signes différents) On en conclut que V_x à l'instant $t=0$ et φ sont opposées aussi

En comparant le sens de mouvement avec le sens positif de l'axe, on détermine le signe de V_x la composante de la vitesse et on en déduit le signe de la phase φ



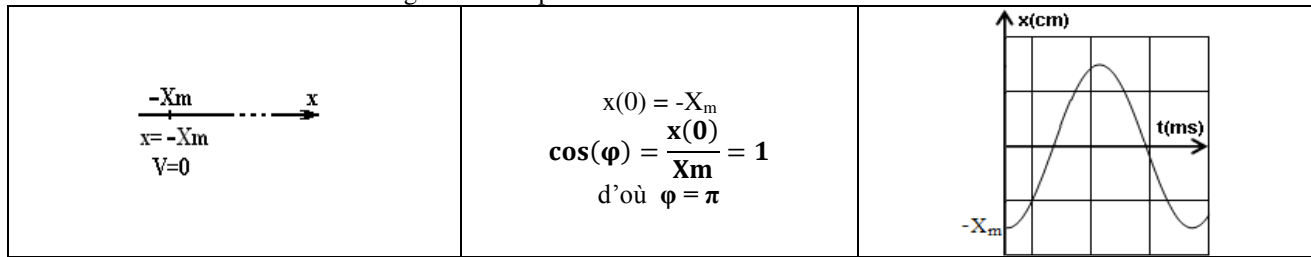
1^{er} cas :

(1) On écarte le corps, dans le sens positif, de X_m de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps

	$x(0) = X_m$ $\cos(\varphi) = \frac{x(0)}{X_m} = 1$ d'où $\varphi = 0$	
--	--	--

2^{em} cas :

(2) On écarte le corps, dans le sens négatif, de X_m de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps



4. Expression de la période propre T_0 :

$$x = x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) : \text{l'équation horaire}$$

On dérive deux fois par rapport au temps t :

$$\dot{x} = -x_m \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) \quad \ddot{x} = -x_m \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) = -\frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot x \quad \ddot{x} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot x = 0$$

On compare cette expression avec l'équation différentielle, on déduit que pour que soit une solution de l'équation différentielle,

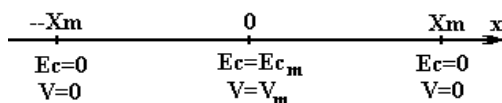
$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi_0\right) \quad \text{il suffit que} \quad \frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{K}{m} \quad \boxed{T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}}$$

I. Etude Energétique

Energie du système est la somme des énergies de ses composantes

1. Energie cinétique :

$$x = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad V_x = -X_m \cdot \frac{2\pi}{T_0} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2$$



- Si $x = X_m$ ou $x = -X_m$ alors l'énergie cinétique est nulle donc la vitesse est nulle et l'oscillateur s'arrête et change le sens de son mouvement
- Si $x = 0$ alors l'oscillateur passe par sa position d'équilibre et son énergie cinétique est maximale et sa vitesse l'est aussi

2. Energie potentielle :

L'énergie potentielle (de position), définie à une constante arbitraire près, ne dépend que de la position du corps dans l'espace.

❖ Energie potentielle élastique E_{pe}

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta \ell^2 + C$$

La constante C est déterminé à partir d'un cas référentiel de l'énergie potentielle $E_{pe}=0$

Si le pendule élastique est horizontal alors $\Delta \ell = x$ alors

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 + C$$

On considère le plan vertical passant par la position d'équilibre comme repère de l'énergie potentielle élastique

$x=0$ et $E_{pe}=0$ d'où $C=0$ alors

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

❖ Energie potentielle de pesanteur E_{pp}

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot Z + C$$

La constante C est déterminé à partir d'un cas référentiel de l'énergie potentielle $E_{pp}=0$

On considère le plan vertical passant par la position d'équilibre comme repère de l'énergie potentielle élastique $z=0$ et $E_{pp}=0$ d'où $C=0$ alors

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot Z$$

NB :

Pour un pendule élastique horizontal $E_{pp}=0$

Conclusion : $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$

On a $x = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$ alors $E_p = \frac{1}{2} K \cdot X_m^2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

3. Expression de la variation de l'énergie potentielle :

ΔE_{pe} : Variation de l'énergie potentielle élastique

$$\Delta E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_2^2 - \Delta \ell_1^2) = -W_{1 \rightarrow 2}(\vec{T})$$

ΔE_{pp} : Variation de l'Energie potentielle de pesanteur

$$\Delta E_{pp} = m \cdot g \cdot (Z_2 - Z_1) = -W_{1 \rightarrow 2}(\vec{P})$$

4. Energie mécanique :

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, $E_m = E_c + E_p$

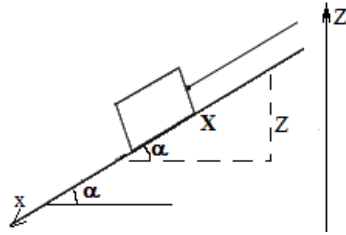
$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 + C \quad \text{Pour les conditions décrites avant on peut écrire} \quad E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

5. Le cas du pendule élastique incliné ou vertical

X : la distance que parcourt le corps sur le plan incliné et elle constitue l'hypoténuse du triangle

Les deux axes sont opposés et

$$Z = -X \cdot \sin(\alpha)$$



NB : si on change l'orientation de l'axe z

- L'expression de l'énergie potentielle varie

$$E_{p_p} = E_{p_p}(Z) = -m \cdot g \cdot Z + C$$

- La relation entre abscisse varie aussi

$$Z = X \cdot \sin(\alpha)$$

$$1. \quad E_{p_p} = E_{p_p}(Z) = m \cdot g \cdot Z + C$$

$$2. \quad \text{Déterminer l'expression de la constante C}$$

- Déterminer le plan horizontal référentielle de l'énergie potentielle $E_{p_p} = 0$

- Déterminer l'abscisse correspondant Z_0

$$Z = Z_0 \text{ et } E_{p_p}(Z_0) = 0$$

D'où

$$E_{p_p}(Z_0) = m \cdot g \cdot Z_0 + C = 0$$

donc

$$C = -m \cdot g \cdot Z_0$$

3. On remplace C par son équivalent et on obtient alors

$$E_{p_p} = E_{p_p}(Z) = m \cdot g \cdot Z - m \cdot g \cdot Z_0$$

$$E_{p_p} = E_{p_p}(Z) = m \cdot g \cdot (Z - Z_0)$$

Energie potentielle élastique

$$1. \quad E_{p_e} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta \ell^2 + C$$

Déterminer l'expression de $\Delta \ell$ en fonction de x soit $\Delta \ell = \Delta \ell_0 + x$

2. Déterminer la constante C

- Déterminer le plan référentiel de l'Energie potentielle $E_{p_e} = 0$

- Déterminer l'abscisse correspondant x_0

$$x = x_0 \text{ et } E_{p_e}(x_0) = 0$$

$$\text{D'où } E_{p_e}(x_0) = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 + x_0)^2 + C = 0$$

$$\text{Donc } C = -\frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 + x_0)^2$$

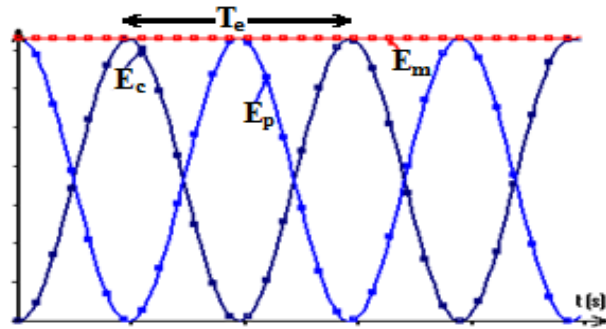
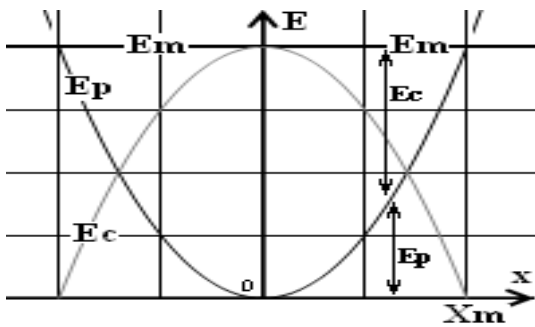
3. Remplacer dans l'expression de E_{p_e}

$$E_{p_e} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta \ell^2 + C = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta \ell_0 + x_0)^2 + C$$

6. Les graphes d'énergies :

- Au point $x = X_m$ on a $E_m = E_{p_{\max}}$

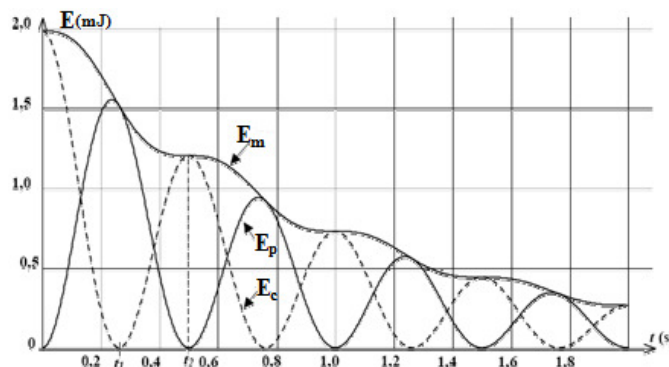
- Au passage par la position d'équilibre $x = 0$ on a $E_m = E_{c_{\max}}$



$T_0 = 2 \cdot T_e$: La période des oscillations T_0 est le double de la période des énergies T_e

NB :

S'il existe frottement alors l'amplitude des oscillations diminue par dissipation (perte) de l'énergie mécanique au cours du temps



EXERCICE 1

Deuxième situation

On relie un corps solide (S_2), de masse $m_2 = 182 \text{ g}$, à un ressort à spires non jointive, de masse négligeable et de raideur K , et on fixe l'autre bout du ressort à un support fixe (figure 2).

Le corps (S_2) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal.

On écarte le corps (S_2) de sa position d'équilibre de la distance X_m , et on le libère sans vitesse initiale.

Pour étudier le mouvement de G_2 , on choisit le référentiel galiléen (O, \vec{i}) tel que la position de G_2 à l'origine des dates est confondue avec l'origine O .

On repère la position de G_2 à l'instant t par l'abscisse x dans le repère (O, \vec{i}) .

L'équation différentielle du mouvement de G_2 s'écrit : $\ddot{x} + \frac{K}{m_2} x = 0$ et sa solution est de la forme $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$.

L'étude expérimentale du mouvement de G_2 a permis d'obtenir le graphe représenté sur la figure 3.

2-1- Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :

l'amplitude X_m , la période T_0 et φ la phase à l'origine des dates. (0,75 pt)

2-2- En déduire la raideur K du ressort. (0,75 pt)

2-3- On choisit le plan horizontal passant par la position de G_2 à l'équilibre comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où le ressort n'est pas déformé comme origine de l'énergie potentielle élastique.

2-3-1- Montrer que l'énergie cinétique E_C du corps (S_2) s'écrit : $E_C = \frac{K}{2} \cdot (X_m - x) \cdot (0,75 \text{ pt})$

2-3-2- Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système { corps S_2 - ressort } en fonction de X_m et K et en déduire la vitesse v_{G_2} lorsque G_2 passe par la position d'équilibre dans le sens positif.

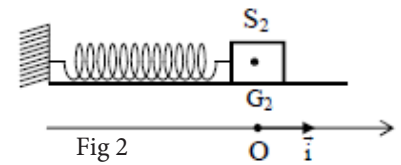


Fig 2

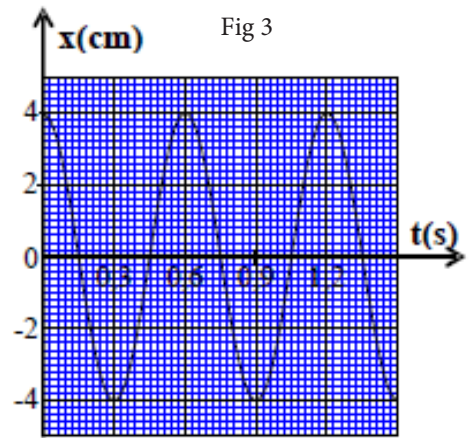


Fig 3

EXERCICE 2

Les ressorts se trouvent dans plusieurs appareils mécaniques, comme les voitures et les bicyclettes ... et produisent des oscillations mécaniques.

Cette partie a pour objectif, l'étude énergétique d'un système oscillant (corps solide - ressort) dans une position horizontale.

Soit un oscillateur mécanique horizontal composé d'un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable et de raideur $K = 10 \text{ N.m}^{-1}$.

L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le corps (S) glisse sans frottement sur le plan horizontal.

On étudie le mouvement de l'oscillateur dans le repère (O, \vec{i}) lié à la Terre et dont l'origine est confondue avec la position de G à l'équilibre de (S).

On repère la position de G à l'instant t par son abscisse x . (Figure 4)

On écarte le corps (S) horizontalement de sa position d'équilibre dans le sens positif d'une distance X_0 , et on le libère sans vitesse initiale à l'instant pris comme origine des dates.

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, et l'état dans lequel le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique.

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de l'énergie E_C cinétique et l'énergie potentielle élastique E_{pe} du système oscillant en fonction du temps. (Figure 5)

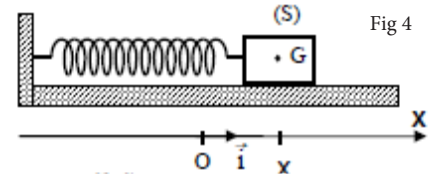


Fig 4

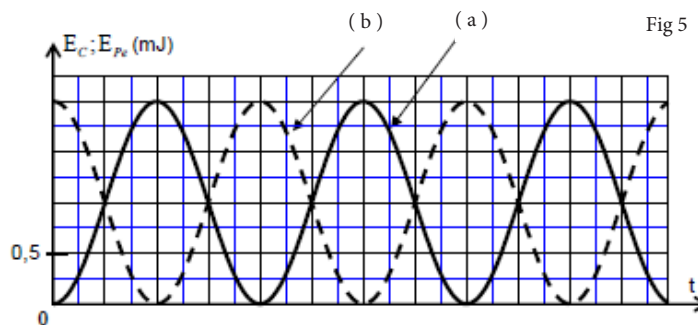


Fig 5

1- Indiquer parmi les courbes (a) et (b) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_C . justifier votre réponse.

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.

3- En déduire la valeur de la distance X_0 .

4- En considérant la variation de l'énergie potentielle élastique du système oscillant, trouver le travail $W_{A \rightarrow O}(\vec{T})$ de la force de rappel \vec{T} exercée par le ressort sur (S) lors du déplacement de G de la position A d'abscisse $x_A = X_0$ vers la position O .

EXERCICE 3

Partie II : Étude énergétique d'un oscillateur mécanique (solide-ressort)

Un système oscillant est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse m , et d'un ressort horizontal, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$.

Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse

initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal (figure 1)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère (O, \vec{i}) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.

On repère, dans le repère (O, \vec{i}) la position de G à un instant t par l'abscisse x .

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où G est à la position d'équilibre ($x=0$) comme référence de

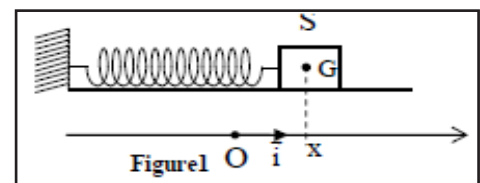


Figure 1

l'énergie potentielle élastique.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$.

La courbe de la figure 2 représente le diagramme des espaces $x(t)$.

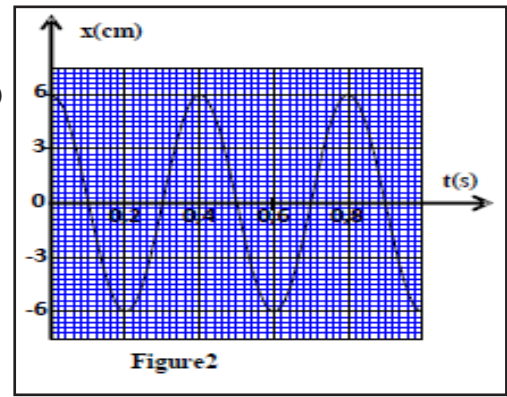
1- Déterminer les valeurs de X_m , T_0 et de φ .

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié. (0,75 pt)

3- Trouver la valeur de l'énergie cinétique E_{C1} de l'oscillateur mécanique à l'instant $t_1 = 0,3s$.

4- Calculer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B

d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.



EXERCICE 4

2. Étude du mouvement d'un système oscillant {solide (S)- ressort}

On fixe le solide (S) précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .

À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère (O, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen (figure 2).

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.

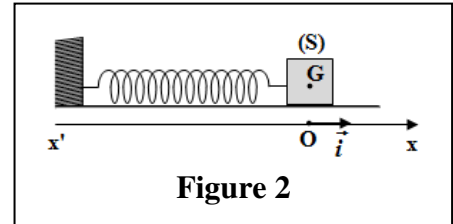


Figure 2

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;

- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La courbe de la figure (3) représente les variations de E_{pe} en fonction de x^2 , carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère (O, \vec{i}) .

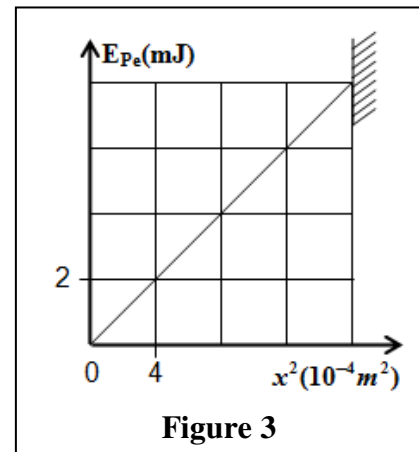


Figure 3

2.1. En exploitant la courbe de la figure (3), trouver les valeurs de:

a. la constante de raideur K .

b. l'énergie potentielle élastique maximale $E_{pe,max}$.

c. l'amplitude X_m des oscillations.

2.2. Déduire, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.

2.3. Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$.

Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit $T_0 = 2\pi \cdot \frac{X_m}{v}$. Calculer T_0 .

EXERCICE 5

Partie II : -Etude du mouvement d'un pendule élastique

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m = 200g$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure2).

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la cote z sur l'axe (O, \vec{k}) . A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O, \vec{k})$. On prendra $\pi^2 = 10$.

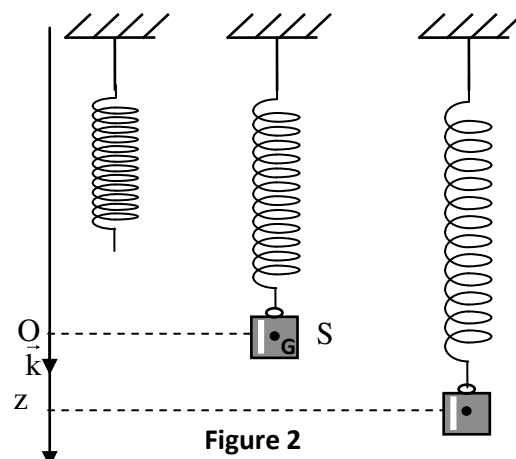


Figure 2

1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t=0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{k}$.

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte $z(t)$ du centre d'inertie G.

1-1-Déterminer, à l'équilibre,

l'allongement $\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de m , K et de l'intensité de la pesanteur g .

1-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G.

1-3 -La solution de cette équation

différentielle s'écrit $z = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

avec T_0 la période propre de l'oscillateur.

Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z} .

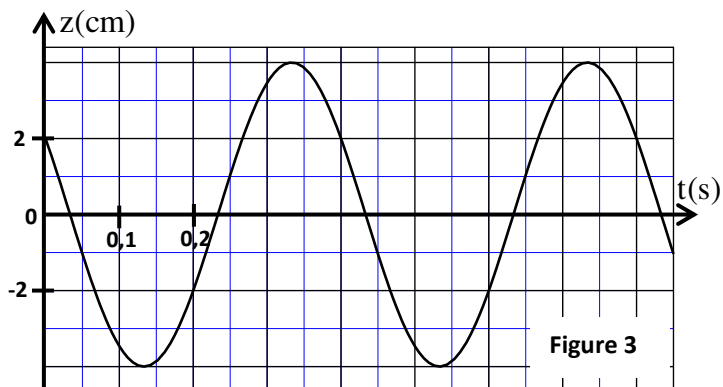


Figure 3

2-Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à

l'instant $t=0$, le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

2-1- Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

2-2- On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O, \vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} ($E_{pp} = 0$) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} ($E_{pe} = 0$).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

2-2-1- Trouver, à un instant de date t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ en fonction de K , z et $\Delta \ell_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

2-2-2- Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 0,4$ s.

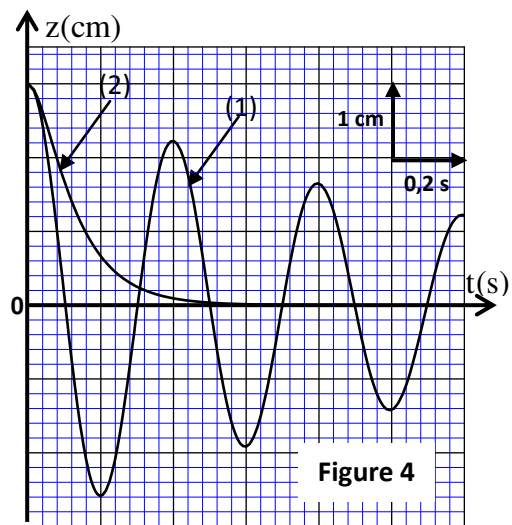


Figure 4

EXERCICE 6

Partie I : Etude énergétique d'un pendule élastique

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100$ g, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).

On prendra $\pi^2 = 10$.

1-Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement

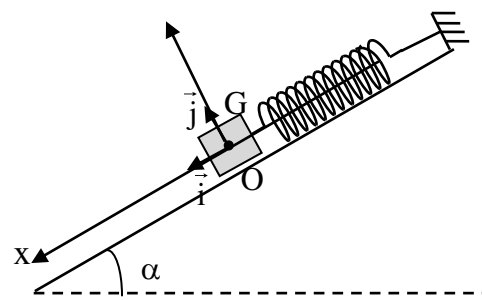


Figure 1

$\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de K , m , α et de g

l'intensité de la pesanteur .

2-On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date $t=0$ avec une vitesse initiale \vec{V}_0 telle que $\vec{V}_0 = -V_0 \vec{i}$.

2.1 On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : ($E_{pp}(O) = 0$) et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : ($E_{pe}(O) = 0$). Trouver, à un instant t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K .

2.2- A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x .

2.3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$.

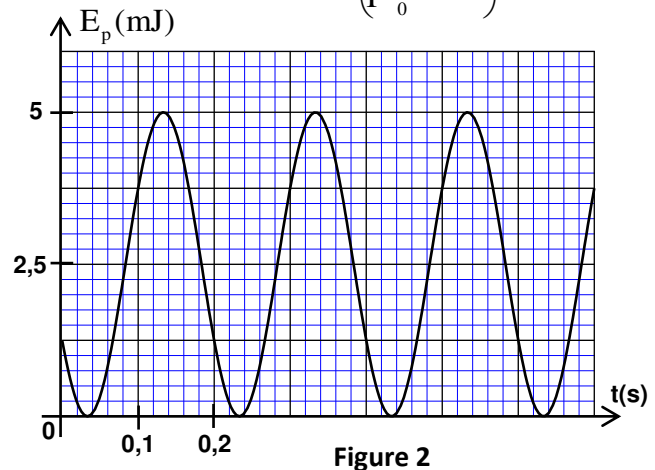
(T_0 étant la période propre de l'oscillateur) .

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur

en fonction du temps.

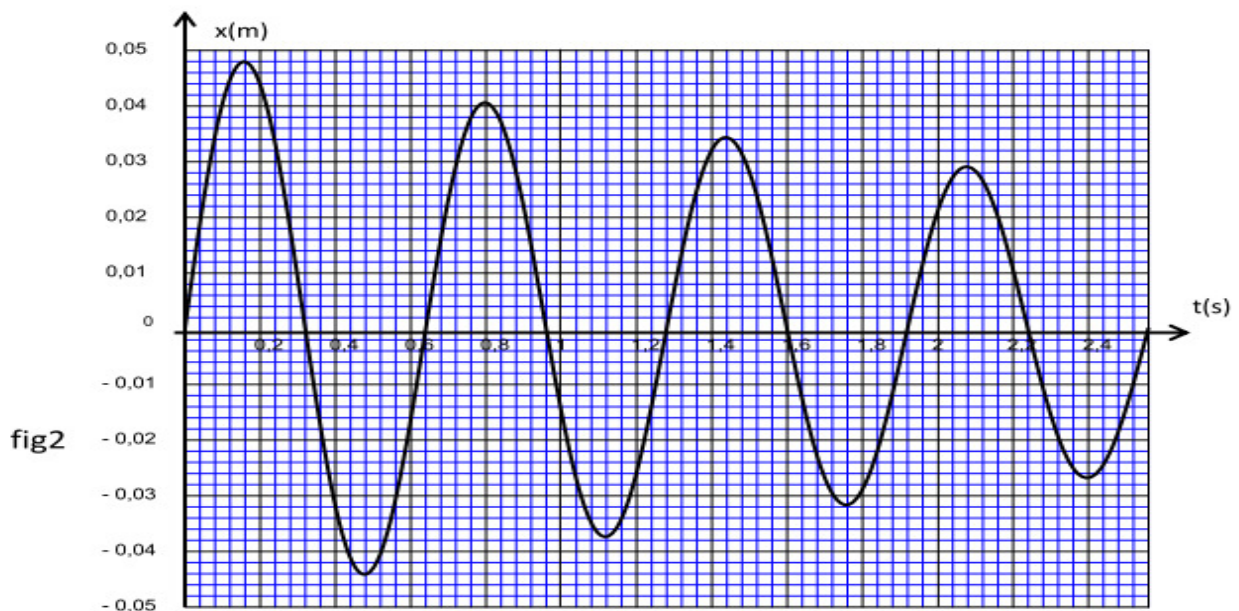
2.3.1-Trouver la valeur de la raideur K , de l'amplitude X_m et de la phase φ .

2.3.2-Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K , m et X_m .



Partie II Oscillations libres amorties

L'enregistrement du mouvement de l'oscillateur (fig2) à l'aide d'un oscillographe montre que l'amplitude des oscillations varie au cours du temps.



3.1- Justifier la diminution de l'amplitude des oscillations .

3.2- La pseudo-période T dans le cas d'amortissement faible s'exprime par la relation

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu \cdot T_0}{4\pi \cdot m}\right)^2}} \quad . \text{Déterminer, à l'aide du graphe, le coefficient d'amortissement } \mu .$$

I-Travail de la tension d'un ressort:

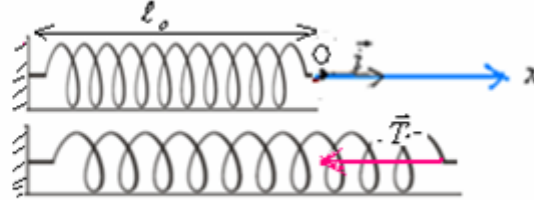
1) Travail d'une force constante lors d'un déplacement rectiligne:

Le travail d'une force constante entre deux points A et B est égale au produit scalaire du vecteur force \vec{F} par le vecteur déplacement \vec{AB} .

$$\boxed{W_{A \rightarrow B} \vec{F} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\widehat{\vec{F}, \vec{AB}})}$$

2) Travail de la tension d'un ressort:

Considérons un ressort de longueur initiale ℓ_0 et de constante de raideur K placé sur un plan horizontal comme l'indique la figure suivante:



La tension du ressort $\vec{T} = -K.x\vec{i}$ n'est pas une force constante.

Pour calculer le travail de cette force on doit considérer le travail élémentaire de cette force δW sur un déplacement infiniment petit $\delta \vec{\ell}$ sur lequel nous considérerons que la force est constante $\delta W = \vec{T} \cdot \delta \vec{\ell}$ avec : $\delta \vec{\ell} = \delta x \vec{i}$

donc : $\delta W = \vec{T} \cdot \delta \vec{\ell} = -K.x\vec{i} \cdot \delta x \vec{i} = -K.x \cdot \delta x$ d'où : $\delta W = -K.x \cdot \delta x$.

Le travail total de la tension \vec{T} du ressort lorsque son point d'application se déplace d'un point d'abscisse x_1 à un point d'abscisse x_2 est la somme des travaux élémentaires, on l'obtient en utilisant le calcul intégral on a donc : $dW = -K.x dx$.

$$\Rightarrow W_{M_1 \rightarrow M_2} \vec{T} = \int_{x_1}^{x_2} -K.x dx = -K \int_{x_1}^{x_2} x dx = K \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2} K(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2} K(x_1^2 - x_2^2)$$

Donc le travail de la tension du ressort lorsque son point d'application se déplace d'un point M_1 d'abscisse x_1 à un point M_2

d'abscisse x_2 est donné par la relation suivante :

$$W_{T1 \rightarrow T2} \vec{T} = \frac{1}{2} K.(x_1^2 - x_2^2) \quad (1)$$

I-Etude énergétique du pendule élastique:

1)Energie potentielle de élastique:

L'énergie potentielle élastique d'un pendule élastique est l'énergie qu'il possède grâce à la déformation du ressort, elle est

donnée par la relation suivante: $E_{pe} = \frac{1}{2} .K.x^2 + C$

C: est une constante qui dépend du choix de l'état de référence de l'énergie potentielle élastique .

x : allongement du ressort (en mètre)

E_{pe} : énergie potentielle élastique en (J).

En considérant comme état de référence $E_{pe}=0$ lorsque $x=0$ la constante $C=0$ donc : $E_{pe} = \frac{1}{2} .K.x^2$

Remarque : La variation de l'énergie potentielle ne dépend pas de l'état de référence. En effet:

-dans la position x_1 on a : $E_{pe1} = \frac{1}{2} .K.x_1^2 + C$

La variation de l'énergie potentielle

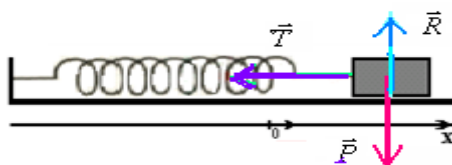
$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = \frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) \quad (2)$$

-dans la position x_2 on a : $E_{pe2} = \frac{1}{2} .K.x_2^2 + C$

D'après (1) et (2) on a : $\boxed{W_{1 \rightarrow 2} \vec{T} = -\Delta E_{pe}}$

2) Conservation de l'énergie mécanique:

Pendant les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique horizontal constitué d'un corps S de masse m et d'un ressort de constante de raideur K, appliquons le théorème de l'énergie cinétique sur le corps S entre un point M_1 d'abscisse x_1 à d'abscisse x_2 un point M_2 :



$$\Delta E_c = W_{1 \rightarrow 2} \vec{P} + W_{1 \rightarrow 2} \vec{R} + W_{1 \rightarrow 2} \vec{T} \quad \text{On a : } W_{1 \rightarrow 2} \vec{P} = 0 \quad \text{et} \quad W_{1 \rightarrow 2} \vec{R} = 0 \quad \text{donc : } \Delta E_c = W_{1 \rightarrow 2} \vec{T} \quad \text{or : } W_{1 \rightarrow 2} \vec{T} = -\Delta E_{pe}$$

donc : $\Delta E_c = -\Delta E_{pe} \Rightarrow E_{c2} - E_{c1} = -(E_{pe2} - E_{pe1}) \Rightarrow E_{c2} - E_{c1} = E_{pe1} - E_{pe2}$

⇒ $Ec_2 + Ec_2 = Ec_1 + Epe_1$ d'où: $Em_2 = Em_1$ donc l'énergie mécanique est constante.

3 Détermination de l'équation différentielle par étude énergétique:

Si les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante: $E_m = C^{te}$ donc: $\frac{dE_m}{dt} = 0$

Or : $E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2$ donc: $\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} K x^2 \right) = 0 \Rightarrow$

$\frac{1}{2} m (2 \dot{x} \ddot{x}) + \frac{1}{2} K (2 x \dot{x}) = 0 \Rightarrow \dot{x} (m \ddot{x} + K x) = 0$ d'où l'équation différentielle: $m \ddot{x} + K x = 0$

4) Expression de l'énergie mécanique du pendule élastique:

La solution de l'équation différentielle: $m \ddot{x} + K x = 0$ est: $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$ avec: $T_o = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

donc: $v = \dot{x} = -x_m \frac{2\pi}{T_o} \sin\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$

$E_m = E_{pe} + E_c = \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right) + \frac{1}{2} m x_m^2 \frac{4\pi^2}{T_o^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$ avec: $T_o^2 = \frac{4\pi^2 m}{K}$

donc: $E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right) + \frac{1}{2} m x_m^2 \frac{4\pi^2 K}{4\pi^2 m} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$
 $= \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right) + \frac{1}{2} K x_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right) = \frac{1}{2} K x_m^2 [\cos^2(\omega_o t + \varphi) + \sin^2(\omega_o t + \varphi)] = \frac{1}{2} K x_m^2$

5) Diagramme énergétiques:

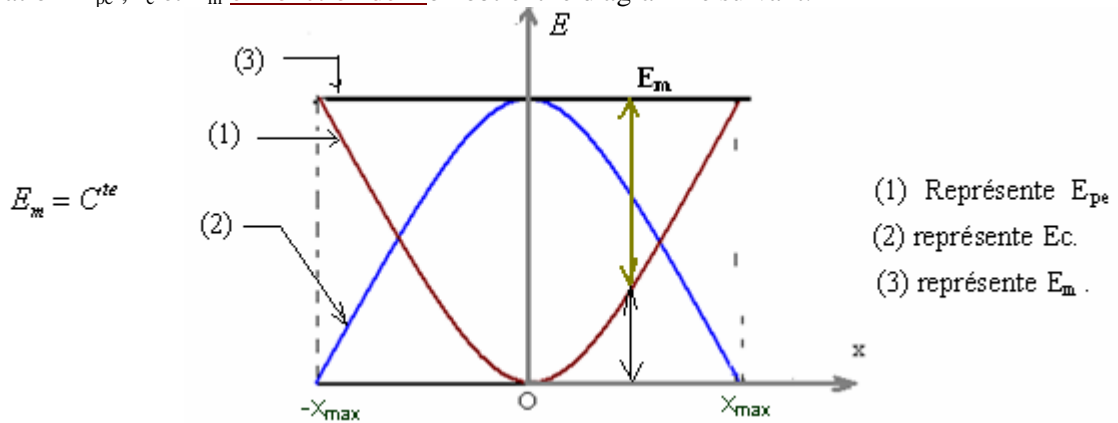
a) Cas des oscillations sans frottements:

Dans le cas des oscillations sans frottements l'énergie mécanique de l'oscillateur mécanique est constante.

$$E_m = \frac{1}{2} K x_m^2 = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = C^{te}$$

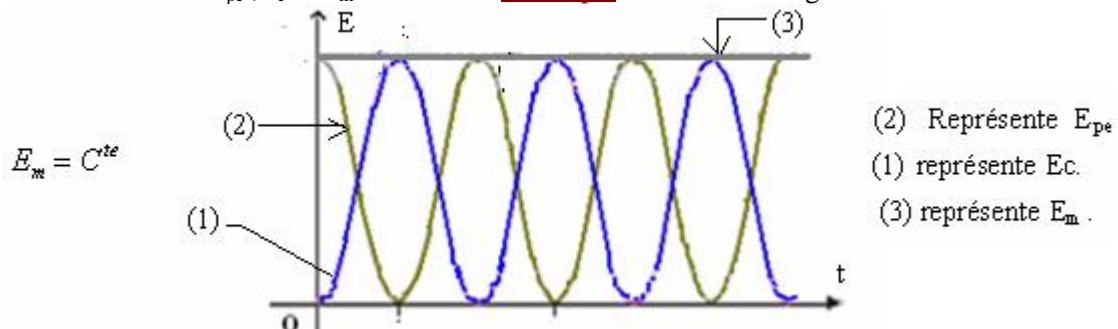
En considérant comme état de référence $E_{pe}=0$ lorsque $x=0$ on a $C=0$ donc: $E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2$

En représentant la variation E_{pe} , E_c et E_m en fonction de x on obtient le diagramme suivant:



A chaque instant on a: $E_m = E_c + E_{pe}$ donc: $E_c = E_m - E_{pe}$

Et en représentant la variation de E_{pe} , E_c et E_m en fonction du temps on obtient le diagramme suivant:

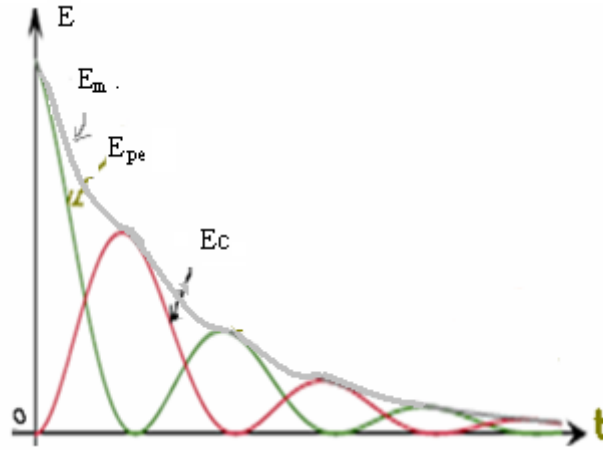


Car: $E_{pe} = \frac{1}{2} K x^2$ avec: $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$ donc: $E_{pe} = \frac{1}{2} K x_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi\right)$

b) Cas des oscillations avec frottements:

Dans le cas des oscillations avec frottements, l'énergie mécanique de l'oscillateur mécanique diminue jusqu'à ce qu'elle s'annule.

Diagramme énergétique.:



II-Etude énergétique d'un pendule de torsion:

1) Energie cinétique du système:

L'énergie cinétique du pendule de torsion est égale à l'énergie cinétique de la tige qui est donnée par l'expression suivante:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 \quad J_{\Delta} : \text{ est le moment d'inertie de la tige } \quad \dot{\theta} : \text{ est la vitesse angulaire } . ,$$

2) Energie potentielle de torsion:

L'énergie potentielle de torsion est donnée par la relation suivante: $E_{pt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 + C^{te}$

C^{te} : est une constante qui dépend du choix de l'état de référence de l'énergie potentielle de torsion .

En considérant comme état de référence $E_{pt}=0$ lorsque: $\theta = 0$ donc $E_{pt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$ la constante $C=0$

3) Energie mécanique du pendule de torsion:

L'énergie mécanique du pendule de torsion est la somme de son énergie cinétique et son énergie potentielle de torsion.

$$E_m = E_c + E_{pe}$$

En considérant comme état de référence $E_{pt}=0$ lorsque $\theta = 0$, l'énergie mécanique du pendule de torsion s'écrit:

$$E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$$

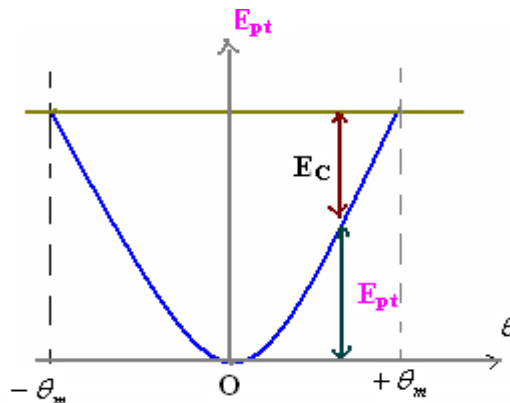
Si les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique de l'oscillateur est constante : $\frac{dE_m}{dt} = 0$ donc: $E_m = C^{te}$

Or : $E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$ donc: $\frac{dE_m}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 \right) = 0 \Rightarrow$

$$\frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot (2 \cdot \dot{\theta} \cdot \frac{d\dot{\theta}}{dt}) + \frac{1}{2} \cdot C \cdot (2 \cdot \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}) = 0 \Rightarrow J_{\Delta} \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \theta \cdot \dot{\theta} = 0 \text{ d'où: } J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta} + C \cdot \theta = 0 \Rightarrow \text{équation différentielle.}$$

4) Diagramme énergétiques :

En considérant comme état de référence $E_{pt}=0$ lorsque $\theta = 0$, la constante $C=0$ donc: $E_{pt} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$



III-Etude énergétique du pendule pesant:

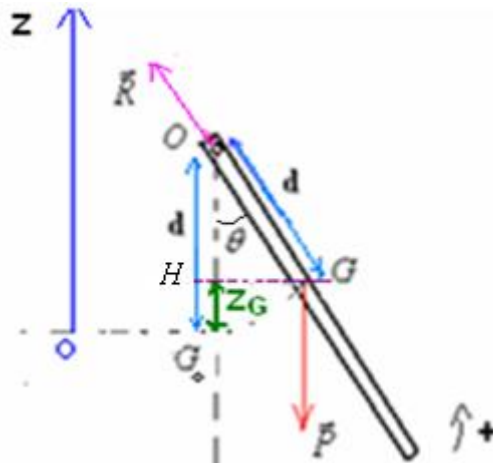
1) Energie cinétique du système:

L'énergie cinétique du pendule pesant est: $E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$

2) Energie potentielle de pesanteur:

L'énergie potentielle de pesanteur du pendule pesant est : $E_{pp} = m.gz + C^{te}$

En considérant comme état de référence $E_{pp}=0$ lorsque $z = 0$ la constante $C=0$ donc: $E_{pp} = m.g.z$



Lorsque le pendule pesant est incliné d'un angle θ , son énergie potentielle de pesanteur est : $E_{pp} = m.gz_G$

$$z_G = d - OH = d - d \cos \theta = d(1 - \cos \theta) \Rightarrow E_{pp} = m.g.d(1 - \cos \theta) \text{ avec : } -\theta_m \leq \theta \leq +\theta_m$$

donc pour : $\cos \theta = -1$ L'énergie potentielle de pesanteur est maximale : $E_{ppmax} = 2.m.g.d$

On a deux cas possibles:

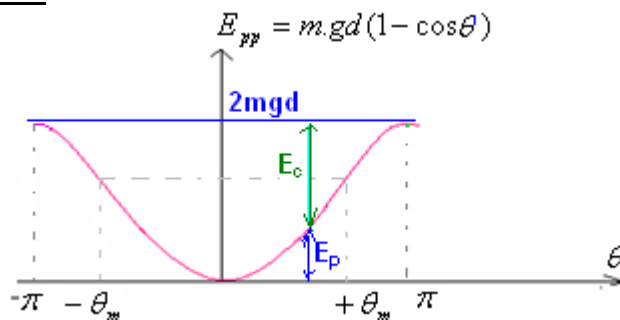
- Si $E_m > 2mgd$, l'énergie cinétique du système ne s'annule pas et le système se met à tourner sans arrêt et ce n'est pas un oscillateur mécanique.
- Si $E_m < 2mgd$ l'énergie cinétique du système ne s'annule aux positions $\theta = \pm\theta_m$ et il oscille de façon périodique.

3) Energie mécanique du pendule pesant:

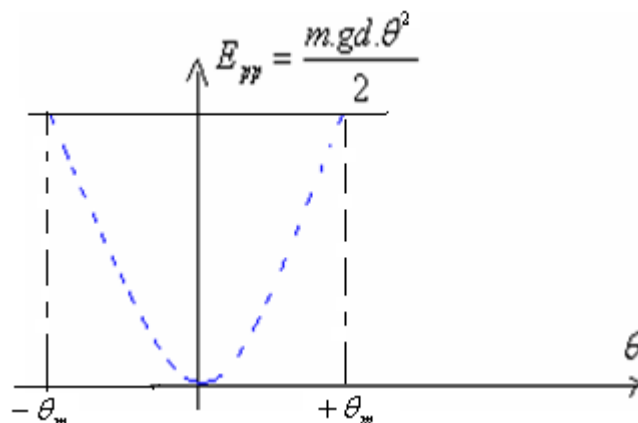
En considérant comme état de référence $E_{pp}=0$ lorsque $z = 0$, L'énergie mécanique du système :

$$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + mgz$$

4) Diagramme énergétiques :



Pour les petites oscillations $\theta \leq 15^\circ$ $1 - \cos \theta = \frac{\theta^2}{2}$ on peut écrire par approximation : $E_{pp} = \frac{m.g.d.\theta^2}{2}$ dans ce cas on a:

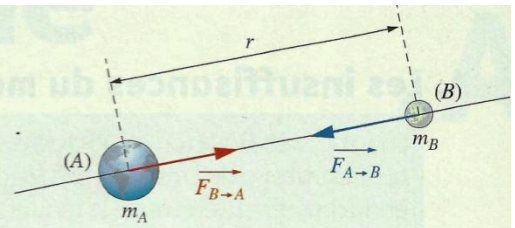


Physique 15 : Ouverture au monde quantique

1. Les prévisions de la mécanique de NEWTON

En classe de Première, nous avons vu que quatre interactions fondamentales régissent le monde : l'interaction gravitationnelle, l'interaction électrique, l'interaction forte et l'interaction faible.

Les deux premières interactions permettent d'interpréter et de prévoir les mouvements des systèmes macroscopiques.



Doc. 1 Interaction gravitationnelle : $\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$.

1.1 Les interactions gravitationnelles et électriques

> Interaction gravitationnelle

Entre deux masses m_A et m_B , les forces d'interaction gravitationnelle sont [Doc. 1] :

- toujours attractives ;
- de valeur proportionnelle aux masses ;
- de valeur inversement proportionnelle au carré de la distance ;

$$F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}$$

G est la constante universelle de gravitation de valeur $6,7 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

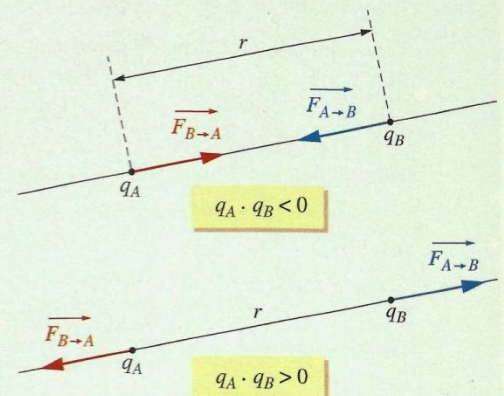
> Interaction électrique

Entre deux charges q_A et q_B , les forces d'interaction électrique sont [Doc. 2] :

- attractives ou répulsives ;
- de valeur proportionnelle aux charges ;
- de valeur inversement proportionnelle au carré de la distance ;

$$F = k \cdot \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{r^2}$$

avec $k = 9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.



Doc. 2 Interaction électrique : $\vec{F}_{A \to B} = -\vec{F}_{B \to A}$.
a) q_A et q_B sont de signes opposés : attraction ;
b) q_A et q_B sont de même signe : répulsion.

> Analogie entre les forces gravitationnelle et électrique [Doc. 1 et 2] :

- Leur droite d'action joint les corps en interaction.
- Leur valeur est proportionnelle à $\frac{1}{r^2}$, r représentant la distance séparant les deux corps en interaction.

Elles sont dites forces newtoniennes.

1.2 La mécanique de NEWTON appliquée à l'atome

Le monde microscopique est le domaine de l'infiniment petit, celui des atomes.

Dans un atome, l'interaction électrique est toujours prépondérante devant l'interaction gravitationnelle. C'est l'interaction électrique qui devrait régir le mouvement des électrons autour du noyau, comme l'interaction gravitationnelle régir le mouvement des satellites autour de la Terre, et des planètes autour du Soleil [Doc. 3].

En 1911, en utilisant l'analogie formelle entre les forces d'interaction gravitationnelle et les forces électriques (forces newtoniennes), Ernest RUTHERFORD élabore un modèle planétaire de l'atome [Doc. 4 et 5] (voir l'activité préparatoire A, page 333).



Doc. 3 L'interaction gravitationnelle régir le mouvement des satellites autour de la Terre.

La loi de la gravitation appliquée à un satellite permet de prévoir un mouvement circulaire (ou elliptique). L'énergie mécanique du satellite, somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle, peut varier de façon continue. Toutes les trajectoires sont donc possibles. Il devrait donc en être de même pour l'énergie d'un électron en mouvement autour d'un noyau.

Le modèle de RUTHERFORD, utilisant la mécanique de NEWTON, permet-il d'interpréter l'énergie émise par les atomes et mise en évidence par les spectres atomiques ?

> Pour s'entraîner : Ex. 1

2. Les limites de la mécanique newtonienne

2.1 Étude du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène

L'atome d'hydrogène, constitué d'un seul proton et d'un seul électron, est le plus simple des atomes. Étudions la lumière émise par une lampe à hydrogène.

Activité 1

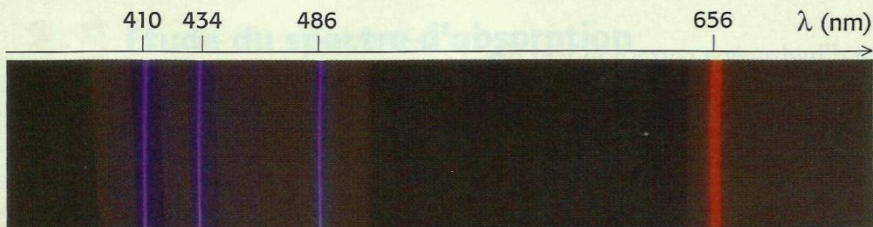
Comment interpréter le spectre d'émission de l'hydrogène ?

Analyser, avec un prisme ou un réseau, la lumière émise par une lampe à hydrogène.

Décrire le spectre.

> Observation

Nous observons un spectre de raies d'émission [Doc. 6]. Seules sont émises des radiations de longueurs d'onde particulières.



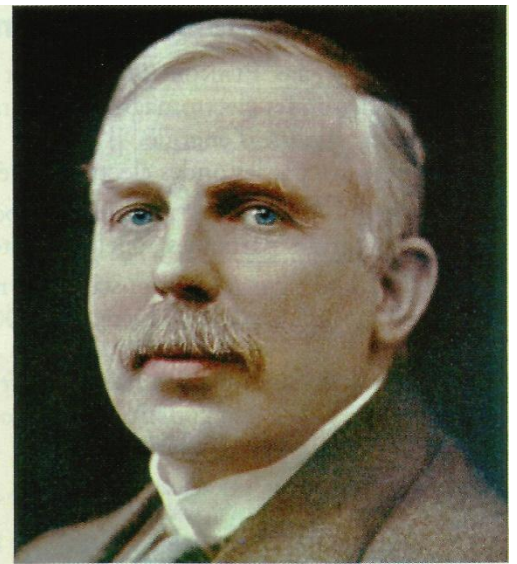
Doc. 6 Spectre de raies d'émission de l'atome d'hydrogène.

> Interprétation

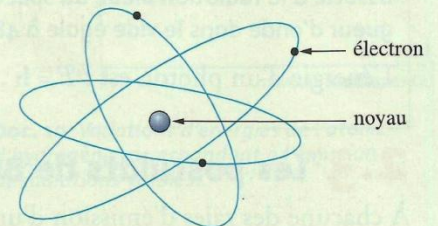
Dans la lampe, de l'énergie électrique est transférée aux atomes d'hydrogène. Les atomes possédant un surplus d'énergie sont dans un état excité, donc dans un état instable. Ils se désexcitent pour retrouver une énergie plus basse et donc un état plus stable en émettant de l'énergie lumineuse.

Le fait que l'on observe un spectre de raies, et non un spectre continu, montre que les longueurs d'onde, et donc les fréquences des radiations émises, ne peuvent prendre que des valeurs discrètes. On dit que les fréquences sont quantifiées.

Comment déterminer l'énergie de l'atome à partir des fréquences des radiations émises ?



Doc. 4 Ernest RUTHERFORD (1871-1937), prix Nobel de chimie en 1908.



Doc. 5 Modèle planétaire, de RUTHERFORD, d'un atome.

Discrètes : en opposition à « continues ».

2.2 Le modèle du photon

En 1900, Max PLANCK [Doc. 7] émet l'hypothèse que la lumière, comme toutes les ondes électromagnétiques, transporte de l'énergie par « paquets », appelés **quanta d'énergie**. Il postule alors la **quantification de l'énergie** transportée par les ondes électromagnétiques.

En 1905, Albert EINSTEIN émet l'hypothèse que ces quanta d'énergie sont portés par des particules appelées **photons**.

Les photons sont des corpuscules de masse nulle, non chargés, se propageant à la vitesse de la lumière, $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dans le vide.

Une onde électromagnétique, de fréquence ν et de longueur d'onde dans le vide λ , est constituée de photons. L'énergie de chaque photon est donnée par la relation :

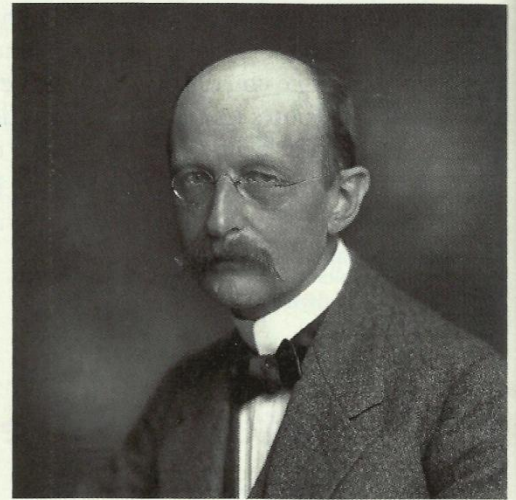
$$E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

L'énergie E s'exprime en joule (J), la fréquence ν en hertz (Hz) et la longueur d'onde λ en mètre (m).

La constante h est appelée **constante de PLANCK**; $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Le joule étant une unité inadaptée à la valeur de l'énergie d'un photon, on utilise couramment l'électronvolt (eV) :

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$$



Doc. 7 Max PLANCK (1858-1947), prix Nobel de physique en 1918.

Exercice d'entraînement 1

Calculer, en joule puis en électronvolt, l'énergie d'un photon associé à la radiation bleue du spectre de l'hydrogène, de longueur d'onde dans le vide égale à 486 nm.

L'énergie d'un photon est : $E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$.

Numériquement, en joule :

$$E = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{486 \times 10^{-9}} = 4,09 \times 10^{-19} \text{ J}$$

En électronvolt : $E = \frac{4,09 \times 10^{-19}}{1,60 \times 10^{-19}} = 2,56 \text{ eV}$.

2.3 Les postulats de BOHR

À chacune des raies d'émission d'un atome d'hydrogène correspondent des photons d'énergie donnée par : $E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$.

L'énergie de l'atome ne peut donc prendre que certaines valeurs discrètes, c'est-à-dire bien déterminées.

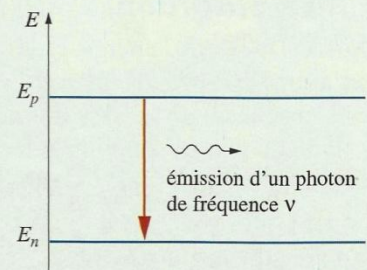
En 1913, Niels BOHR, élève de Ernest RUTHERFORD, énonce les postulats qui permettent d'interpréter les raies du spectre de l'atome d'hydrogène (voir l'activité préparatoire A, page 333) :

- Les variations d'énergie de l'atome sont quantifiées.
- L'atome ne peut exister que dans certains états d'énergie bien définis; chaque état est caractérisé par un niveau d'énergie.
- Un photon de fréquence ν est émis lorsque l'atome se désexcite en effectuant une transition d'un niveau d'énergie E_p vers un niveau inférieur E_n tel que [Doc. 8] :

$$E_p - E_n = h \cdot \nu$$

Ainsi, contrairement à l'énergie d'un système {planète, satellite}, l'énergie d'un atome d'hydrogène correspondant au système {proton, électron} ne peut pas varier continûment; elle ne peut prendre que des valeurs discrètes.

$$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$$



Doc. 8 Désexcitation d'un atome et émission d'un photon de fréquence ν donnée par : $E_p - E_n = h \cdot \nu$.

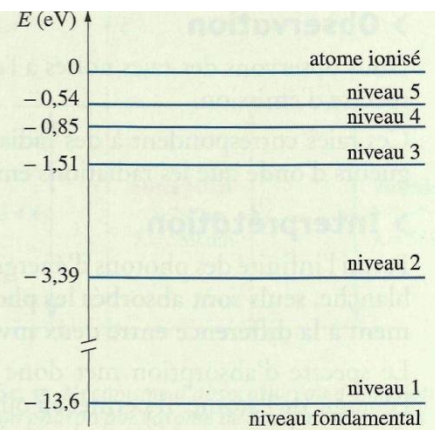
**Le modèle planétaire de l'atome n'est pas satisfaisant.
La mécanique newtonienne n'est pas adaptée à l'étude des atomes.**

2.4 Le diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène

D'après les postulats de N. BOHR, les variations d'énergie de l'atome d'hydrogène sont quantifiées. En prenant un état de référence (état d'énergie nulle), on en déduit les énergies des autres états.

Le **document 9** est appelé **diagramme énergétique** de l'atome d'hydrogène. L'état de référence correspond à l'état d'excitation maximale : celui de l'atome ionisé (proton et électron immobiles, séparés d'une distance infinie) dont l'énergie est prise égale à zéro. Cet état correspond à une énergie maximale : en effet, il a fallu fournir de l'énergie à l'atome pour l'ioniser. De ce fait, les énergies des autres niveaux sont négatives. Cela n'a aucune importance, car on calcule toujours des variations d'énergie.

Nous verrons, dans les exercices, que seules les premières désexcitations aboutissant au niveau 2 correspondent à des raies dans le domaine du visible **[Doc. 10]**.



Doc. 9 Diagramme énergétique de l'atome d'hydrogène. L'énergie de référence correspond à l'atome ionisé.

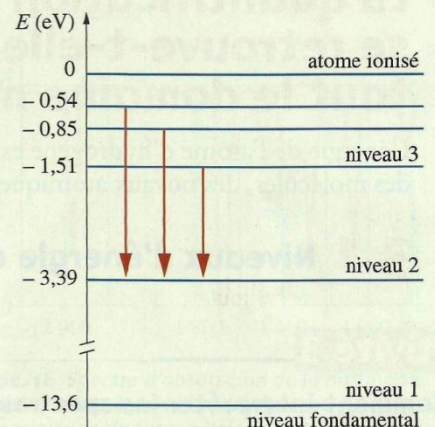
Exercice d'entraînement 2

Calculer la longueur d'onde du photon émis lors de la transition, du niveau 3 vers le niveau 2, de l'atome d'hydrogène.

L'énergie E du photon est égale à $E = E_3 - E_2 = -1,51 - (-3,39) = 1,88 \text{ eV}$; soit en joule : $E = 1,88 \times 1,60 \times 10^{-19} = 3,01 \times 10^{-19} \text{ J}$.

La longueur d'onde du photon émis se déduit de la relation : $\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$.

Numériquement, on trouve $\lambda = 6,60 \times 10^{-7} \text{ m} = 661 \text{ nm}$. Cette radiation appartient au domaine visible, elle correspond à la raie rouge du spectre **[Doc. 6]**.



Doc. 10 Variations d'énergies de l'atome d'hydrogène correspondant à l'émission de radiations visibles.

2.5 Étude du spectre d'absorption de l'atome d'hydrogène

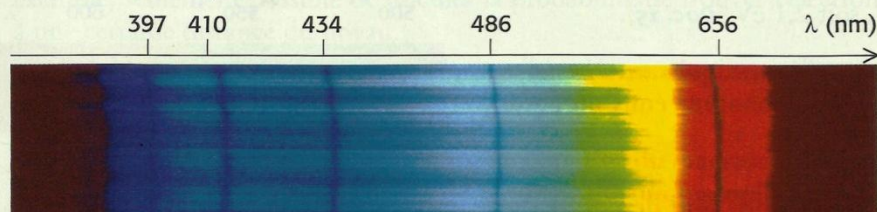
La quantification des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène permet-elle d'interpréter le spectre d'absorption ?

Activité 2

Comment interpréter le spectre d'absorption de l'hydrogène ?

Le **document 11** a été obtenu en laboratoire en éclairant de l'hydrogène par une lumière blanche, puis en réalisant le spectre de la lumière transmise.

Comparer ce spectre avec celui du **document 6**.



Doc. 11 Spectre d'absorption de l'hydrogène.

> Observation

Nous observons des raies noires à l'emplacement exact des raies colorées du spectre d'émission.

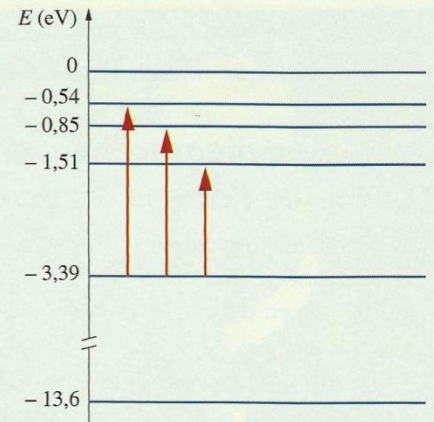
Ces raies correspondent à des radiations absorbées qui ont les mêmes longueurs d'onde que les radiations émises par une lampe à hydrogène.

> Interprétation

Parmi l'infinité des photons d'énergies différentes correspondant à la lumière blanche, seuls sont absorbés les photons dont l'énergie correspond exactement à la différence entre deux niveaux d'énergie de l'atome.

Le spectre d'absorption met donc aussi en évidence la quantification de l'énergie de l'atome. Il permet en outre de constater que les transferts d'énergie, entre le rayonnement et la matière, sont quantifiés [Doc. 12].

> Pour s'entraîner : Ex. 2



Doc. 12 Variations de l'énergie de l'atome d'hydrogène correspondant à l'absorption de radiations visibles.

3. La quantification d'énergie se retrouve-t-elle dans tout le domaine microscopique ?

L'énergie de l'atome d'hydrogène est quantifiée. L'énergie des autres atomes, des molécules, des noyaux atomiques, est-elle aussi quantifiée ?

3.1 Niveaux d'énergie des atomes

Activité 3

Comment interpréter les spectres du sodium ?

Réaliser les spectres d'émission et d'absorption du sodium

[Doc. 13].

Analyser les spectres.

> Observation

Le spectre d'émission de la vapeur de sodium présente essentiellement une raie jaune orangé, de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 589 \text{ nm}$ [Doc. 14a].

Le spectre d'absorption de la vapeur de sodium présente une raie noire, correspondant à la même longueur d'onde [Doc. 14b].

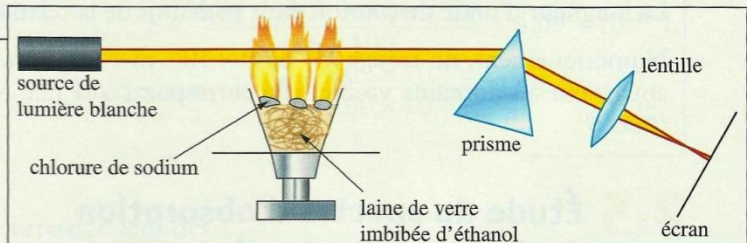
> Interprétation

La radiation de longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$ correspond à une différence entre deux niveaux d'énergie E_p et E_n de l'atome de sodium telle que :

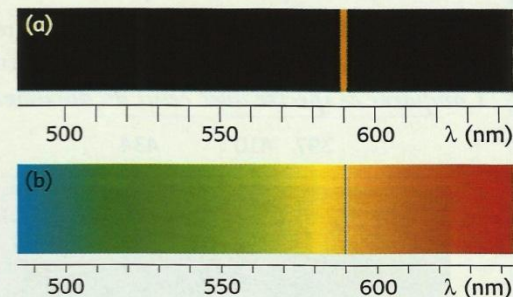
$$E_p - E_n = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 3,38 \times 10^{-19} \text{ J, soit } 2,1 \text{ eV [Doc. 15].}$$

Les niveaux d'énergie affectant les couches électroniques externes d'un atome sont de l'ordre de l'électronvolt (eV) ; les photons émis ou absorbés peuvent être dans le domaine du visible.

L'énergie d'un atome est quantifiée : ses variations sont de l'ordre de l'électronvolt (eV).



Doc. 13 Dispositif expérimental pour obtenir le spectre d'absorption du sodium.



Doc. 14 Spectre d'émission (a) et d'absorption (b) du sodium.

Tous les atomes d'un même élément chimique ont le même spectre caractéristique de cet élément.

Un spectre d'émission ou d'absorption permet d'identifier un élément chimique.

C'est ainsi qu'en analysant la lumière des étoiles ou des nébuleuses, on détermine leur composition chimique (voir l'activité préparatoire B, page 333). On constate que l'Univers est essentiellement constitué d'hydrogène.

3.2 Niveaux d'énergie des molécules

Le spectre d'absorption d'une molécule [Doc. 16] est constitué de raies et de bandes d'absorption. En effet, une molécule étant constituée d'atomes, l'interaction entre les atomes a pour effet de multiplier et d'élargir les niveaux d'énergie.

Les bandes d'absorption se situent très souvent dans l'infrarouge. L'infrarouge n'étant pas visible, pour analyser le spectre, on doit l'enregistrer en utilisant des détecteurs sensibles à ces radiations.

L'énergie d'une molécule est quantifiée.

L'analyse du spectre d'absorption d'une molécule peut permettre d'identifier cette molécule.

3.3 Niveaux d'énergie des noyaux

En radioactivité, les noyaux fils résultant d'une désintégration radioactive sont souvent dans un état excité. Leur désexcitation s'accompagne de l'émission de photons de grande énergie (rayonnement γ).

Les énergies de ces photons sont caractéristiques des noyaux émetteurs.

Comme l'atome, le noyau possède des niveaux d'énergie quantifiés.

L'énergie d'un noyau est quantifiée. Les variations d'énergie dans le noyau sont de l'ordre du mégaelectronvolt (MeV) [Doc. 17].

► Pour s'entraîner : Ex. 5 et 6

4. À quoi s'applique la mécanique quantique ?

La mécanique newtonienne ne permet pas d'interpréter la quantification de l'énergie des atomes, ni celle des molécules et des noyaux. Une nouvelle théorie, appelée **mécanique quantique**, permet d'interpréter cette quantification.

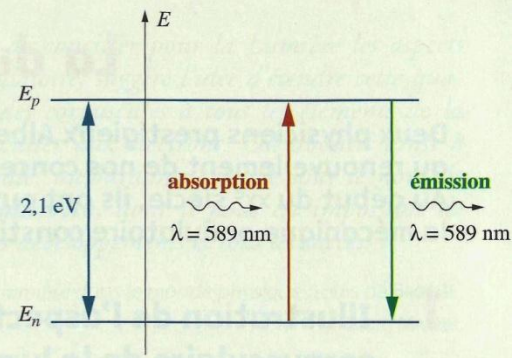
En mécanique quantique, les photons sont un des aspects de la lumière, l'aspect corpusculaire. La lumière n'est ni une onde, ni un ensemble de particules. Elle est en fait les deux à la fois : c'est la dualité onde-corpuscule.

En mécanique quantique, la notion de trajectoire n'a pas de sens : il est, par exemple, seulement possible de calculer la probabilité de trouver l'électron à une certaine distance du noyau.

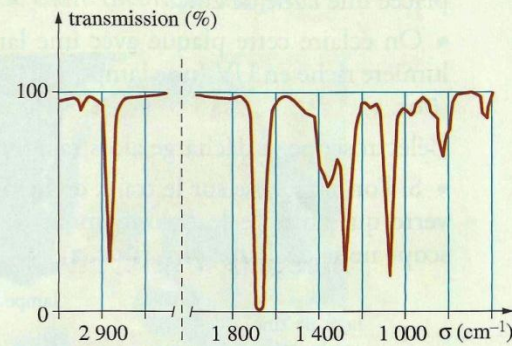
La mécanique quantique est *probabiliste* et non *déterministe* contrairement à la mécanique newtonienne.

La mécanique de NEWTON est adaptée au domaine du macroscopique. La mécanique quantique est adaptée au domaine microscopique.

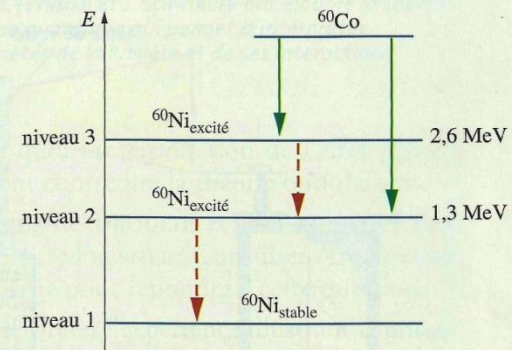
► Pour s'entraîner : Ex. 9



Doc. 15 Mécanisme d'absorption ou d'émission d'un photon par l'atome de sodium : échanges d'énergie quantifiée.



Doc. 16 Spectre d'absorption de la butanone. En abscisse est porté $\sigma = 1/\lambda$ (en cm^{-1}). Un minimum de transmission correspond à un maximum d'absorption. Un pic d'absorption à 2900 cm^{-1} est caractéristique des liaisons C-H et celui vers 1720 cm^{-1} est caractéristique d'une liaison C = O.



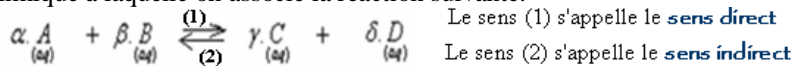
Doc. 17 Niveaux d'énergie du noyau de nickel. Lors de la désintégration β^- d'un noyau de cobalt, il se forme un noyau de nickel dans un état excité. Les variations d'énergie sont de l'ordre du MeV.

Evolution spontanée d'un système chimique

I-Quotient de la réaction et constante d'équilibre :

1) Rappel :

On considère la transformation chimique à laquelle on associe la réaction suivante:



Le quotient de cette réaction $Q_r = \frac{[C]^\gamma [D]^\delta}{[A]^\alpha [B]^\beta}$: C'est une grandeur sans unité.

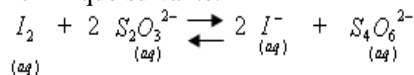
A l'équilibre les concentrations molaires des espèces chimiques deviennent constantes et le quotient de la réaction prend une valeur constante qui s'appelle la constante d'équilibre K.

$$K = Q_{r,eq} = \frac{[C]_{eq}^\gamma [D]_{eq}^\delta}{[A]_{eq}^\alpha [B]_{eq}^\beta}$$

C'est une grandeur sans unité qui ne dépend que de la température.

2) Détermination de la constante d'équilibre :

On considère un mélange de volume V qui contient les ions $S_2O_3^{2-}$ les ions $S_4O_6^{2-}$ et diiode I_2 .
Ce système est le siège de la réaction chimique suivante:



On donne la concentration molaire initiale de chaque espèce dans le mélange:

$$[I_2]_i = 0,2 \text{ mol/L} \quad , \quad [S_2O_3^{2-}]_i = 0,3 \text{ mol/L}$$

$$[I^-]_i = 0,5 \text{ mol/L} \quad , \quad [S_4O_6^{2-}]_i = 0,02 \text{ mol/L}$$

a) Donner l'expression de la constante d'équilibre de cette réaction.

b) Calculer la valeur de la constante d'équilibre à l'état initial.

c) Calculer la valeur de la constante d'équilibre à l'instant t telle que: $[I_2]_t = 0,15 \text{ mol/L}$

Réponse:

a) b) $Q_{r,i} = \frac{[I^-]_i^2 \times [S_4O_6^{2-}]_i}{[I_2]_i \times [S_2O_3^{2-}]_i^2} \quad Q_r = \frac{(0,5)^2 \times (0,02)}{(0,2) \times (0,3)^2} \approx 0,28$

c) Tableau d'avancement:

Equation de la réaction	$I_2 + 2 S_2O_3^{2-} \rightleftharpoons 2 I^- + S_4O_6^{2-}$			
états	Concentrations molaires (en mol/L)			
Etat initial	0,2	0,3	0,5	0,02
Etat de transformation	$0,2 - \frac{x}{V}$	$0,3 - 2 \cdot \frac{x}{V}$	$0,5 + 2 \cdot \frac{x}{V}$	$0,02 + \frac{x}{V}$

On a : $[I_2] = 0,2 - \frac{x}{V} = 0,15 \text{ mol/L} \Rightarrow \frac{x}{V} = 0,2 - 0,15 = 0,05 \text{ mol/L}$

$$Q_r = \frac{[I^-]^2 \cdot [S_4O_6^{2-}]}{[I_2] \cdot [S_2O_3^{2-}]^2} = \frac{(0,5 + 2 \times 0,05)^2 \cdot (0,02 + 0,05)}{(0,2 - 0,05) \cdot (0,3 - 2 \times 0,05)^2} = \frac{0,6^2 \cdot 0,07}{0,15 \cdot 0,2^2} = 4,2$$

III-Critère d'évolution d'un système chimique :

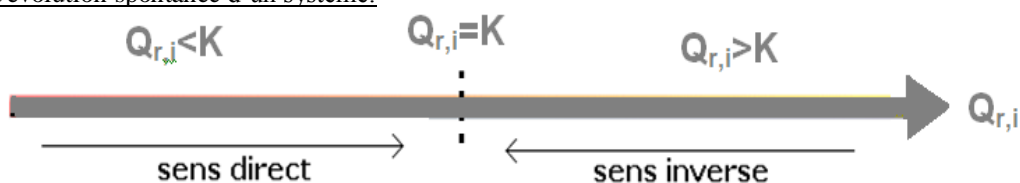
1) Généralisation:

Généralement un système chimique évolue vers l'état d'équilibre (tend que son quotient de la réaction $Q_r \neq K$), dans le sens qui fait tendre son quotient de la réaction vers la constante d'équilibre.

On distingue trois cas possibles:

- Si : $Q_r = K$, le système est en équilibre, il n'évolue dans aucun sens.
- Si $Q_r < K$, le système évolue spontanément dans le sens direct sens (1), sens qui fait augmenter Q_r .
- Si $Q_r > K$, le système évolue spontanément dans le sens indirect sens (2), sens qui fait diminuer Q_r .

Diagramme de critère d'évolution spontanée d'un système:



Remarque : Si la constante d'équilibre $K > 10^4$, la réaction est totale, dans ce cas on utilise une seule flèche dans l'équation de la réaction.

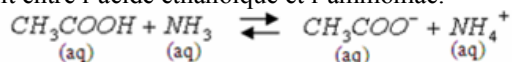
2) Application 1 : (cas d'une réaction acido-basique).

On mélange :

-Un volume $V_1 = 10 \text{ mL}$ d'une solution d'acide éthanóique CH_3COOH de concentration $c_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$.

-Un volume $V_2 = 5 \text{ mL}$ d'une solution d'ammoniac NH_3 de concentration $c_2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$

-Un volume $V_3=5\text{mL}$ d'une solution d'éthanoate de sodium ($\text{CH}_3\text{COO}^- + \text{Na}^+$) de concentration $c_3=10^{-1}\text{mol/L}$.
 -Un volume $V_4=10\text{mL}$ d'une solution de chlorure d'ammonium ($\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$) de concentration $c_4=10^{-1}\text{mol/L}$.
 On donne l'équation de la réaction qui se produit entre l'acide éthanoïque et l'ammoniac.



- 1) a) Donner l'expression du quotient de cette réaction.
- b) déterminer sa valeur initiale.
- 2) Déterminer la valeur de la constante de cette équilibre.
- 3) Déterminer le sens d'évolution spontanée de ce système.

On donne : pour le couple : $\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^-$ $pK_{A1} = 4,8$,

pour le couple: $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$ $pK_{A2} = 9,2$

-----réponses-----

$$1) a) Q_{r,i} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i \times [\text{NH}_4^+]_i}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_i \times [\text{NH}_3]_i}$$

b) On a : $n_i(\text{CH}_3\text{COOH}) = c_1v_1$, $n_i(\text{CH}_3\text{COO}^-) = c_3v_3$
 $n_i(\text{NH}_4^+) = c_4v_4$, $n_i(\text{NH}_3) = c_2v_2$

Donc les concentrations initiales: $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i = \frac{c_3v_3}{V}$, $[\text{CH}_3\text{COOH}]_i = \frac{c_1v_1}{V}$

$$[\text{NH}_4^+]_i = \frac{c_4v_4}{V} \quad , \quad [\text{NH}_3]_i = \frac{c_2v_2}{V}$$

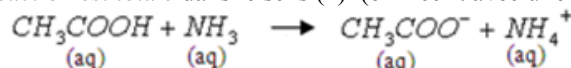
avec: $V = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

$$Q_{r,i} = \frac{c_3v_3 \times c_4v_4}{c_1v_1 \times c_2v_2} = \frac{10^{-1} \times 5.10^{-3} \times 10^{-1} \times 1010^{-3}}{5.10^{-2} \times 10.10^{-3} \times 510^{-2} \times 5.10^{-3}} = 4$$

$$2) K = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} = 10^{pK_{a2} - pK_{a1}} = 10^{9,2-4,8} = 2,5.10^4$$

$$3) \begin{cases} Q_r = 4 \\ K = 2,5.10^4 \end{cases} \Rightarrow Q_r < K \quad . \text{ Le système évolue dans le sens direct sens (1).}$$

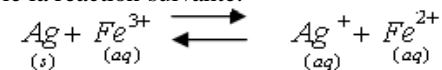
En plus dans ce cas on a : $K > 10^4$, la réaction est totale dans le sens (1) (on l'écrit avec une seule flèche).



3) Application 2:(cas d'une réaction d'oxydo-réduction).

On mélange à l'état initial 10^{-2}mol d'ions Fe^{3+} , 5.10^{-2}mol d'ions Ag^+ et 2.10^{-2}mol d'ions Fe^{2+} , puis on introduit dans un volume $V=500\text{mL}$ de cette solution un fil d'argent.

On considère la transformation à laquelle on associe la réaction suivante:



sa constante d'équilibre à 25°C est $K=3,2$

- 1) Déterminer quotient initial $Q_{r,i}$ de cette réaction puis en déduire le sens d'évolution spontanée du système.
- 2) Dresser le tableau d'évolution de ce système.
- 3) Déterminer l'avancement de la réaction à l'équilibre.
- 4) Déterminer les concentrations de toutes les espèces chimiques existant à l'équilibre.

-----réponses-----

$$1) \text{ on a : } Q_r = \frac{[\text{Ag}^+][\text{Fe}^{2+}]}{[\text{Fe}^{3+}]} = \frac{5.10^{-2} \times 2.10^{-2}}{0,5 \times 0,5} = \frac{0,1 \times 0,04}{0,02} = 0,2 \quad \text{et : } K = 3,2$$

$Q_r < K$ donc: Le système évolue dans le sens direct.

2)

Equation de la réaction		$\underset{\text{(s)}}{\text{Ag}} + \underset{\text{(aq)}}{\text{Fe}^{3+}} \rightleftharpoons \underset{\text{(aq)}}{\text{Ag}^+} + \underset{\text{(aq)}}{\text{Fe}^{2+}}$			
états	avancement	Quantité de matière (en mol)			
Etat initial	0	n_o	10^{-2}	5.10^{-2}	2.10^{-2}
Etat de transformation	x	$n_o - x$	$10^{-2} - x$	$5.10^{-2} + x$	$2.10^{-2} + x$
Etat d'équilibre	x_{eq}	$n_o - x_{eq}$	$10^{-2} - x_{eq}$	$5.10^{-2} + x_{eq}$	$2.10^{-2} + x_{eq}$

3) la constante d'équilibre
$$K = \frac{[Ag^+]_{\acute{e}q} \cdot [Fe^{2+}]_{\acute{e}q}}{[Fe^{3+}]_{\acute{e}q}} = \frac{5 \cdot 10^{-2} + x_{\acute{e}q}}{0,5} \times \frac{2 \cdot 10^{-2} + x_{\acute{e}q}}{0,5} = \frac{10^{-2} - x_{\acute{e}q}}{0,5} = 3,2$$

$$\Rightarrow \frac{(5 \cdot 10^{-2} + x_{\acute{e}q})(2 \cdot 10^{-2} + x_{\acute{e}q})}{10^{-2} - x_{\acute{e}q}} = 1,6$$

$$x_{\acute{e}q}^2 + 1,67x_{\acute{e}q} - 0,015 = 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{(1,67)^2 + 4 \times 0,015}$$

$$x_{\acute{e}q} = \frac{-1,67 + \sqrt{(1,67)^2 + 4 \times 0,015}}{2} \approx 8,9 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$x_{\acute{e}q} = \frac{-1,67 - \sqrt{(1,67)^2 + 4 \times 0,015}}{2} = -1,68 \text{ mol} < 0 \quad \text{Impossible car } x_{\acute{e}q} > 0$$

4)
$$[Fe^{3+}] = \frac{n(Fe^{3+})}{V} = \frac{10^{-2} - x_{\acute{e}q}}{0,5} = \frac{10^{-2} - 8,9 \times 10^{-3}}{0,5} = 2,2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[Fe^{2+}] = \frac{n(Fe^{2+})}{V} = \frac{2 \times 10^{-2} + x_{\acute{e}q}}{0,5} = \frac{2 \times 10^{-2} + 8,9 \times 10^{-3}}{0,5} = 5,78 \times 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[Ag^+] = \frac{n(Ag^+)}{V} = \frac{5 \times 10^{-2} + x_{\acute{e}q}}{0,5} = \frac{5 \times 10^{-2} + 8,9 \times 10^{-3}}{0,5} \approx 0,12 \text{ mol/L}$$

Or la température est constante :
$$K = \frac{[Ag^+]_{\acute{e}q} \cdot [Fe^{2+}]_{\acute{e}q}}{[Fe^{3+}]_{\acute{e}q}} = \frac{0,12 \times 5,78 \cdot 10^{-2}}{2,2 \cdot 10^{-3}} \approx 3,2 \quad \text{elle a la m\^eme valeur pr\^ecedente}$$

.....

Sbiro Abdelkrim

mercredi 6 février 2019

Transformations spontanées dans les piles et production d'énergie

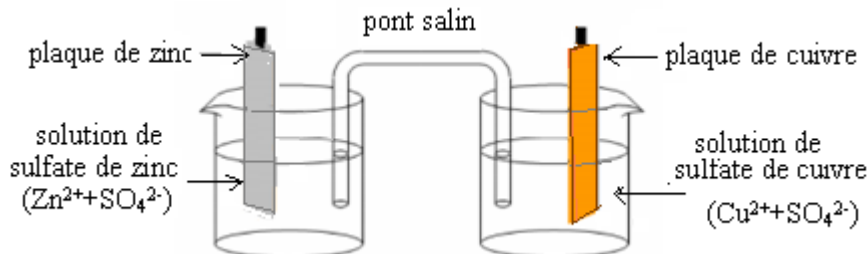
I-Transfert spontané des électrons dans une pile:

1) La pile Daniell :

a) Description:

La pile Daniell est constituée de deux compartiments liés par un pont salin.

- Le premier compartiment se compose d'une plaque de cuivre plongée dans une solution de sulfate de cuivre ($\text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$), ce qui constitue la 1^{ère} demi-pile qu'on appelle **électrode**.
- Le deuxième compartiment se compose d'une plaque de zinc plongée dans une solution de sulfate de zinc ($\text{Zn}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$), c'est l'autre demi-pile qu'on appelle aussi **électrode**.
- Le **pont salin** (ou ionique) qui relie les deux solutions il est constitué d'une solution de chlorure de potassium ($\text{K}^+ + \text{Cl}^-$) qui est un conducteur électrolytique.



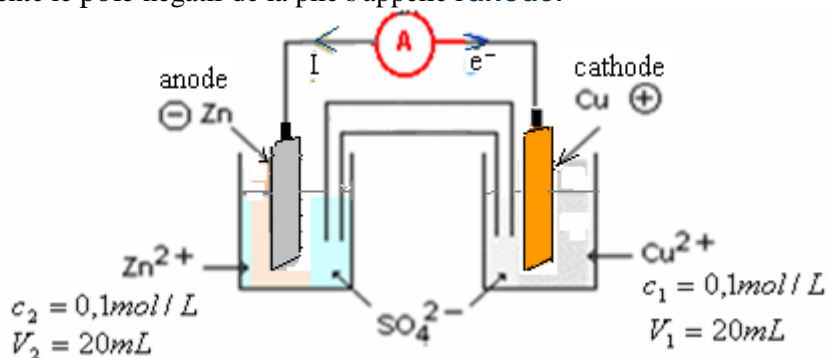
On a ainsi réalisé une pile électrochimique.

b) Fonctionnement de la pile Daniell :

Un ampèremètre branché aux bornes de la pile indique le passage de courant électrique de la plaque de cuivre vers la plaque de zinc. (Les électrons circulent alors dans ce circuit extérieur de la plaque de zinc vers la plaque de cuivre).

La plaque de cuivre qui représente le pôle positif de la pile s'appelle: la **cathode**.

La plaque de zinc qui représente le pôle négatif de la pile s'appelle l'**anode**.



c) Réaction aux électrodes:

Au cours du fonctionnement de la pile:

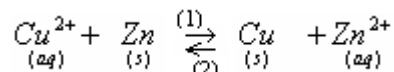
- La masse de l'électrode de zinc diminue, elle se consomme, ceci est due à l'oxydation du zinc selon la demi-équation:



- La masse de l'électrode de cuivre augmente, ceci est due à la réduction des ions Cu^{2+} en cuivre selon la demi-équation:



L'équation globale de la réaction qui se produit pendant le fonctionnement de la pile s'obtient en ajoutant les deux demi-équations précédentes.



La constante d'équilibre associée à cette réaction est: $K = 1,9 \cdot 10^{37}$

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Zn}^{2+}]_i}{[\text{Cu}^{2+}]_i} = 1 \quad \text{donc : } Q_{r,i} < K$$

Le critère d'évolution spontanée montre que l'équilibre évolue spontanément dans le sens (1), c'est-à-dire le sens direct. Donc la pile lorsqu'elle débite, elle constitue un système hors équilibre.

d) Rôle du pont salin:

Le pont salin a deux rôles:

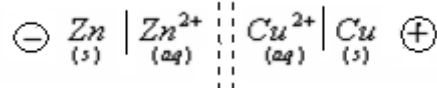
- il permet la **liaison électrique** entre les deux compartiments sans que les deux solutions se mélangent, par migration des conducteurs ioniques.

-il assure la **neutralité électrique** des deux solutions.

(Car pendant le fonctionnement de la pile la concentration des ions Zn^{2+} augmente dans la solution de sulfate de zinc et celle des ions Cu^{2+} diminue dans la solution de sulfate de cuivre et pour assurer la neutralité électrique les ions Cl^- migrent à travers le pont ionique vers la solution de sulfate de zinc et les ions K^+ vers la solution de sulfate de cuivre).

e) Représentation conventionnelle de la pile

On représente symboliquement la pile Daniell par **la représentation conventionnelle** suivante:

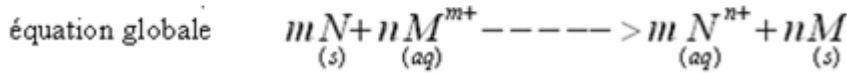
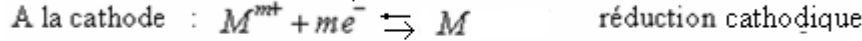
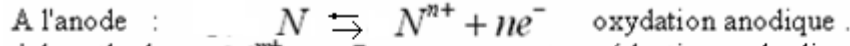
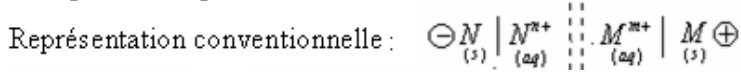


2) Généralisation :

On peut réaliser des piles identiques à la pile Daniell.

En général une pile est constituée :

- D'une plaque d'un métal M plongé dans une solution contenant les ions métalliques M^{m+} de ce métal.
- D'une plaque d'un autre métal N plongé dans une solution contenant les ions métalliques N^{n+} de ce métal.
- D'un pont salin qui relie les deux solutions.



La pile électrochimique convertit l'énergie chimique (résultant d'un transfert spontané d'électrons entre deux couples oxydant - réducteur) en énergie électrique

II-Détermination expérimentale de la polarité d'une pile:

1) Détermination de la polarité d'une pile:

Pour déterminer expérimentalement la polarité d'une pile on utilise l'une des deux méthodes suivantes:

1^{ère} méthode:

On branche un ampèremètre entre les bornes de la pile.

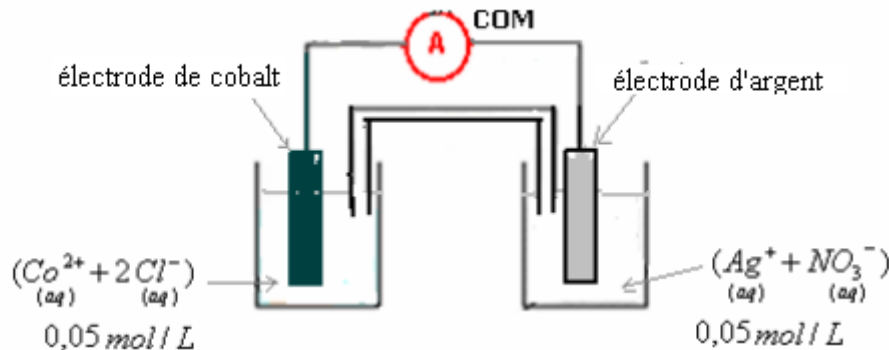
- Si Celui ci indique une intensité du courant électrique positive, alors sa borne COM est donc liée au pôle négatif de la pile.
- Et s'il indique une intensité du courant électrique négative, sa borne COM est liée au pôle positif de la pile.

2^{ème} méthode:

Connaissant les deux couples d'oxydoréduction qui interviennent dans la pile et la constante d'équilibre on utilise le critère d'évolution pour trouver le sens de la réaction spontanée qui se produit dans la pile ce qui permettra de savoir l'électrode à laquelle se produit l'oxydation qui est l'anode (pôle négatif) et l'autre c'est la cathode (pôle positif)de la pile.

2) Exercice d'application de la 1^{ère} méthode:

On réalise la pile suivante:

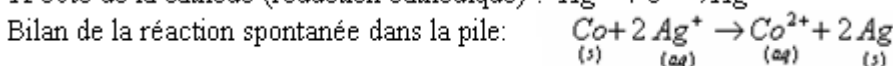
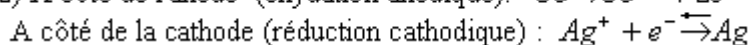
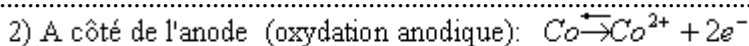
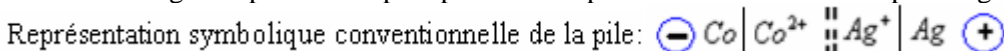


Sachant que l'ampèremètre indique une intensité négative.

- 1) Déterminer la polarité de cette pile puis donner sa représentation symbolique conventionnelle.
- 2) Ecrire l'équation de la demi-réaction qui se produit près de chaque électrode puis en déduire l'équation globale de la réaction qui se produit lors du fonctionnement de la pile.
- 3) Quel est le rôle du pont salin?
- 4) Calculer le quotient initial de cette réaction.
- 5) Comment évolue ce quotient de la réaction durant le fonctionnement de la pile?

.....réponses.....

1) L'ampèremètre indique une intensité négative donc sa borne COM est liée au pôle positif de la pile, par conséquence l'électrode d'argent représente le pôle positif de la pile et celle de cobalt son pôle négatif.



3) Le pont salin:

- permet la liaison électrique entre les deux compartiments sans que les deux solutions se mélangent.
- il assure la neutralité électrique des deux solutions.

4) Le quotient initial de cette réaction :

$$Q_{r,i} = \frac{[Co^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{0,05}{(0,05)^2} = 20$$

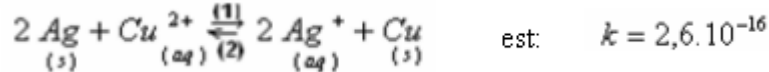
5) Durant le fonctionnement de la pile la concentration des ions Ag^+ diminue (car ces ions sont consommés par la réduction cathodique), alors celle des ions Co^{2+} augmente (grâce à l'oxydation anodique) par conséquent le quotient de la réaction augmentera au fur et à mesure que la pile fonctionne.

3) Exercice d'application de la deuxième méthode:

On lie avec un pont salin les deux demi-piles suivantes:

- Une électrode de cuivre Cu plongée dans une solution de sulfate de cuivre ($Cu^{2+}+SO_4^{2-}$), $[Cu^{2+}]_i=0,05mol/L$.
- Une électrode d'argent Ag plongée dans une solution de sulfate d'argent ($Ag^++NO_3^-$), $[Ag^+]_i=0,01mol/L$.

Sachant que la constante d'équilibre associée à la réaction suivante :



- 1) Déterminer le sens d'évolution spontanée de cet équilibre puis en déduire l'équation globale de la réaction qui se produit durant le fonctionnement de la pile.
- 2) Ecrire l'équation de la demi-réaction qui se produit près de chaque électrode puis en déduire la polarité de la pile.
- 3) Donner la représentation symbolique conventionnelle de la pile.

.....réponses.....

1) $Q_{r,i} = \frac{[Ag^+]^2}{[Cu^{2+}]} = \frac{(0,01)^2}{(0,05)} = 2 \cdot 10^{-3} \therefore Q_{r,i} > k \text{ et } k = 2,6 \cdot 10^{-16}$ le système évolue dans le sens(2) indirect

L'équation globale de la réaction qui se produit durant le fonctionnement de la pile: $2 Ag^+_{(aq)} + Cu_{(s)} \longrightarrow 2 Ag_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$

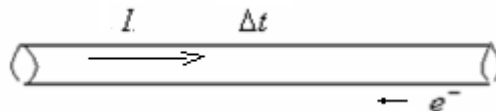
- 2) A côté de l'anode (oxydation anodique): $Cu \rightleftharpoons Cu^{2+} + 2e^- \Rightarrow Cu$ correspond au pôle négatif de la pile.
 A côté de la cathode (réduction cathodique) : $Ag^+ + e^- \rightleftharpoons Ag \Rightarrow Ag$ correspond au pôle positif de la pile.

3) Représentation symbolique conventionnelle de la pile: $(+)Ag|Ag^+::Cu^{2+}|Cu(-)$

III-Étude quantitative de la pile:

1) Quantité d'électricité maximale débitée par une pile:

La quantité d'électricité qui traverse le conducteur liant les deux bornes d'une pile durant le temps Δt est : $q = I \cdot \Delta t$



D'autre part: $q = n \cdot e$ car les porteurs de charge sont les électrons : n: est le nombre des électrons qui traversent le conducteur

pendant le temps Δt . donc : $n \cdot e = I \cdot \Delta t$ d'où: $n = \frac{I \cdot \Delta t}{e}$

La quantité de matière des électrons correspondant est : $n(e) = \frac{n}{N_A}$ N_A : nombre d'Avogadro. Donc: $n(e) = \frac{I \cdot \Delta t}{N_A \times e}$

La grandeur : $F = N_A \cdot e$ s'appelle **le faraday** \Rightarrow (Le faraday est la valeur absolue de la charge d'une mole d'électrons)

Donc la quantité de matière des électrons qui traversent le conducteur pendant le temps Δt . : $n(e) = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$

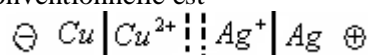
le faraday : $F = 6,02 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19} \approx 96500 C / mol$

Remarque: Si la pile débite un courant d'intensité I pendant un temps Δt avant d'être usée, elle délivre une quantité d'électricité $Q_{max} = I \cdot \Delta t$

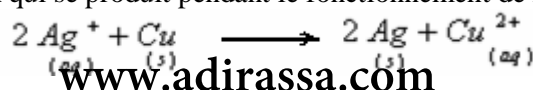
Q_{max} : représente **la capacité** en charge de la pile (c'est la quantité d'électricité maximale qu'elle peut débiter avant d'être usée)

2) Exercice d'application:

On considère une pile dont la représentation conventionnelle est



L'équation de la réaction d'oxydoréduction qui se produit pendant le fonctionnement de la pile est:



Sachant que la pile débite pendant un temps $\Delta t = 1,5mn$ un courant d'intensité $I=86mA$.

a) Quelle est la quantité d'électricité transportée pendant ce temps?

b) Dresser le tableau d'avancement de cette réaction puis déterminer l'expression de l'avancement x en fonction de I , Δt et F et calculer sa valeur.

c) Déterminer la variation de la masse de chaque électrode pendant le temps Δt .

d) Déterminer la variation quantité de matière des ions Cu^{2+} et celle des ions Ag^+ dans la pile pendant le temps Δt .

On donne :

$$F = 96500C/mol \quad ; \quad M(Ag) = 108g/mol \quad ; \quad M(Cu) = 63,5g/mol$$

.....réponses.....

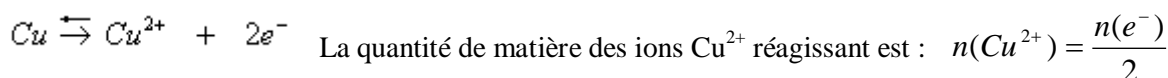
a) La quantité d'électricité transportée pendant Δt est:

$$q = I \Delta t = 86 \times 10^{-3} A \times 1,5 \times 60s = 7,74C$$

b) Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$2 Ag^+_{(aq)} + Cu_{(s)} \longrightarrow 2 Ag_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$			
états	avancement	Quantité de matière (en mol)			
Etat initial	0	$n_o(Ag^+)$	$n_o(Cu)$	$n_o(Ag)$	$n_o(Cu^{2+})$
Etat de transformation	x	$n_o(Ag^+) - 2x$	$n_o(Cu) - x$	$n_o(Ag) + 2x$	$n_o(Cu^{2+}) + x$

D'après la demi-équation:



D'après le tableau d'avancement quantité de matière des ions Cu^{2+} réagissant est : $n(Cu^{2+}) = x$ donc : $n(e^-) = 2x$

Et on par définition: $n(e^-) = \frac{I \Delta t}{F}$ donc : $2x = \frac{I \Delta t}{F}$ d'où: $x = \frac{I \Delta t}{2F}$.

A.N: $x = \frac{I \Delta t}{2F} = \frac{7,74}{2 \times 96500} = 4 \times 10^{-5} mol$

c) la variation de la masse de l'électrode de cuivre :

$$\Delta m(Cu) = m(Cu)_F - m(Cu)_I$$

Or : $m = n.M$

$$\begin{aligned} \Delta m(Cu) &= [n(Cu)_F - n(Cu)_I] . M(Cu) \\ &= [n_o(Cu) - x - n_o(Cu)] . M(Cu) \\ &= -x . M(Cu) \\ &= -4.10^5 mol . 63,5g/mol = -2,54mg \end{aligned}$$

Le signe (-) montre que le cuivre disparaît pendant le fonctionnement de la pile et l'électrode de cuivre se consomme et sa masse diminue de 2,54mg pendant le temps $\Delta t = 1,5mn$.

la variation de la masse de l'électrode de cuivre :

$$\Delta m(Ag) = m(Ag)_F - m(Ag)_I$$

Or: $m = n.M$

$$\begin{aligned} \Delta m(Ag) &= [n(Ag)_F - n(Ag)_I] . M(Ag) \\ &= [n_o(Ag) + 2x - n_o(Ag)] . M(Ag) \\ &= 2x . M(Ag) \\ &= 8.10^5 mol . 108g/mol = 8,64mg \end{aligned}$$

La masse de l'électrode d'argent augmente de 8,64ms pendant le temps $\Delta t = 1,5mn$.

d) La variation de la quantité de matière des ions Cu^{2+} pendant le temps Δt est :

$$\begin{aligned} \Delta n(Cu^{2+}) &= n(Cu^{2+})_{finale} - n(Cu^{2+})_{initiale} \\ &= n_o(Cu^{2+}) + x - n_o(Cu^{2+}) = x = 4.10^{-5} mol \end{aligned}$$

La variation de la quantité de matière des ions Ag^+ pendant le temps Δt est :

$$\begin{aligned} \Delta n(Ag^+) &= n(Ag^+)_{finale} - n(Ag^+)_{initiale} \\ &= n_o(Ag^+) - 2x - n_o(Ag^+) = -2x = -8.10^{-5} mol \end{aligned}$$

D'après l'oxydation anodique : $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$ va augmenter donc : $\Delta n(Cu^{2+}) > 0$.

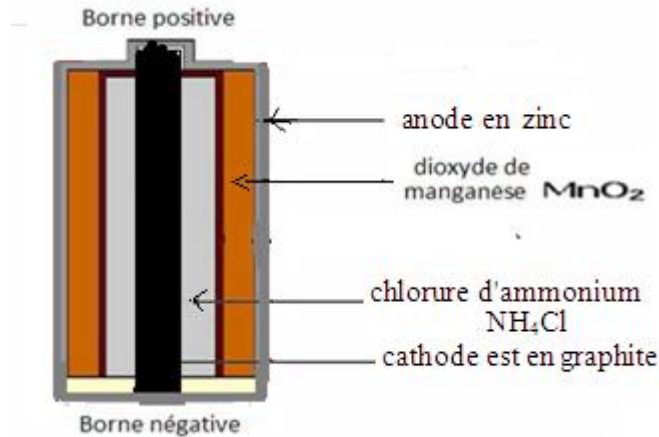
Et d'après la réduction cathodique : $Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$, on s'aperçoit que $n(Ag^+)$ va diminuer donc : $\Delta n(Ag^+) < 0$

III-Exemples de piles usuelles:

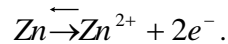
1) Définition

Les piles usuelles sont les piles utilisées couramment notre vie courante dont la plus importante est la pile Leclanché. Ces piles sont vendues sous forme de pile ronde de 1,5 V ou de pile plate de 4,5 V..

2) Pile Leclanché:

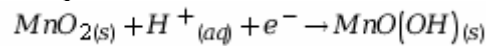


L'anode est le zinc, elle se consomme durant le fonctionnement par oxydation anodique selon la demi-équation suivante:

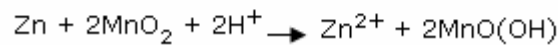
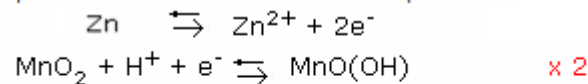


L'électrolyte c'est le chlorure d'ammonium NH_4Cl qui se présente sous forme d'un sel solide pour que la pile ne coule pas.

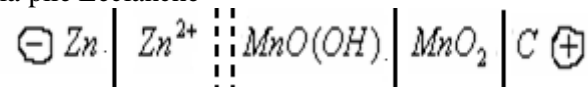
La cathode est en graphite, elle est en contact avec les ions NH_4^+ (qui acidifient le milieu) au niveau de laquelle on a réduction du dioxyde de manganèse MnO_2 selon la demi-équation suivante:



La réaction globale qui se produit dans la pile s'obtient avec les deux demi-équations :



La représentation conventionnelle de la pile Leclanché



SBIRO Abdelkrim

Exemples de transformations forcées

L'électrolyse

Pour sc math et sc physique

I-Transformations spontanées:

1) Rappel:

Une transformation spontanée est une transformation qui se produit sans aucune intervention extérieure.

2) Transformation spontanée entre le cuivre métal et le dibrome en solution aqueuse :

On mélange dans un tube à essai la tornure de cuivre (Cu) et une solution de dibrome Br₂ de concentration 10⁻² mol/L.

La solution initiale est rouge-orange (couleur du dibrome en solution).

On constate: - la disparition de la coloration du dibrome Br₂.

- la disparition du métal cuivre.

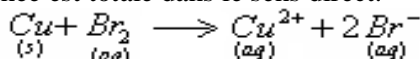
- la solution se colore progressivement en bleu (cette coloration est due à l'apparition des ions Cu²⁺).

Une réaction d'oxydo-réduction s'est produite spontanément entre Cu_(s) et Br_{2(aq)} avec formation des ions Cu²⁺_(aq) et Br⁻_(aq).

Equation de la réaction:
$$\underset{(s)}{Cu} + \underset{(aq)}{Br_2} \xrightleftharpoons{(1)} \underset{(aq)}{Cu^{2+}} + 2 \underset{(aq)}{Br^-}$$
 La constante d'équilibre associée à 25°C est: K=1,2.10²⁵

On a:
$$Q_{r,i} = \frac{[Br^-]_i^2 \times [Cu^{2+}]_i}{[Br_2]_i} = \frac{0}{10^{-2}} = 0$$
 donc: $Q_{r,i} < K$ La réaction est spontanée dans le sens direct.

On a: K >> 10⁴ donc cette réaction spontanée est totale dans le sens direct.



Remarque :

Que se passera-t-il si on mélange initialement les ions Cu²⁺ et les ions Br⁻ ?

La réaction qui peut se produire:
$$\underset{(aq)}{Cu^{2+}} + 2 \underset{(aq)}{Br^-} \xrightleftharpoons{} \underset{(s)}{Cu} + \underset{(aq)}{Br_2}$$
 sa constante d'équilibre: $K' = \frac{1}{K} = 8,3.10^{-26} \approx 0$

on a:
$$Q_{r,i} = \frac{[Br_2]_i}{[Br^-]_i^2 \times [Cu^{2+}]_i} = 0$$
 donc: $Q_{r,i} = K'$ le système ne peut pas évoluer spontanément dans le sens direct.

Pour obliger cette réaction à évoluer dans le sens direct on doit amener de l'énergie électrique au système contenant les ion Cu²⁺ et les ions Br⁻, donc on doit réaliser l'électrolyse d'une solution de bromure de cuivre qui est une transformation forcée.

II-Transformations forcées:

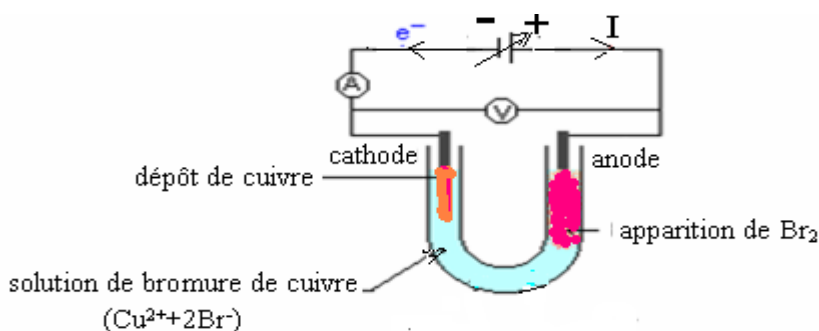
1) Définition:

Une transformation forcée est une transformation qui se déroule dans le sens opposée à l'évolution spontanée.

L'électrolyse est un exemple d'une transformation forcée.

2) Exemple d'une transformation forcée : électrolyse d'une solution de bromure de cuivre (Cu²⁺+2Br⁻):

On remplit un tube en U avec une solution de bromure de cuivre (Cu²⁺+2Br⁻) et on réalise le montage suivant en utilisant deux électrodes de graphite.



Pour une tension supérieure à 1,2V on constate la formation d'un dépôt de cuivre sur la cathode et formation du dibrome Br₂ au voisinage de l'anode.

L'électrode liée au pôle positif du générateur s'appelle l'anode et celle liée au pôle négatif s'appelle la cathode.

L'électrode	L'anode	La cathode
Cas de la pile	Pôle négatif	Pôle positif
Cas de l'électrolyse	Pôle positif	Pôle négatif

3) Interprétation:

Pendant l'électrolyse, le courant électrique passe de l'anode (pôle positif) vers la cathode (pôle négatif) et les électrons circulent dans le sens contraire.

Au voisinage de l'anode se produit l'oxydation des ions Br⁻ selon la demi-équation suivante:
$$2 \underset{(aq)}{Br^-} \longrightarrow \underset{(aq)}{Br_2} + 2e^-$$

Au voisinage de la cathode se produit la réduction des ions Cu²⁺ selon la demi-équation suivante:
$$\underset{(aq)}{Cu^{2+}} + 2e^- \longrightarrow \underset{(s)}{Cu}$$

Bilan de l'électrolyse:
$$2 \underset{(aq)}{Br^-} + \underset{(aq)}{Cu^{2+}} \longrightarrow \underset{(aq)}{Br_2} + \underset{(s)}{Cu}$$
 qui est l'inverse de la réaction précédente.

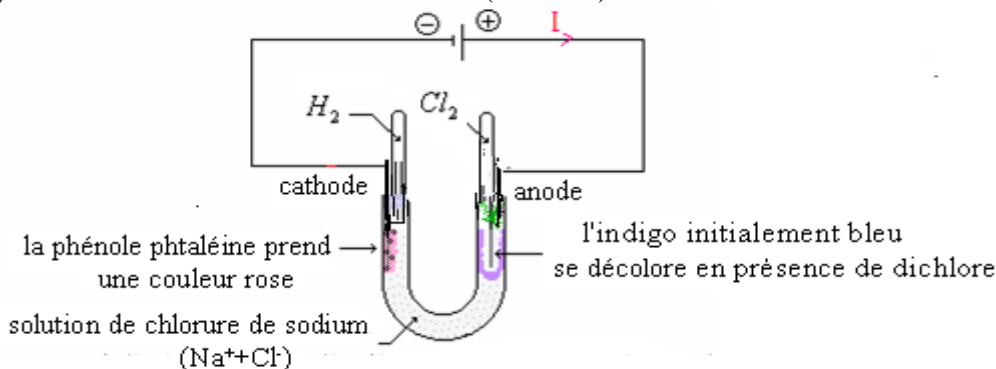
4) **Conclusion:** L'expérience montre que si le générateur fournit l'énergie nécessaire, le système peut évoluer dans le sens contraire de celui de la transformation spontanée : cette transformation forcée s'appelle l'électrolyse.

III- Autres exemples d'électrolyses:

1) Électrolyse d'une solution de chlorure de sodium:

a) Expérience:

On réalise l'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium ($\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$).



L'expérience montre qu'il y'a dégagement du dichlore Cl_2 au voisinage de l'anode et dégagement du dihydrogène H_2 et formation des ions hydroxydes HO^- au voisinage de la cathode.

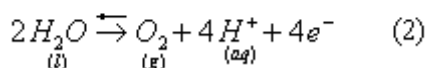
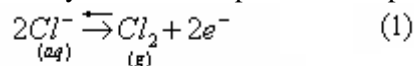
b) Interprétation:

Les espèces chimiques qui existent dans la solution sont : H_2O , Cl^- , Na^+ , plus le graphite (qui ne réagit pas) et ses espèces appartiennent aux couples suivants : Cl_2/Cl^- , Na^+/Na , $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$ et $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$

- **Au voisinage de l'anode** : il y'a oxydation : (C'est le réducteur qui subit l'oxydation)

Parmi les espèces présentes dans l'électrolyseur on a deux réducteurs H_2O et Cl^- appartenant aux couples Cl_2/Cl^- et $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$

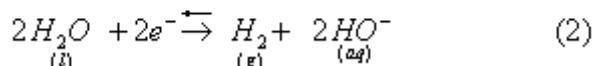
Les oxydations susceptibles de se produire au voisinage de l'anode sont:



- **Au voisinage de la cathode** : il y'a réduction : (C'est l'oxydant qui subit la réduction)

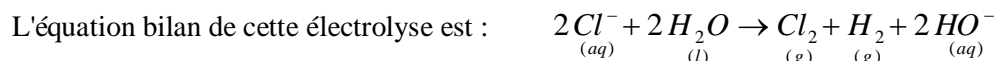
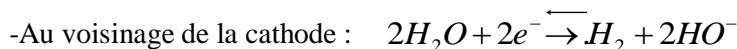
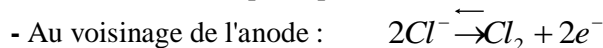
Parmi les espèces présentes dans l'électrolyseur on a deux oxydant H_2O et Na^+ appartenant aux couples : $\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$ et Na^+/Na

Les oxydations susceptibles de se produire au voisinage de la cathode sont:



-Expérimentalement, on obtient dégagement du dichlore au voisinage l'anode et dégagement du dihydrogène au voisinage de la cathode.

Donc les réactions qui se produisent effectivement sont:



c) Conclusion:

- En général dans l'électrolyse, à partir du sens du courant électrique on identifie l'anode et la cathode.
- Ensuite à partir des espèces chimiques qui existent dans la cuve à électrolyse, on écrit toutes les oxydations susceptibles de se produire au voisinage de l'anode et toutes les réductions susceptibles de se produire au voisinage de la cathode (Tout en tenant compte de l'eau qui est toujours solvant et des électrodes qui peuvent parfois participer à ses réactions),
- Enfin l'analyse des produits formés permet de connaître les demi-réactions qui se produisent effectivement à chaque électrode.

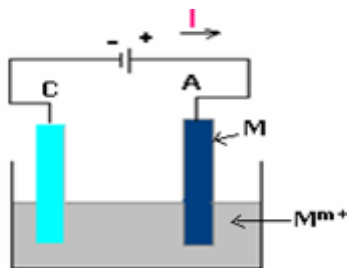
2) Électrolyse à anode soluble:

a) Intérêt de l'électrolyse à anode soluble:

On rencontre ce type d'électrolyse si l'anode est constituée d'un métal M et la solution électrolytique contient les ions M^{m+} de ce même métal (qui constitue l'anode).

-Le métal de l'anode s'oxyde selon la demi-équation : $\text{M} \xrightarrow{(s)} \text{M}^{m+} + m.e^-$

-Le métal M se dépose sur la cathode par réduction des ions M^{m+} selon la demi-équation: $\text{M}^{m+} + m.e^- \xrightarrow{(aq)} \text{M} \quad (s)$



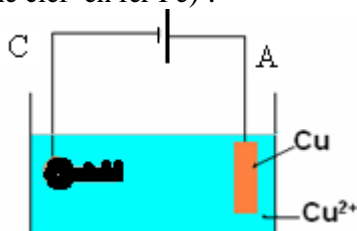
Le bilan de la réaction est nul et cette électrolyse commence à partir de 0V.

L'intérêt de cette électrolyse est le transfert du métal de l'anode vers la cathode (On l'utilise pour la réalisation de dépôt de métal sur un support métallique ou pour la purification des métaux).

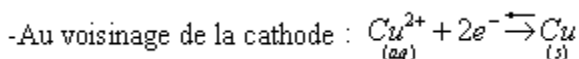
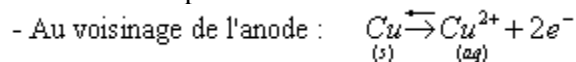
Chaque fois qu'un atome du métal M disparaît à l'anode, il se forme un atome du métal M sur la cathode : la masse du métal déposée sur la cathode est égale à celle perdue par l'anode.

Chaque fois qu'un ion M^{m+} disparaît à la cathode, il se forme un ion M^{m+} à l'anode, le nombre d'ions M^{m+} reste constant dans la solution qui de ce fait la solution conserve sa teinte.

b) Exemple d'électrolyse à anode soluble: On réalise l'électrolyse d'une solution de sulfate de cuivre ($Cu^{2+} + SO_4^{2-}$) en utilisant une anode en cuivre Cu (la cathode est une clef en fer Fe).



On obtient un dépôt de cuivre sur la clef. et on constate la diminution de l'anode. C'est une électrolyse à anode soluble.



bilan de l'électrolyse : transfert du cuivre de l'anode vers la cathode.

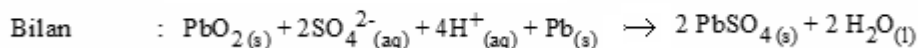
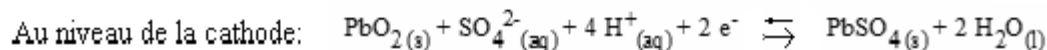
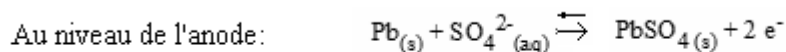
IV-Applications de l'électrolyse:

Malgré le coût élevé de l'énergie électrique consommée, l'électrolyse a de nombreuses applications industrielles comme:

- La préparation et la purification de nombreux métaux comme l'aluminium, le zinc, le cuivre, l'argent et d'autres métaux.
- La préparation d'eau oxygénée ou du dichlore ou du dihydrogène,...
- La protection avec une couche d'or ou d'argent ou par d'autres métaux qui se déposent à la surface de divers objets pour améliorer leurs aspects.
- La recharge des accumulateurs des voitures ou de téléphone sont des applications courantes de l'électrolyse.

Un accumulateur peut fonctionner spontanément comme générateur (tout en jouant le rôle d'une pile) et aussi en sens inverse pour se recharger, car quand on le branche aux bornes d'un générateur qui impose un sens de courant inverse il se charge.

Prenons comme exemple l'accumulateur de plomb (batterie d'automobile). Il est constitué de deux électrodes en plomb dont l'une est recouverte de dioxyde de plomb plongeant dans une solution d'acide sulfurique et de sulfate de plomb.



La force électromotrice est de l'ordre de 2V, dans une batterie de voiture elle est égale à 12 V car on en associe six en série.

Niveaux: SM PC SVT

Matière: chimie

PROF: Zakaryae Chriki

Résumé N:9

Chimie Organique

**I. Nomenclature des Alcanes**

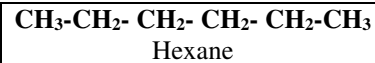
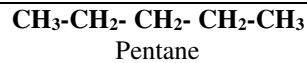
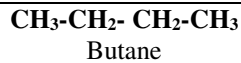
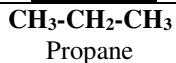
Les alcanes sont des molécules organiques uniquement composées d'atomes de carbone et d'hydrogène tous liés ensemble uniquement par des liaisons simples et dont la formule brute est C_nH_{2n+2} avec n un nombre naturel

1. Les alcanes linéaires ou les n-alcanes :**Définition :**

Les chaînes carbonées sont linéaires si chaque atome de carbone n'est lié au maximum qu'à deux autres atomes de carbones au sein de la chaîne .

Nomenclature :

Le nom de l'alcane est formé du suffixe « ane » précédé d'un terme grecque qui correspond au nombre de carbone dans la chaîne

Exemples :**2. Les alcanes ramifiés :****Définition :**

Les chaînes carbonées ramifiées sont des chaînes où au moins l'un des atomes carbones de la chaîne est lié au moins à trois autres atomes de carbones

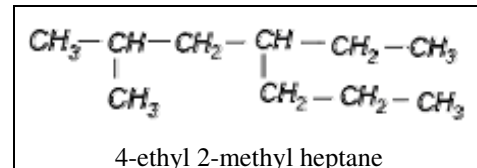
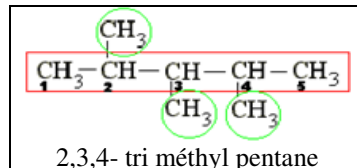
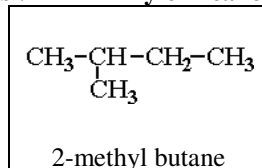
Nomenclature :

Pour nommer cette molécule il faut procéder de la façon suivante :

1. Ecrire la formule semi développée de la molécule (ou l'écriture topologique)
2. Identifier la chaîne principale (la chaîne carbonée la plus longue), on lui attribue le nom de l'alcane
3. Identifier les groupes alkyles (groupes ramifiés) liés à cette chaîne
4. Numéroter les atomes de carbone, à partir de l'extrémité qui permet d'obtenir **la somme**, des numéros associés aux groupes alkyles, **la plus petite possible**.
5. Le nom de la molécule est constitué du nom de l'alcane principale, précédé des noms des radicaux et chaque radical est précédé par son numéro

NB :

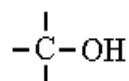
Si plusieurs groupes identiques figurent dans la molécule, on ajoute les préfixes "di" pour 2 et "tri" pour 3 et "tetra" pour 4

Exemples : i-Alcyle Alcane**Les dix premiers alcanes linéaires**

Nombre de carbone	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Alcane (C_nH_{2n+2})	méthane	éthane	propane	butane	pentane	hexane	heptane	octane	nonane	décane
Radical (C_nH_{2n+1})	méthyl	éthyl	propyl	butyl						

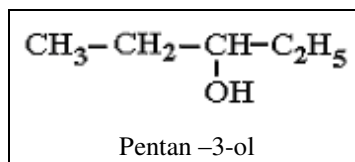
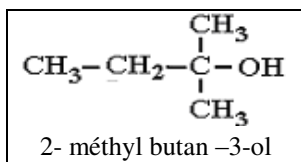
II. Nomenclature des composés organiques**1. Alcool :**

On appelle alcool un composé organique dans lequel le groupe hydroxyle $-OH$ est lié à un atome de carbone saturé.

**Nomenclature :**

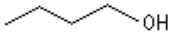


- On détermine le nom de l'alcane à condition :
 - La chaîne principale est la chaîne la plus longue qui porte le groupe $-OH$.
 - La numérotation de la chaîne est choisie de façon que le groupe $-OH$ ait le numéro le plus petit possible.
- Le nom de l'alcool est formé en ajoutant le suffixe ol au nom de l'alcane (**alcane -i-ol**)

Exemples :



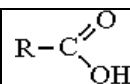
Classes d'alcool :

Selon que l'atome de carbone portant le groupe caractéristique -OH est lié à 1, 2, 3 atomes de carbone, l'alcool est qualifié de primaire, secondaire, tertiaire

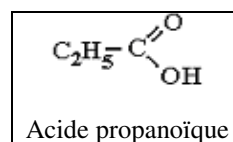
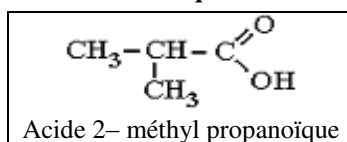
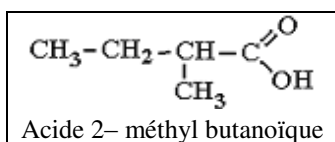
Classe de l'alcool	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Formule générale	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{H} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{R}' \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{R}'' \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{R}' \end{array}$
Exemples			
	Butanol ou butan -1 ol	butan -2- ol	2 -methyl propan -2- ol

2.Acide Carboxylique :

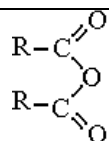
- Repérer la chaîne carbonée la plus grande contenant le carbone fonctionnel de l'acide.
- Numéroter les carbones en commençant par le carbone fonctionnel de l'acide.
- Le nom de l'acide est le nom de l'alcane précédé par le mot acide et finira par la terminaison -oïque



Acide alcanoïque

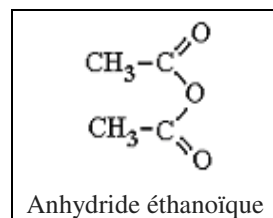
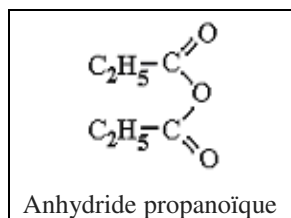
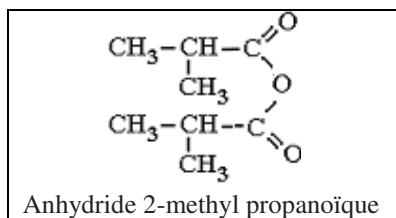


3.Anydeude d'Acide :



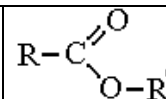
On nomme le composé, de la même manière que l'acide carboxylique juste on remplace le mot **acide** par le mot **anhydride** (anhydride **alcanoïque**)

Exemples :

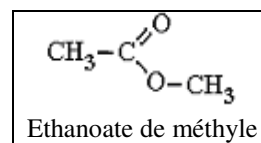
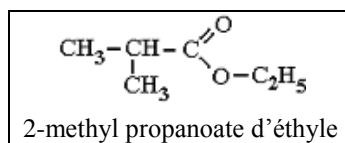
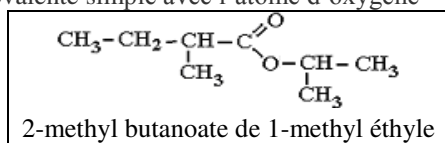


4.Ester:

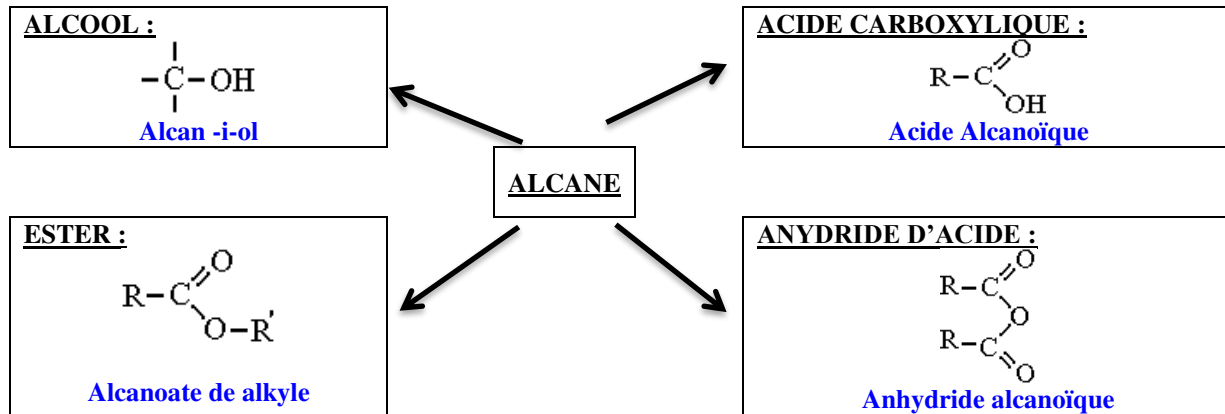
La nomenclature des esters est composée de deux termes, le premier terminant en -oate désignant la chaîne carbonée issue de l'acide et le deuxième terminant par -yle désignant la chaîne carbonée de l'alcool.



- Déterminer la longueur de la chaîne provenant de l'acide et rajouté le suffixe OATE : → Alcanoate
- Ajouter un "de" après le nom en -oate
- Déterminer la longueur de chaîne provenant de l'alcool puis terminer par le suffixe -yle (avec le "e" car en fin de nom.)
- Ce qui donne Alcanoate de alkyle
- Dans le cas des ramifications la chaîne carbonée est numéroté à partir de l'atome de carbone lié avec une liaison covalente simple avec l'atome d'oxygène



NB:



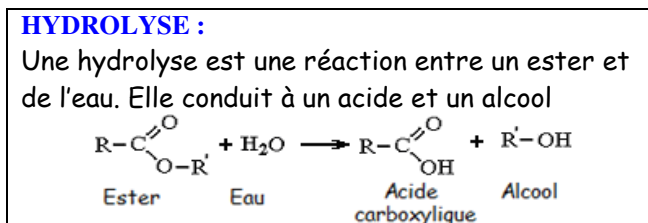
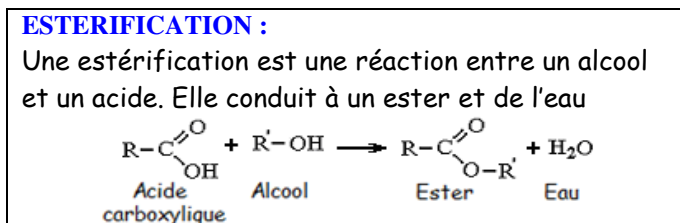
Nommer un alcane :

(1) La chaîne principale carbonée (La plus longue chaîne) Alcane	(2) Les radicaux liés à la chaîne principale alkyle	(3) Un numéro i à chaque radical i	(4) Classer les radicaux par ordre alphabétique Abcdefgh
--	--	---	--

i-Alkyle Alcane

III. Esterification et Hydrolyse

1. Les equations de réactions:



2. Caractéristiques de l'estérification et de l'hydrolyse : sont deux transformations chimiques :

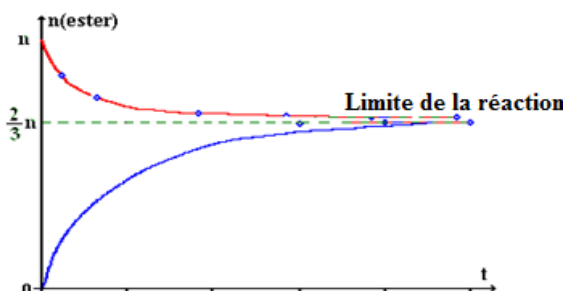
- **Lente** : nécessite trop de temps pour atteindre sa limite
- **Limitée** : aucun réactif n'est limitant et l'estérification est limitée par l'hydrolyse de l'ester formé
- **Athermique** : ne nécessite pas d'apport d'énergie thermique (chaleur) pour se produire et ne dégage pas d'énergie thermique

NB :

Athermique ne signifie pas qu'un apport d'énergie thermique soit sans effet sur la transformation

3. La limite de la réaction :

- Est indépendante de la température, de la pression, du catalyseur et de la nature de l'acide utilisé
- Dépend de la classe de l'alcool

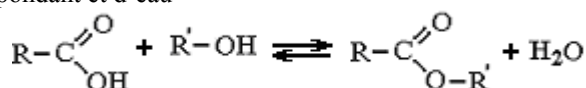


4. Etat d'Equilibre :

- L'estérification et de l'hydrolyse sont deux transformations chimiques l'une inverse de l'autre et elles se font simultanément et se limitent mutuellement
- L'état d'équilibre est la situation pour laquelle la vitesse de la réaction d'estérification est la même que la vitesse d'hydrolyse de l'ester formé. Les quatre espèces (acide, alcool, ester et eau) coexistent.
- Le taux d'avancement final τ est inférieur à 1.

NB :

On aboutit avec un mélange équimolaire d'acide carboxylique et d'alcool au même état d'équilibre (même limite) qu'avec un mélange équimolaire d'ester correspondant et d'eau



Equation d'estérification	$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} \rightarrow \text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O}$			
Etat initial	1 mol	1 mol	0	0
Etat intermédiaire	1 - x	1 - x	x	x
Etat final	1 - x _f	1 - x _f	x _f	x _f
Etat final	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$

Généralement :

Equation d'estérification	$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} \rightarrow \text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O}$			
Etat initial	n mol	n mol	0	0
Etat intermédiaire	n - x	n - x	x	x
Etat final	n - x _f	n - x _f	x _f	x _f
Etat final	$\frac{1}{3} \cdot n$	$\frac{1}{3} \cdot n$	$\frac{2}{3} \cdot n$	$\frac{2}{3}$

5. Rendement de réaction :

Le rendement r d'une réaction est le rapport de la quantité de matière formé expérimentalement n_{exp} et la quantité de matière formée n_{theo} si la réaction est considérée comme totale et $0 < r \leq 1$

$$r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{theo}}} \quad \begin{array}{l} n_{\text{exp}} : \text{quantité de matière formé expérimentalement} \\ n_{\text{theo}} : \text{quantité de matière formé si la réaction est considérée comme totale} \end{array}$$

Augmenter la vitesse de réaction :

- Augmenter la température
- Augmenter la concentration initiale
- Ajouter un catalyseur

Améliorer le rendement :

- Ajouter un réactif en excès
- Eliminer un produit formé

Le rendement d'une réaction d'estérification entre un acide carboxylique et un alcool dépend de la classe de l'alcool utilisé. Le tableau suivant donne l'ordre de grandeur du rendement de la réaction en fonction de la classe de l'alcool :

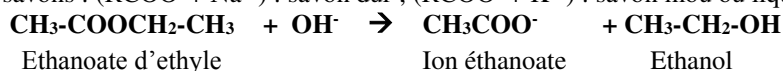
Classe de l'alcool	Primaire	Secondaire	Tertiaire
Rendement	67 %	60 %	5 %

IV. La Saponification

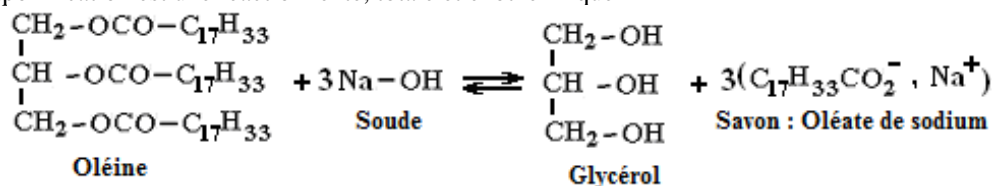
1. La saponification est une réaction chimique transformant un ester en un ion carboxylate et un alcool. Il s'agit en fait de l'hydrolyse en milieu basique d'un ester. Cette réaction permet la synthèse du savon.

2. Préparation du savon:

- Un savon est un mélange de carboxylate de sodium (ou de potassium). La chaîne carbonée non ramifiée (saturée ou non) possède au moins dix atomes de carbone.
- Formule générale des savons : $(\text{RCOO}^- + \text{Na}^+)$: savon dur ; $(\text{RCOO}^- + \text{K}^+)$: savon mou ou liquide



La réaction de saponification est une réaction lente, totale et exothermique

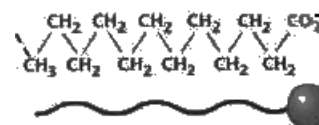
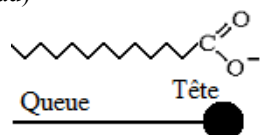


Oléine : constituant principale de l'huile d'olive

3. Caractères hydrophile et hydrophile des ions carboxylate

L'ion carboxylate R-COO^- est constitué de :

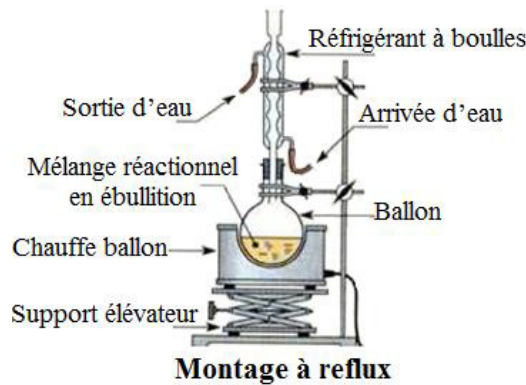
- Tête hydrophile COO^- : s'entoure facilement des molécules d'eau
- Queue hydrophobe R- : il a beaucoup d'affinité pour les chaînes carbonées présentes dans les graisses (déteste l'eau)



La solution du savon est une solution mousseuse et détergente, les ions carboxylates forment autour de la surface de l'eau un ruban, les têtes s'enfoncent dans l'eau et les queues s'enfoncent dans les substances grasses

4. Chauffage à reflux:

- En chauffant, on augmente la température du mélange réactionnel, on accélère la réaction de saponification qui est une réaction lente à température ambiante.
- Le chauffage à reflux permet de condenser les vapeurs des réactifs et des produits grâce au réfrigérant à bulles et de les faire retourner à l'état liquide dans le ballon



Quel est le rôle de l'éthanol ?

- Les deux réactifs, oléine et soude, sont tous deux solubles dans l'éthanol : l'éthanol permet aux réactifs d'être en contact dans la solution. On parle de transfert de phase des réactifs.
- L'utilisation de l'éthanol rend le mélange réactionnel plus homogène.

Quel est le rôle de l'acide sulfurique H_2SO_4 ?

L'acide sulfurique joue le rôle d'un catalyseur dans le but d'augmenter la vitesse de la réaction

Quel est le rôle de pierre ponce ?

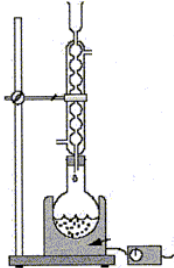
Pierre ponce (pierre lunaire) : trop légère et régularise l'ébullition (homogénéité de température dans le mélange) en évitant la formation aléatoire et incontrôlée de grosses bulles de vapeur.

Quel est le rôle de la solution saturée de chlorure de sodium (Solution salée) ?

- Laver le savon : diluer au maximum la soude
- Précipiter le savon : le savon est peu soluble dans l'eau salée, on parle alors de relargage du savon
- Après filtration et rinçages, on récupère le savon

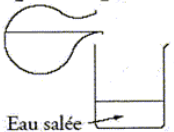
5. Etapes de la fabrication du savon

Etape (1)



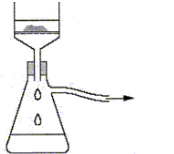
- Chauffer à reflux pendant 30 min
En travaillant à température modérée on accélère la réaction tout en évitant les pertes de matière : les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon.

Etape (2)

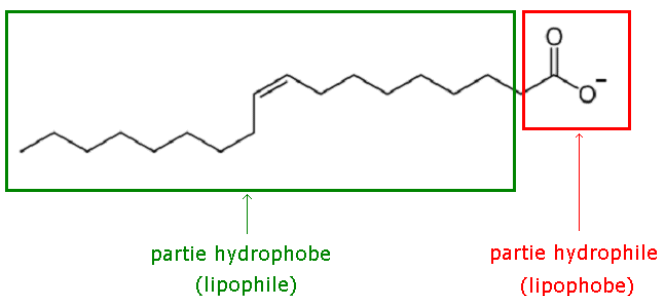


- À la fin du chauffage verser le mélange chaud dans le béccher contenant l'eau salée froide.
Le savon est peu soluble dans l'eau froide et salée : le savon précipite en grande partie (relargage) ;

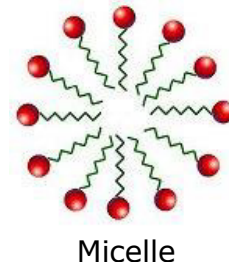
Etape (3)



- Filtration : récupérer le savon et le sécher.



Hydrophile : qui aime l'eau
Hydrophobe : qui n'aime pas l'eau



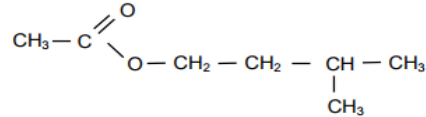
EXERCICE 1

Le composé organique éthanoate-3 méthyle butyle est caractérisé par une bonne odeur qui ressemble à celle de la banane, il est ajouté comme parfum dans quelques confiseries et des boissons et le yourte.

Cette partie de l'exercice a pour objectif l'étude cinétique de la réaction de l'hydrolyse de l'éthanoate-3 méthyle butyle et la détermination de la constante d'équilibre de cette réaction.

Données :

La formule semi développée de l'éthanoate-3 méthyle butyle noté E :



Masse molaire du composé E : $M(E) = 130 \text{ g.mol}^{-1}$.

Masse volumique du composé E : $\rho(E) = 10,87 \text{ g.ml}^{-1}$.

Masse molaire de l'eau : $M(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ g.mol}^{-1}$.

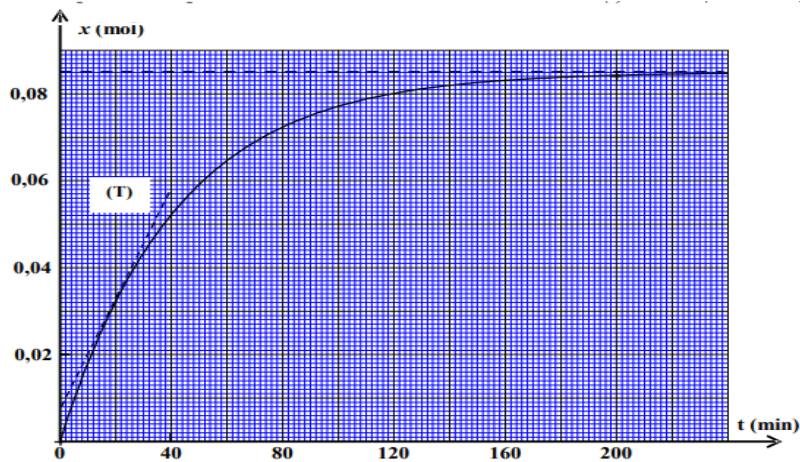
Masse volumique de l'eau : $\rho(\text{H}_2\text{O}) = 1 \text{ g.ml}^{-1}$.

On verse dans un ballon le volume $V(\text{H}_2\text{O}) = 35 \text{ mL}$ d'eau distillée et le met un bain marie de température constante et on lui ajoute le volume $V(E) = 15 \text{ mL}$ du composé E, et on obtient un mélange de volume $V = 50 \text{ mL}$.

1- Déterminer le groupe caractéristique du composé E.

2- Écrire l'équation de la réaction modélisant l'hydrolyse du composé E en utilisant les formules semi développées.

3- On suit l'évolution de l'avancement $x(t)$ de la réaction en fonction du temps et on obtient la courbe suivante.



3-1- La vitesse volumique de la réaction est exprimée par $v(t) = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx(t)}{dt}$, avec V le volume total du mélange,

calculer en $\text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$ la valeur de la vitesse à l'instant $t = 20 \text{ min}$. La droite T représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 20 \text{ min}$.

3-2- Déterminer graphiquement l'avancement final x_f et le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

4- Dresser le tableau d'avancement du système chimique et déterminer la composition du mélange à l'équilibre.

5- Déterminer la constante d'équilibre K associée à l'hydrolyse du composé E.

EXERCICE 2

L'acide butanoïque $\text{C}_3\text{H}_7\text{COOH}$ est utilisé pour préparer des produits cosmétiques et des arômes alimentaires...

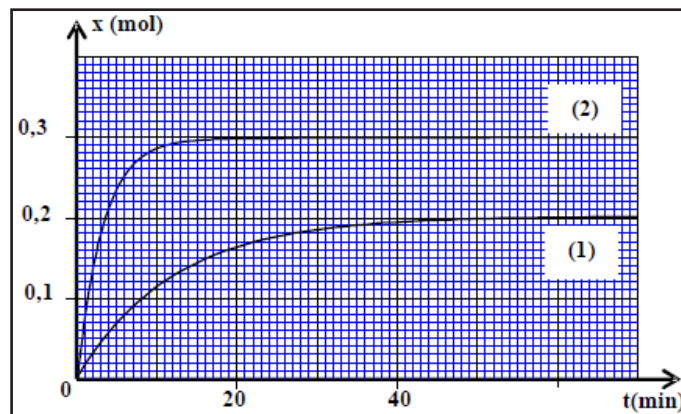
On se propose dans cette partie, d'étudier la réaction entre l'acide butanoïque et l'eau et de comparer les actions de cet acide et de l'anhydride butanoïque sur l'éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$.

Pour comparer la réaction de l'acide butanoïque et la réaction de son anhydride sur l'éthanol, on réalise séparément deux expériences à la même température.

- La première expérience: On introduit dans un ballon la quantité $n_0 = 0,3 \text{ mol}$ d'éthanol, la même quantité n_0 d'acide butanoïque et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré; puis on chauffe à reflux le mélange. Une réaction d'estérification se produit.

- La deuxième expérience: On introduit dans un autre ballon la quantité $n_0 = 0,3 \text{ mol}$ d'anhydride butanoïque et la même quantité n_0 d'éthanol, puis on chauffe à reflux le mélange. Une réaction chimique se produit.

Les courbes (1) et (2) de la figure ci-dessous représentent respectivement, l'évolution temporelle de l'avancement de la réaction lors de la première et de la deuxième expérience.



1- Quel est l'intérêt d'un chauffage à reflux ?

2- Déterminer pour chaque expérience, la valeur du temps de demi-réaction $1/2 t$. En déduire la réaction la plus rapide.

3- Déterminer pour chaque expérience, le taux d'avancement final de la réaction. En déduire laquelle des deux réactions chimiques est totale.

4- En utilisant les formules semi-développées, écrire l'équation de la réaction chimique qui se produit lors de la deuxième expérience.

EXERCICE 3

2- Étude de la réaction de l'acide butanoïque avec le méthanol

La réaction entre l'acide butanoïque avec le méthanol produit un composé organique E et l'eau. On modélise cette réaction par



2-1- Citer le nom du groupe auquel appartient le composé E, et donner son nom.

2-2- On verse dans un ballon qui plongé dans de l'eau glacée, $n_1 = 0,1$ mol d'acide butanoïque et $n_2 = 0,1$ mol de méthanol et quelques gouttes d'acide sulfurique concentrée et quelques gouttes de phénolphtaleine, et on obtient un mélange de volume $V = 100$ mL. Donner l'intérêt de l'utilisation de l'eau glacée et le rôle que joue l'acide sulfurique dans cette réaction.

3-2- Pour suivre l'évolution de cette réaction, on verse dans 10 tubes le même volume du mélange et on ferme bien les tubes, et le met dans un bain marie de température constante (100°C) et on déclenche le chronomètre à l'instant $t = 0$.

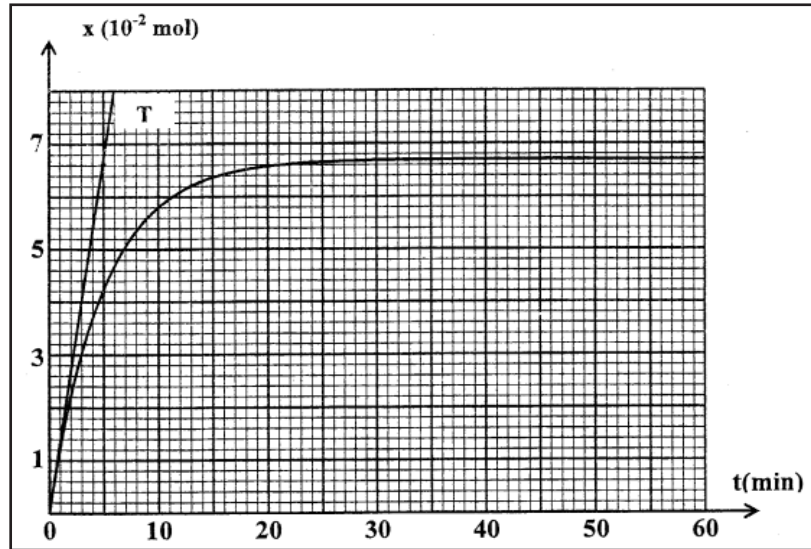
Pour déterminer l'avancement de la réaction en fonction du temps, on sort les tubes du bain marie l'un après l'autre et on les met dans de l'eau glacée, et on dose l'acide restant dans chaque tube à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium ($\text{Na}^+_{\text{aq}} + \text{HO}^-_{\text{aq}}$) de concentration $C = 1$ mol.L⁻¹.

L'équation modélisant la réaction du dosage s'écrit sous la forme suivante: $\text{AH}_{\text{aq}} + \text{HO}^-_{\text{aq}} \longrightarrow \text{A}^-_{\text{aq}} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{liq})}$

Montrer que l'avancement x de la réaction de l'estérification peut s'écrire sous la forme: $x(\text{mol}) = 0,1 - (10.C.V_{\text{BE}})$; avec V_{BE} le volume d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence dans chaque tube.

4-2- Les résultats de l'étude expérimentale ont permis de tracer le graphe représentant les variations de l'avancement x de la réaction d'estérification en fonction du temps.

La droite T est la tangente à la courbe à $t = 0$.



En vous basant sur le graphe déterminer :

2-4-1- Déterminer la vitesse volumique de la réaction aux instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 50$ min.

2-4-2- Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

2-4-3- Le quotient de la réaction à l'équilibre $Q_{r,\text{eq}}$.

EXERCICE 4

Deuxième partie : Réaction d'estérification

Pour synthétiser l'éthanoate d'éthyle, un technicien de laboratoire a préparé une série de tubes à essai contenant chacun un volume $V = 34,5$ mL d'éthanol pur et $0,6$ mol de l'acide éthanoïque. Après avoir scellé ces tubes, il les a placés simultanément dans un bain-marie régulé à 100°C . Pour suivre l'évolution du système chimique aux divers instants t , le technicien sort un tube du bain-marie et le place dans de l'eau glacée, puis il dose la quantité d'acide restante dans ce tube par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration connue. La courbe de la figure ci-dessous représente l'évolution de la quantité de matière n de l'acide éthanoïque restante dans le tube en fonction du temps.

Données :

- La masse molaire de l'éthanol: $M(\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}) = 46$ g.mol⁻¹ ;

- La masse volumique de l'éthanol : $\rho = 0,8$ g.cm⁻³.

1- Quel est l'objectif de l'utilisation de l'eau glacée avant la réalisation du dosage ?

2- La figure ci-dessous représente le montage expérimental utilisé pour effectuer un dosage acide-base. Nommer les éléments numérotés sur cette figure.

3- Montrer que le mélange réactionnel dans chaque tube est équimolaire à l'état initial.

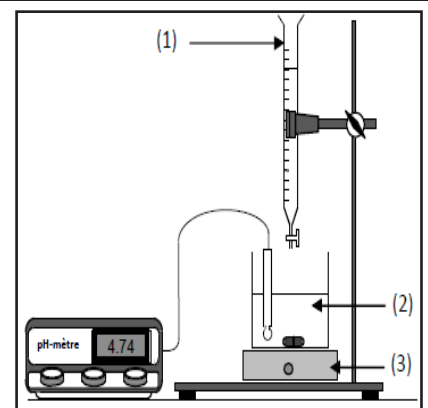
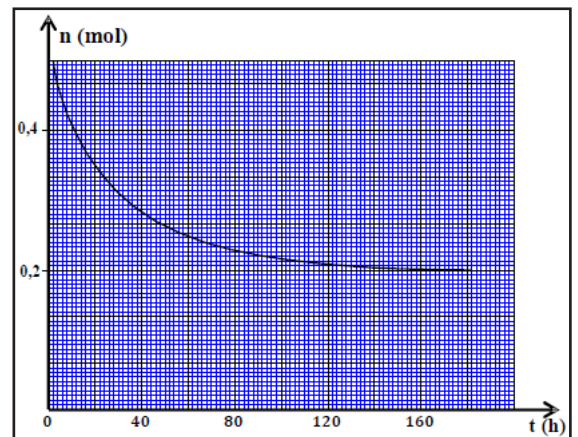
4- Écrire, en utilisant les formules semi développées, l'équation de la réaction produite dans chaque tube.

5- Déterminer, à l'équilibre, la composition du mélange réactionnel dans chaque tube.

6- Montrer que la valeur de la constante d'équilibre est $K = 4$.

7- Le technicien a réalisé de nouveau la même expérience à la même température, en mélangeant cette fois dans chaque tube $0,4$ mol d'éthanol et $0,1$ mol d'acide éthanoïque.

Trouver, dans ce cas, le rendement r de la réaction.



EXERCICE 5

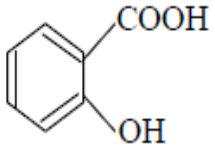
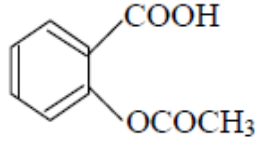
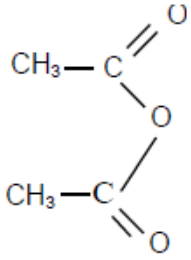
L'aspirine ou acide acétylsalicylique est parmi les médicaments les plus utilisés dans le monde ; il est un calmant des douleurs et un anti fièvre ...

On propose à travers cet exercice, l'étude de la synthèse de l'aspirine et sa réaction avec l'eau.

Données :

- Toutes les mesures ont été prises à 25°C.

- Le tableau suivant donne les valeurs des corps ayant réagi et des produits et quelques valeurs qui les caractérisent :

nom	acide salicylique	acide acétylsalicylique	acide éthanique	anhydride éthanique
formule brute	C ₇ H ₆ O ₃	C ₉ H ₈ O ₄	C ₂ H ₄ O ₂	C ₄ H ₆ O ₃
formule semi-développée			CH ₃ COOH	
masse molaire (g.mol ⁻¹)	138	180	60	102
masse volumique (g.ml ⁻¹)				1,08

- On représente l'acide acétylsalicylique par le symbole AH et sa base conjuguée par A⁻.

- La constante d'acidité du couple (AH/A⁻) : pK_A = 3,5.

- La constante d'équilibre de la réaction de l'éthanoïque et l'acide salicylique : K = 7.10⁻³.

1- Synthèse de l'aspirine :

Pour réaliser la synthèse de l'aspirine ou acide acétylsalicylique AH, deux groupes d'élèves ont réalisé deux expériences différentes :

1-1- Première expérience :

La synthèse de l'aspirine AH a été réalisée par la réaction de l'acide éthanique avec le groupe caractéristique OH de l'acide salicylique qu'on représente par le symbole ROH.

Le premier groupe a réalisé le chauffage à reflux d'un mélange de volume V constant, constitué de la quantité de matière n₁ = 0,2 mol d'acide éthanique et la quantité de matière n₂ = 0,2 mol d'acide salicylique, en ajoutant quelques gouttes d'acide sulfurique concentré.

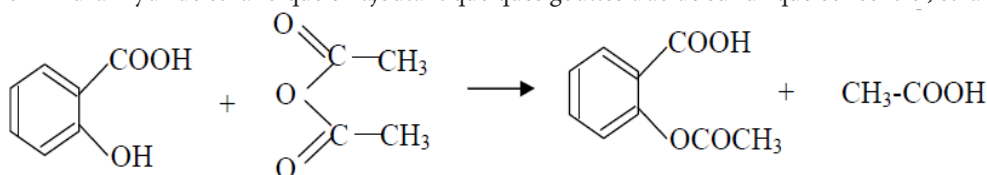
1-1-1- En employant les formules semi-développées, écrire l'équation chimique modélisant cette réaction, et donner son nom.

1-1-2- En vous basant sur le tableau d'avancement, établir la relation : $K = \left(\frac{x_{eq}}{0,2 - x_{eq}} \right)^2$; avec x_{eq} l'avancement à l'équilibre.

1-1-3- Déterminer le rendement r₁ de cette réaction.

1-2- Deuxième expérience :

Pour préparer la masse m(AH) = 15,3 g d'aspirine, le deuxième groupe a réalisé un mélange constitué de m₁ = 13,8 g d'acide salicylique et le volume v = 19 mL d'anhydride éthanique en ajoutant quelques gouttes d'acide sulfurique concentré, et la réaction suivante a lieu :



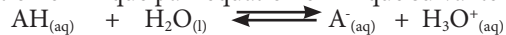
Déterminer le rendement r₂ de cette réaction en vous basant sur le tableau d'avancement.

1-3- Déterminer l'expérience la plus adéquate à la synthèse commerciale de l'aspirine, justifier votre réponse.

2- Étude de la réaction de l'aspirine et l'eau :

On dissout la masse m' d'aspirine AH dans l'eau pure pour préparer une solution aqueuse (S) de concentration C et de volume V = 443 mL de pH = 2,9.

On modélise la transformation chimique par l'équation chimique suivante :



2-1- Montrer que l'expression du taux d'avancement final τ est : $\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A - pH}}$.

2-2- En déduire la concentration C et calculer la masse m'.

2-3- Déterminer l'espèce prédominante du couple (AH/A⁻) dans l'estomac d'une personne qui a pris un comprimé d'aspirine n sachant que la valeur du pH d'un échantillon du suc gastrique est pH = 2.

3- Étude de la réaction de l'acide benzoïque avec l'éthanol

Données :

- Les mesures sont prises à 25°C.

- La masse molaire de l'acide benzoïque : M(C₆H₅COOH) = 122 g.mol⁻¹.

- La masse molaire de l'éthanol : M(C₂H₅OH) = 46 g.mol⁻¹.

- La masse volumique de l'éthanol pur : ρ = 0,78 g.mL⁻¹.

- La masse molaire du benzoate d'éthyl : M(C₆H₅COOC₂H₅) = 150 g.mol⁻¹.

Le benzoate d'éthyle est caractérisé par l'arôme de la cerise, pour cela, il est utilisé dans l'industrie agro-alimentaire pour donner cet arôme à quelques produits alimentaires.

Pour préparer le benzoate d'éthyle au laboratoire, on mélange dans un ballon la masse $m_{ac} = 2,44$ g d'acide benzoïque avec le volume $m_{al} = 10$ mL d'éthanol pur et on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique concentré qui joue le rôle de catalyseur et on chauffe au reflux le mélange réactionnel à une température constante.

2-1- Quel est le rôle du catalyseur dans cette réaction ?

2-2- Écrire l'équation chimique modélisant la transformation ayant lieu entre l'acide benzoïque et l'éthanol en utilisant les formules semi-développées.

2-3- A la fin de la réaction, il s'est formé la masse $m_c = 2,25$ g de benzoate d'éthyle. Déterminer la valeur r du rendement de la réaction.

2-4- Pour augmenter le rendement de la synthèse du benzoate d'éthyle, on remplace l'acide benzoïque par un autre réactif. Donner le nom de ce réactif et sa formule semi-développée.

EXERCICE 6

Partie II: Étude des réactions de l'éthanoate d'éthyle

1. Étude de la réaction de l'éthanoate d'éthyle avec l'eau

On mélange dans un ballon 1 mol d'éthanoate d'éthyle pur avec 1 mol d'eau distillée, on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et on chauffe à reflux le mélange réactionnel pendant un certain temps. Une réaction chimique se produit.

A l'équilibre, il reste 0,67 mol d'éthanoate d'éthyle.

1.1. Quel est le rôle de l'acide sulfurique ajouté ?

1.2. Citer deux caractéristiques de cette réaction.

1.3. Écrire l'équation de la réaction chimique étudiée en utilisant les formules semi-développées.

1.4. Calculer la constante d'équilibre K associée à l'équation de cette réaction chimique.

2. Étude de la réaction de l'éthanoate d'éthyle avec l'hydroxyde de sodium

On introduit, à la date $t = 0$, la quantité de matière n_0 de l'éthanoate d'éthyle dans un bécher contenant la même quantité de matière n_0 d'hydroxyde de sodium $\text{Na}^+_{(aq)} + \text{HO}^-_{(aq)}$ de concentration $c_0 = 10 \text{ mol.m}^{-3}$ et de volume V_0 .

On considère que le mélange réactionnel obtenu a un volume

$V \approx V_0 = 10^{-4} \text{ m}^3$.

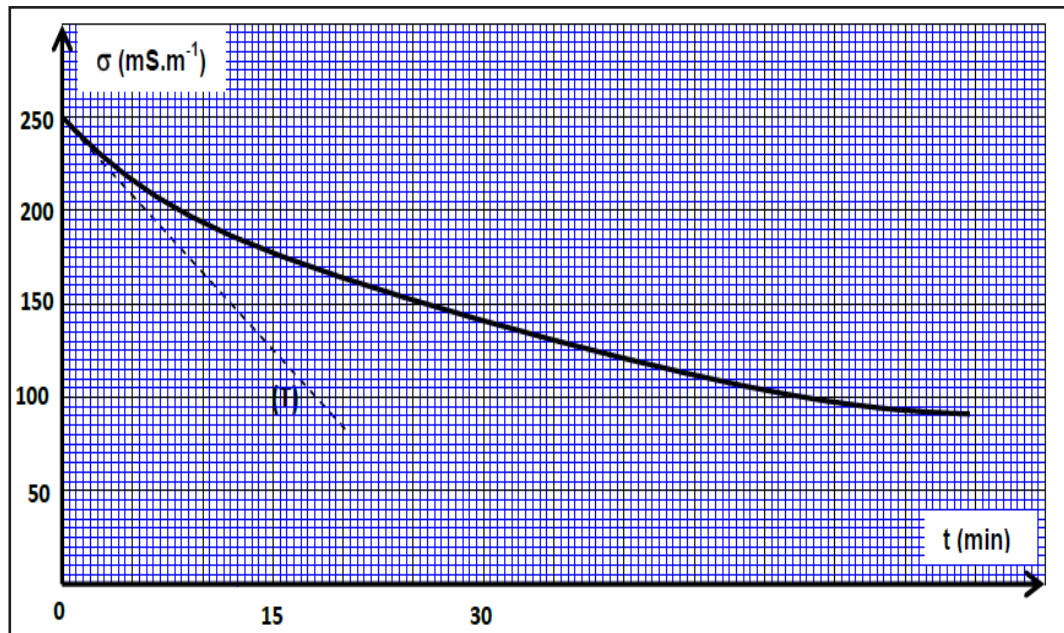
L'équation associée à la réaction chimique s'écrit : $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2(l) + \text{HO}^-_{(aq)} \longrightarrow \text{A}^-_{(aq)} + \text{B}_{(aq)}$

2.1. Écrire la formule semi-développée de l'espèce chimique A^- et donner son nom.

2.2. Dresser le tableau d'avancement de la réaction.

2.3. On suit l'évolution de la réaction en mesurant la conductivité σ du mélange réactionnel à des instants différents.

Le graphe ci-dessous représente $\sigma(t)$ ainsi que la tangente (T) à l'origine.



A chaque instant t , l'avancement $x(t)$ peut être calculé par l'expression : $x(t) = -6,3 \cdot 10^{-3} \cdot \sigma(t) + 1,57 \cdot 10^{-3}$; avec $\sigma(t)$ la conductivité du mélange réactionnel exprimée en S.m^{-1} et $x(t)$ en mol. En exploitant la courbe expérimentale :

2.3.1. Calculer $\sigma_{1/2}$, la conductivité du mélange réactionnel quand $\max x = x_{\max}/2$; x_{\max} étant l'avancement maximal de réaction.

2.3.2. Trouver, en minutes, le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

2.3.3. Déterminer, en $\text{mol.m}^{-3} \cdot \text{min}^{-1}$, la vitesse volumique v de la réaction à la date $t=0$.

EXERCICE 7

L'oléine est un corps gras constituant majoritaire de l'huile d'olive, c'est un triglycéride qui peut être obtenu par la réaction du glycérol avec l'acide oléique.

Pour préparer le savon, on chauffe à reflux, une fiole contenant une masse $m = 10,0$ g d'huile

d'olive (oléine) et un volume $V = 20$ mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration

$C = 7,5 \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V' = 10$ mL de l'éthanol et des pierres ponce. On chauffe le mélange

réactionnel pendant 30min puis on le verse dans une solution saturée de chlorure de sodium .Après agitation et refroidissement du mélange , on sèche le solide obtenu et on mesure sa masse , on trouve alors $m' = 8,0g$.

Données : glycérol : $CH_2OH - CHOH - CH_2OH$; Acide oléique : $C_{17}H_{33} - COOH$

Masses molaires en $g.mol^{-1}$:

Composé	oléine	savon
Masse molaire en $g.mol^{-1}$	$M(O)=884$	$M(S)=304$

- 1- Expliquer pourquoi on verse le mélange réactionnel dans une solution saturée de chlorure de sodium.
- 2- Ecrire l'équation de la réaction du glycerol avec l'acide oleique .Préciser la formule semi-développée de l'oléine .
- 3- Ecrire l'équation de la réaction de saponification et déterminer la formule chimique du savon en précisant la partie hydrophile de ce produit.
- 4- On suppose que l'huile d'olive n' est constitué que d'oléine. Montrer que l'expression du rendement de la réaction du saponification s'écrit sous la forme $r = \frac{m'}{3m} \cdot \frac{M(O)}{M(S)}$.Calculer r .

Partie II : Préparation d'un ester

Les esters sont des substances organiques, caractérisés par des arômes spécifiques. Ils sont utilisés dans l'industrie agroalimentaire, pharmaceutique... Ils peuvent être extraits de certaines substances naturelles comme ils peuvent être synthétisés aux laboratoires.

On étudie dans cette partie la réaction de l'acide méthanoïque avec le propan -1-ol (C_3H_7OH) .

On donne la masse molaire : $M(HCOOH) = 46 g.mol^{-1}$.

En chauffant, à reflux, à une température constante, un mélange (S) contenant $n_1 = 0,2 mol$ d'acide méthanoïque et $n_2 = 0,2 mol$ de propan-1-ol , on obtient un composé organique et de l'eau. On choisit l'instant du début de la réaction comme origine des dates ($t=0$).

1- Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :

Au cours d'une réaction d'estérification :

- a-** la quantité de matière de l'ester formé diminue en éliminant l'eau.
- b-** le temps de demi-réaction diminue si on utilise un catalyseur.
- c-** le quotient de réaction diminue .
- d-** la vitesse volumique de la réaction augmente au cours de l'évolution temporelle du système.

2-Ecrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation chimique modélisant la réaction qui a lieu. Donner le nom du composé organique formé.

3-A un instant de date t_1 , la masse de l'acide restant est $m=6,9g$.

Sachant que le rendement de cette réaction est $r=67\%$, montrer que l'état d'équilibre n'est pas encore atteint à cet instant .

Réactions d'estérification et d'hydrolyse

I-Rappel:

1) La chimie organique:

La chimie organique s'appelle aussi la chimie du carbone car tous les composés organiques contiennent l'élément carbone C. L'atome de carbone a pour numéro atomique $Z=6$, sa structure électronique est : $(K)^2 (L)^4$, il a quatre électrons dans la couche externe, donc quatre électrons de valence, on dit qu'il est tétravalent.

Le modèle de Louis pour l'atome de carbone est: $\cdot\overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\text{C}}}\cdot$

Dans tous les composés organiques l'atome de carbone ne participe que par quatre liaisons avec les atomes voisins.

2) Les alcanes et les radicaux alkyls:

Les alcanes sont des hydrocarbures saturés de formule brute générale : $C_n H_{2n+2}$

Nombre d'atome de carbone	Formule brute	Nom de l'alcane
1	CH ₄	méthane
2	C ₂ H ₆	éthane
3	C ₃ H ₈	propane
4	C ₄ H ₁₀	butane
5	C ₅ H ₁₂	pentane
6	C ₆ H ₁₄	hexane
7	C ₇ H ₁₆	heptane
8	C ₈ H ₁₈	octane
9	C ₉ H ₂₀	nonane
10	C ₁₀ H ₂₂	décane

Les radicaux alkyles ont pour formule brute $-C_n H_{2n+1}$

Le radical alkyl dérive d'un alcane par perte d'un atome d'hydrogène.

Le nom du radical alkyl s'obtient à partir du nom de l'alcane correspondant en remplaçant la terminaison "ane" par "yle"

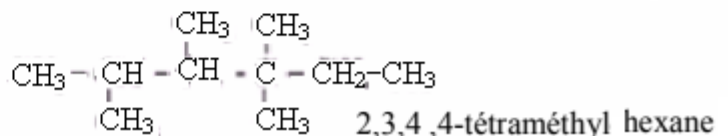
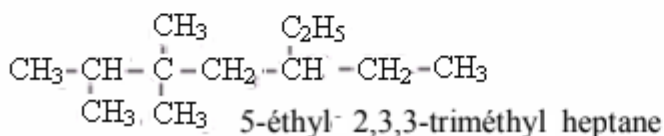
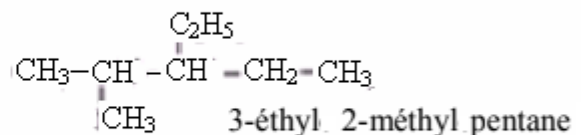
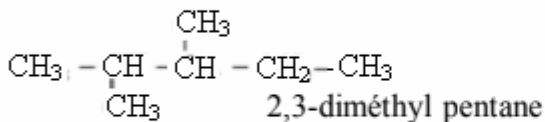
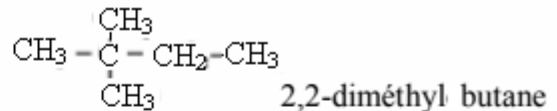
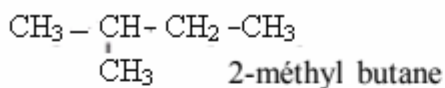
Exemples:

Nombre d'atomes de carbones	L'alcane	Son nom	L'alkyl correspondant	Son nom
1	CH ₄	méthane	-CH ₃	méthyle
2	C ₂ H ₆	éthane	-C ₂ H ₅	éthyle
3	C ₃ H ₈	propane	-C ₃ H ₇	propyle
4	C ₄ H ₁₀	butane	-C ₄ H ₉	butyle

3) Nomenclature des alcanes ramifiés:

Le nom principal de l'alcane ramifié est donné par la chaîne carbonée la plus longue que l'on le précède par les nom des radicaux alkyls classés par ordre alphabétique et numérotés en utilisant les plus petits nombres possibles.

Exemples:



II-Composés organiques oxygénés-réaction d'estérification:

1) Les alcools:

a) Définition:

La molécule d'alcool contient le groupement fonctionnel -OH appelé **groupement hydroxyle**.

La formule brute générale des alcool : R-OH. R- ; est un groupe alkyl. $-C_n H_{2n+1}$

b) Nomenclature des alcools:

Le nom de l'alcool se déduit du nom de l'alcane correspondant (qui comporte le même nombre d'atomes de carbones) en remplaçant le (e) dans la terminaison du nom de l'alcane par (ol).

Exemples:

méthane CH_4 -----> méthanol $\text{CH}_3\text{-OH}$

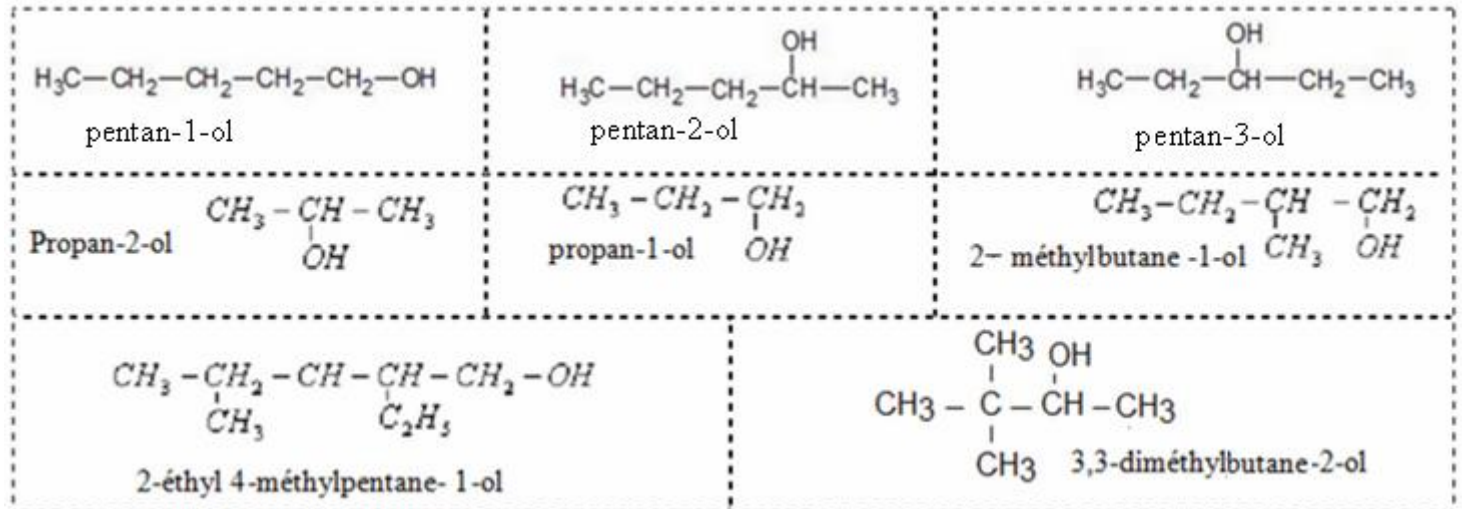
éthane C_2H_6 -----> éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{-OH}$

propane C_3H_8 -----> propanol $\text{C}_3\text{H}_7\text{-OH}$

butane C_4H_{10} -----> butanol $\text{C}_4\text{H}_9\text{-OH}$

Pour les alcools ramifiés, la chaîne carbonée principale est la plus longue chaîne qui comporte le carbone fonctionnel et pour préciser la position du groupe -OH sur la chaîne carbonée on utilise le suffixe (ol) précédé du plus petit nombre qui indique la position du carbone fonctionnel sur la chaîne carbonée principale.

Exemples:



On distingue trois classes d'alcools, les alcools primaires, les alcools secondaires et les alcools tertiaires.

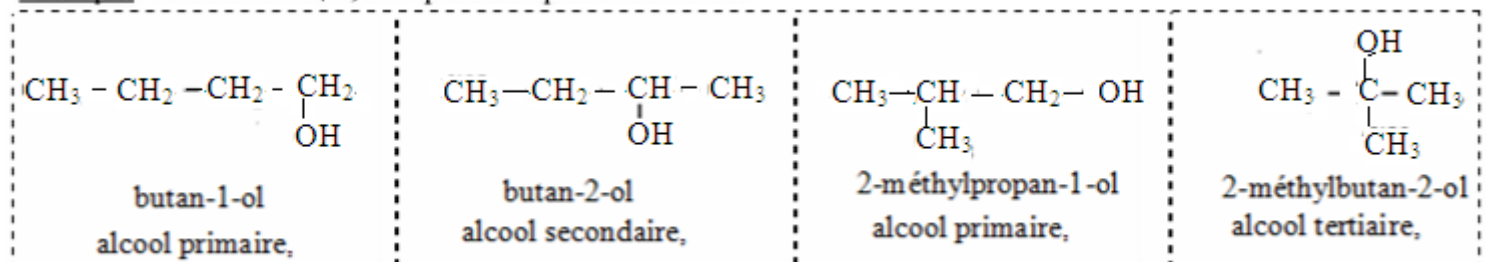
Classe de l'alcool	Alcool primaire	Alcool secondaire	Alcool tertiaire
Formule générale	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{H} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{R}' \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{R}'' \\ \\ \text{R}-\text{C}-\text{OH} \\ \\ \text{R}' \end{array}$

Dans un alcool primaire, le carbone fonctionnel est lié à deux atomes d'hydrogène.

Dans un alcool secondaire, le carbone fonctionnel est lié à un seul atome d'hydrogène.

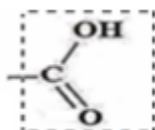
Dans un alcool tertiaire, le carbone fonctionnel n'est lié à aucun atome d'hydrogène.

Exemple: le butanol $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$ possède quatre isomères:

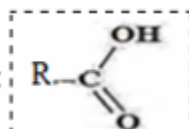


2) Les acides carboxyliques:

a) Définition: L'acide carboxylique est un composé organique dont la molécule possède le groupement fonctionnel suivant :



ou: -COOH appelé groupement carboxyle.



La formule brute générale des acides carboxyliques est :

R: groupe alkyle ou groupe aryle.

b) Nomenclature des acides carboxyliques:

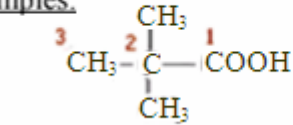
Le nom de l'acide carboxylique se déduit de celui de l'alcane correspondant en remplaçant le (e) dans la terminaison du nom de l'alcane par (**oïque**) que l'on le fait précéder par le mot "acide".

Exemples:

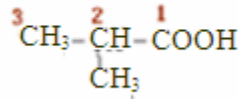
méthane CH_4 -----> **acide méthanoïque** HCOOH
 éthane C_2H_6 -----> **acide éthanoïque** $\text{CH}_3\text{-COOH}$
 propane C_3H_8 -----> **acide propanoïque** $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$
 butane C_4H_{10} -----> **acide butanoïque** $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-COOH}$
 pentane C_5H_{12} -----> **acide pentanoïque** $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-COOH}$

Remarque: Dans le cas des acides carboxyliques on commence la numérotation à partir du carbone fonctionnel qui se trouve toujours au bout de la chaîne.

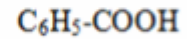
Exemples:



Acide 2-2-diméthylpropanoïque



acide 2-méthylpropanoïque

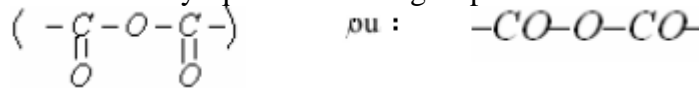


acide benzoïque

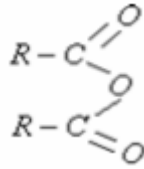
3) Anhydride de l'acide carboxylique:

a) Définition:

La molécule de l'anhydride de l'acide carboxylique contient le groupement fonctionnel suivant:



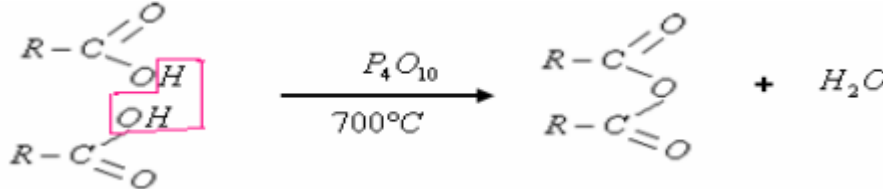
La formule brute générale des anhydrides de l'acide carboxylique est :



b) Préparation de l'anhydride de l'acide carboxylique:

La préparation de l'anhydride de l'acide carboxylique se fait à partir de l'acide carboxylique par chauffage à 700°C et en utilisant un déshydratant (comme l'oxyde de phosphore P_4O_{10}).

Pendant cette réaction il y'a élimination d'une molécule d'eau entre deux molécules d'acide.



Le nom de l'anhydride se dérive de celui de l'acide carboxylique correspondant en remplaçant le mot acide par anhydride.

Exemples:

A partir de l'acide éthanoïque $\text{CH}_3\text{-CO-OH}$ on obtient l'anhydride éthanoïque $\text{CH}_3\text{-CO-O-CO-CH}_3$.

A partir de l'acide méthanoïque HCO-OH on obtient l'anhydride méthanoïque HCO-O-OCH .

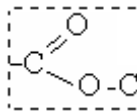
A partir de l'acide éthanoïque $\text{CH}_3\text{-CO-OH}$ et l'acide méthanoïque HCO-OH on obtient l'anhydride éthanoïque et méthanoïque et $\text{CH}_3\text{-CO-O-OCH}$.

4) Les esters:

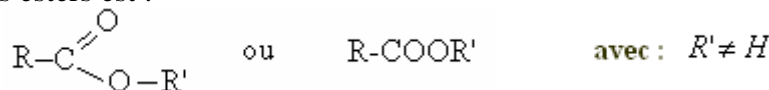
a) Définition:

Les esters sont des composés organiques, ce sont généralement des liquides volatils caractérisés par une odeur agréable.

La molécule de l'anhydride de l'acide carboxylique contient le groupement fonctionnel suivant:



La formule brute générale des esters est :



b) Nomenclature:

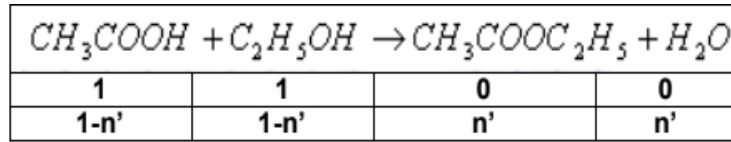
Le nom de l'ester se compose de deux parties:

-La première partie se dérive du nom de l'acide correspondant en remplaçant la terminaison "**oïque**" par "**oate**".

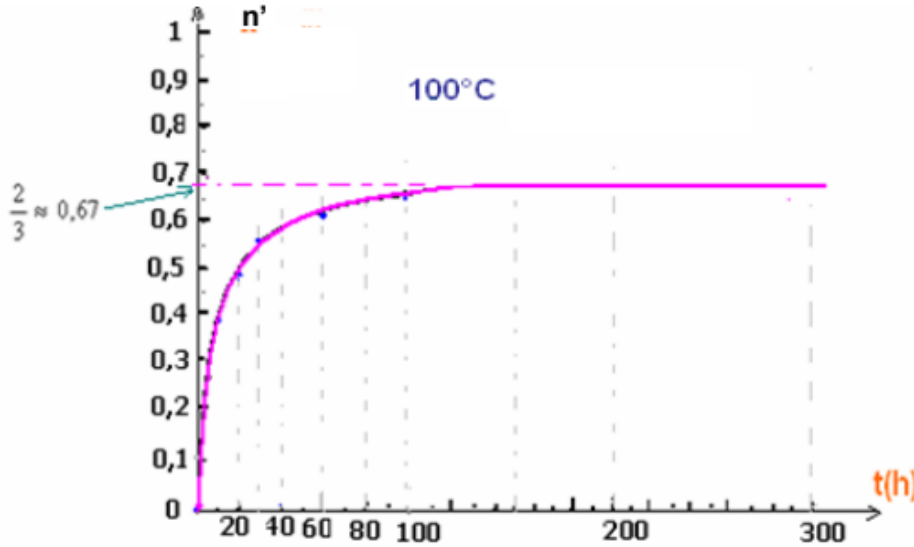
-La deuxième partie c'est le nom du radical alkyl -R' lié à l'atome d'oxygène.

d'une solution de soude de concentration connue.

-Si initialement on part de 1mole de CH_3COOH et 1mole de $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ et si "n" est le nombre de moles de CH_3COOH restant à l'instant t, $n'=1-n$: représente le nombre de moles de CH_3COOH qui a réagi c'est à dire le nombre de moles d'ester formé à l'instant t.



t(h)	0	2	4	10	20	30	40	60	80	100	150	200	300
n	1	0,82	0,74	0,62	0,51	0,44	0,42	0,39	0,38	0,34	0,34	0,34	0,34
n'	0	0,18	0,26	0,38	0,49	0,56	0,58	0,61	0,62	0,64	0,66	0,66	0,66



Pour obtenir un mélange de composition constante à 100°C , on a besoin de 150heures, donc la réaction d'estérification est une réaction **lente**

A l'état final la composition du mélange devient constante mais aucun des réactifs n'a disparu donc la réaction d'estérification est **limitée**. (En plus c'est une réaction **endothermique**)

2) Caractéristiques de la réaction d'estérification:

La réaction d'estérification est une réaction lente, limitée et endothermique.

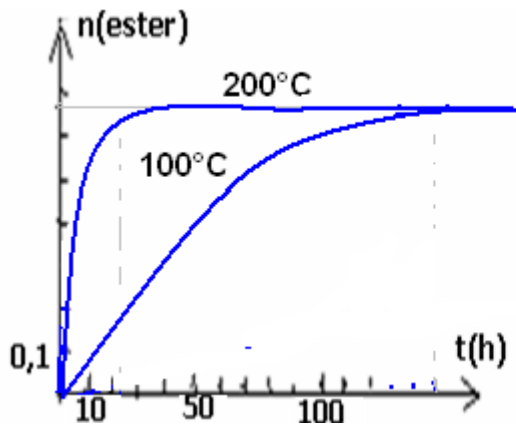
La limite de la réaction d'estérification ne dépend que de la classe de l'alcool utilisé :

Classe de l'alcool	La limite
Alcool primaire	67%
Alcool secondaire	60%
Alcool tertiaire	5%

3) Les facteurs cinétiques de la réaction d'estérification:

a) Influence de la température:

On donne les résultats de l'évolution d'un système équimolaire d'acide éthanoïque et d'éthanol à différentes températures.



température	Temps mis pour atteindre la limite
100°C	150 heures
200°C	24 heures

L'élévation de la température du milieu réactionnel augmente la vitesse de la réaction d'estérification sans influencer sur la limite de l'estérification.

a) Influence du catalyseur:

En introduisant les ions H_3O^+ (par quelques gouttes d'acide sulfurique) dans le mélange réactionnel on fait augmenter la température sans influencer sur la limite de l'estérification.

II-Etude expérimentale de la réaction d'hydrolyse:

1) Réaction d'hydrolyse:

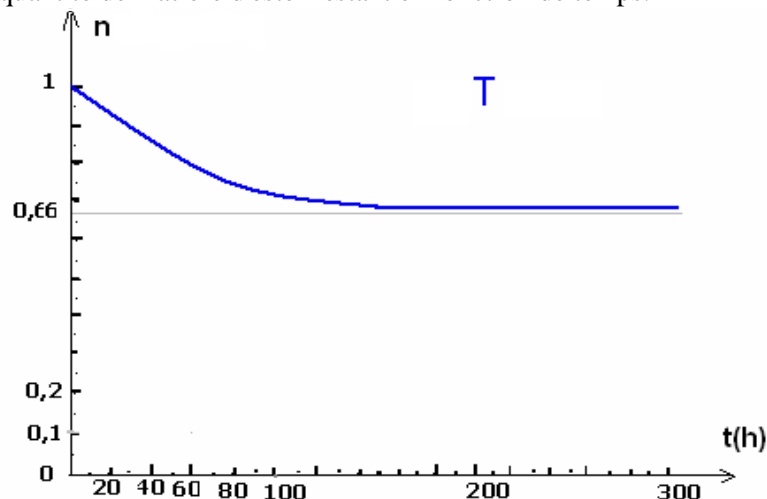
La réaction d'hydrolyse est la réaction entre l'ester et l'eau pour donner l'acide carboxylique et l'alcool c'est la réaction inverse de la réaction d'estérification.



2) Etude de la réaction d'hydrolyse:

En utilisant la même méthode utilisée dans l'étude de l'estérification, on peut suivre l'évolution de la réaction d'hydrolyse en dosant l'acide formé par une base de concentration connue ce qui permet de tracer la courbe de la variation de la quantité de matière d'ester restant en fonction du temps.

La courbe suivante représente la quantité de matière d'ester restant en fonction de temps.

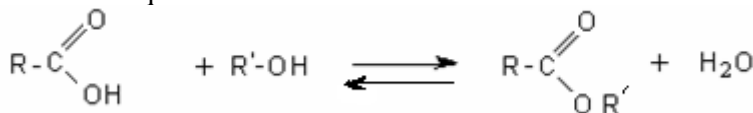


La réaction d'hydrolyse est une réaction lente, limitée, (et endothermique)

III-Equilibre chimique : estérification hydrolyse:

1) Notion d'équilibre : estérification hydrolyse:

La réaction d'estérification et la réaction d'hydrolyse sont deux réactions inverses l'une de l'autre, elles se produisent en temps et même elles conduisent à un équilibre chimique.



Cette transformation est caractérisée par sa constante d'équilibre:

$$K = \frac{[\text{RCOOR}]_{\text{éq}} \times [\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}{[\text{RCOOH}]_{\text{éq}} \times [\text{R}'\text{OH}]_{\text{éq}}}$$

Le quotient de la réaction:

$$Q_r = \frac{[\text{ester}] \cdot [\text{eau}]}{[\text{alcool}] \cdot [\text{acide}]} = \frac{n_{(\text{ester})} \cdot n_{(\text{eau})}}{n_{(\text{alcool})} \cdot n_{(\text{acide})}}$$

N.B. Dans le cas de l'estérification l'eau est un produit de la réaction et non pas un diluant sa concentration doit figurer dans l'expression de K ou dans Q_r .

• L'utilisation de l'un des réactifs en excès (l'alcool ou bien l'acide) entraîne la diminution du quotient de la réaction Q_r il devient $Q_r < K$ ce qui conduit à l'évolution du système dans le sens direct (sens de l'estérification).

• L'élimination de l'un des produits (eau ou bien l'ester) entraîne aussi la diminution du quotient de la réaction Q_r il devient $Q_r < K$ ce qui conduit à l'évolution du système dans le sens direct (sens de l'estérification) ..

2) Les facteurs influençant l'équilibre :

a) Amélioration du rendement de l'estérification:

Le calcul du rendement permet de déterminer l'efficacité d'une synthèse chimique de l'ester formé.

Or la réaction d'estérification est toujours accompagnée de la réaction d'hydrolyse et ces deux réactions sont limitées, donc on a toujours $x_r < x_{\text{max}}$.

Le rendement de la réaction d'estérification est égal au rapport de la quantité de matière du produit obtenue n_{exp} par celle

$$\text{maximale attendue } x_{\text{max}} : r = \frac{n_{\text{exp}}}{n_{\text{max}}}$$

Remarque: le rendement de l'estérification dépend de la classe de l'alcool utilisé :

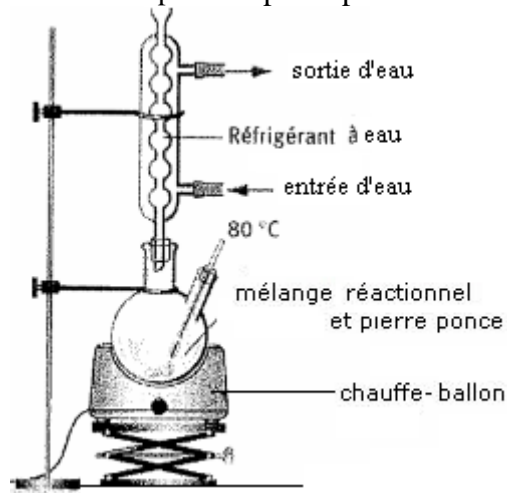
Pour les alcools primaires $r = 67\%$

Pour les alcools secondaires $r = 60\%$

Pour les alcools tertiaires $r = 5\%$

Remarque: Généralement la température d'ébullition de l'ester est inférieure à celle des autres constituants du mélange réactionnel, pour cela on utilise le chauffage à reflux qui a pour but

- Le chauffage du mélange réactionnel.
- Eviter de perdre une partie des réactifs et des produits par vaporisation.



b) facteurs influençant l'équilibre:

<u>Infuence sur la vitesse de la réaction d'estérification</u>	<u>Infuence sur l'état final</u>
Le système chimique atteint son état d'équilibre plus rapidement sans influencer sa composition finale soit: -Par élévation de la température. -En utilisant le catalyseur (H_3O^+).	Pour déplacer l'équilibre dans le sens de la formation de l'ester et augmenter le rendement de l'estérification on doit soit: -éliminer l'un des produits : l'eau ou l'ester. -Utiliser de l'un des réactifs(l'alcool ou l'acide) en excès..

Pr.SBIRO Adelkrim

dimanche 28 avril 2019

I) Recherche d'un: meilleur rendement :

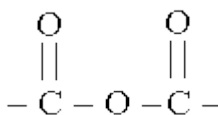
L'estérification et l'hydrolyse sont limitées et lentes même si on peut les accélérer par un excès de réactif, par un catalyseur et en augmentant la température. Pour améliorer le rendement, on a cherché à rendre la réaction inverse impossible en remplaçant un réactif.

Pour l'estérification, on remplace l'acide carboxylique par un anhydride d'acide de façon à ne pas obtenir d'eau, ainsi l'hydrolyse de cet ester ne peut pas avoir lieu.

De même, pour l'hydrolyse d'un ester, on remplace l'eau par l'ion hydroxyde HO^- pour ne pas obtenir un acide carboxylique mais sa base conjuguée (l'ion carboxylate) qui ne réagit pas avec l'alcool formé.

II) Anhydride d'acide :

1) Molécule :



Le groupe caractéristique anhydride d'acide est :

La formule générale d'un anhydride d'acide est : $\text{R-CO-O-CO-R}'$

R et R' représentent soit une chaîne carbonée soit un atome d'hydrogène.

Le plus souvent, R et R' sont identiques (sinon c'est un anhydride mixte (hors programme))

Nomenclature :

On remplace acide par anhydride dans le nom de l'acide dont il dérive.

Exemples: $\text{CH}_3\text{-CO-O-CO-CH}_3$

.....
.....

2) Obtention d'un anhydride d'acide :

Un anhydride d'acide est obtenu en éliminant une molécule d'eau entre deux molécules d'acide carboxylique.

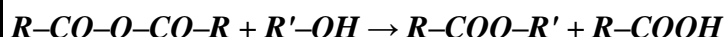
Equation : $\text{R-CO-OH} + \text{HO-CO-R}' = \text{R-CO-O-CO-R}' + \text{H}_2\text{O}$

Exemples :.....

.....

III) Estérification avec un anhydride d'acide :

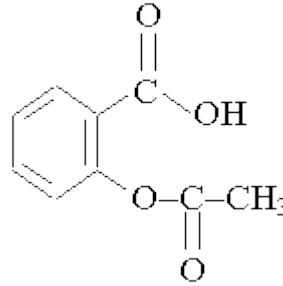
1) Equation de la réaction :



Cette transformation est totale, rapide et catalysée par les ions oxonium H_3O^+ .
L'hydrolyse de l'ester n'est pas possible car il n'y a pas d'eau,
le milieu est anhydre.

Exemples:.....

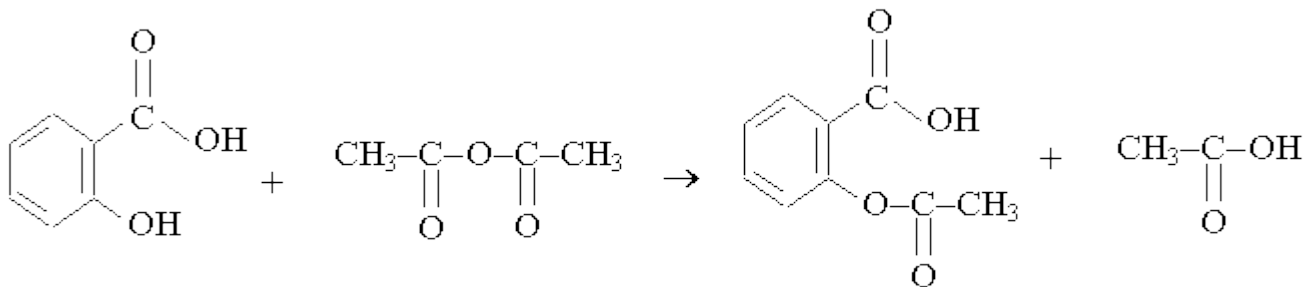
2) Application à la synthèse de l'aspirine :



L'aspirine est l'acide acétylsalicylique.

On l'obtient par estérification du groupe $C-OH$ de l'acide salicylique par l'anhydride éthanoïque.

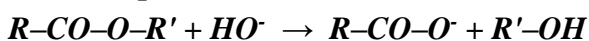
Equation :



acide salicylique anhydride éthanoïque acide acétylsalicylique(aspirine) acide éthanoïque

IV) Hydrolyse basique d'un ester :

1) Equation de la réaction :



En remplaçant l'eau par l'ion hydroxyde, le milieu réactionnel est basique, c'est alors l'ion carboxylate et non l'acide qui est formé. L'estérification ne peut donc plus se produire.

La réaction appelée saponification est alors rapide à chaud et totale.

2) Application à la préparation d'un savon :

a) Corps gras :

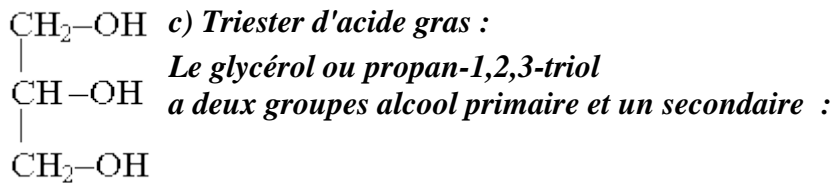
Les corps gras sont des composés naturels appelés aussi lipides. Ils sont insolubles dans l'eau et ont une densité inférieure à 1.

On distingue les huiles (liquides) et les graisses (solides).

Ils sont essentiellement constitués par des triglycérides : triesters du glycérol et d'acides gras.

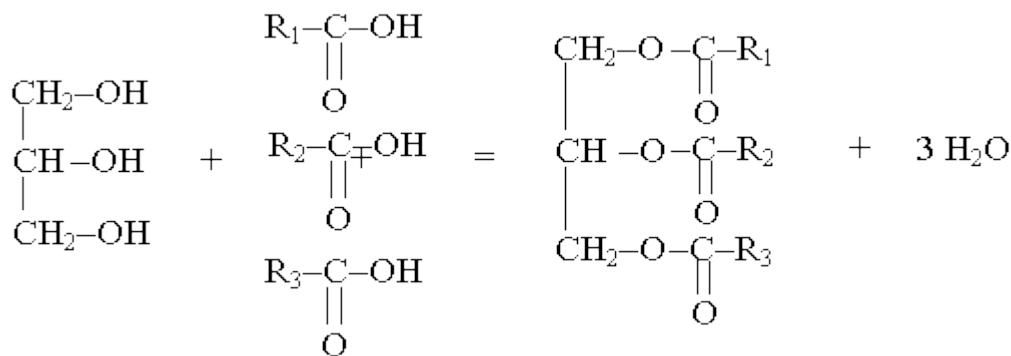
b) Acide gras :

Un acide gras est un acide carboxylique à longue chaîne carbonée R ayant de 4 à 22 atomes de carbone (nombre pair).



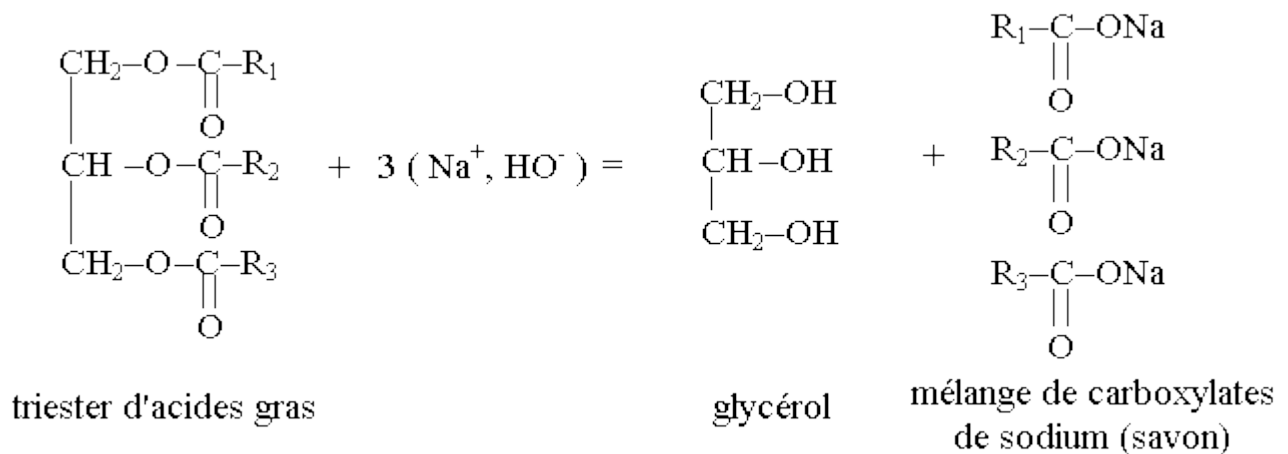
Un triester d'acide gras ou triglycéride est obtenu par estérification des fonctions alcool du glycérol avec un ou plusieurs acides gras.

Equation :



3) Saponification d'un triester d'acides gras :

La saponification d'un triester d'acides gras est l'hydrolyse basique des trois fonctions ester du triglycéride. Il se forme du glycérol et un mélange de carboxylates de sodium (ou de potassium) appelé savon.



En fait, on obtient une solution de carboxylates de sodium de formule générale: R-COO⁻ + Na⁺.

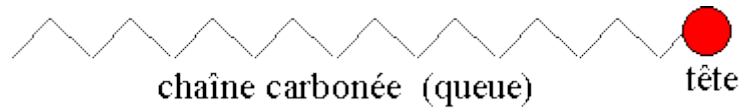
En ajoutant des ions sodium, on déplace l'équilibre R-COONa_(s) = R-COO⁻_(aq) + Na⁺_(aq) dans le sens de la formation du carboxylate de sodium (savon) R-COONa. Ceci est appelée relargage.

Un savon est donc soluble dans l'eau pure et très peu soluble dans l'eau salée (comme dans l'eau dure (calcaire), c'est-à-dire riche en ions calcium Ca²⁺).

4) Propriétés d'un savon :

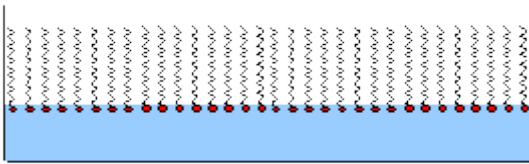
Les propriétés d'un savon sont dues essentiellement aux ions carboxylates.

Un ion carboxylate d'un savon est formé d'une longue chaîne carbonée R appelée queue de l'ion, et d'un groupe $-COO^-$ polarisé appelé tête .



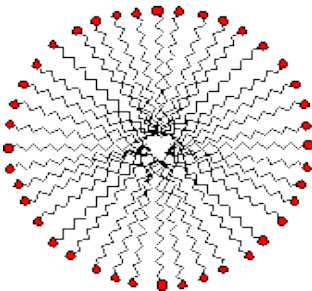
*La tête polarisée possède une affinité marquée pour l'eau qui est un solvant polaire, Elle est **hydrophile**. Au contraire, elle n'a pas d'affinité pour les chaînes carbonées non polaires donc pour les corps gras présents dans les lipides. La tête est **lipophobe**.*

La queue est lipophile, elle a de l'affinité pour les chaînes carbonées et hydrophobe (elle n'est pas polaire comme l'eau).

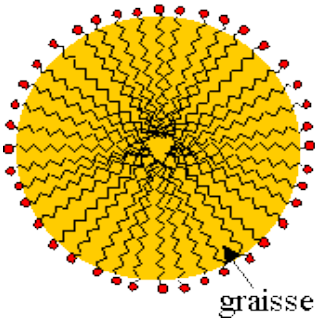


Modes d'action d'un savon :

Un savon $RCOONa_{(s)}$ est peu soluble dans l'eau, les ions carboxylates $RCOO^-_{(aq)}$ sont en faible quantité, la tête hydrophile est dans l'eau et la queue hydrophobe dans l'air.



Lorsque le savon est en quantité suffisante, les ions carboxylates nombreux forment des agrégats ou micelles sphériques, les queues étant à l'intérieur et les têtes hydrophiles à la périphérie.



Pour nettoyer un tissu d'une tache de graisse, le micelle s'ouvre et la queue lipophile des ions carboxylates se fixe dessus et la molécule de graisse est entourée d'ions carboxylates, l'ensemble est lié à l'eau grâce aux têtes hydrophiles des ions carboxylates et s'élimine avec l'eau de rinçage. Les têtes des micelles sont chargées négativement.

Un micelle est entouré d'ions Na^+ , ainsi les micelles se repoussent les uns les autres, cela assure leur dispersion dans la phase aqueuse.

Remarque : Un savon agit peu dans un eau calcaire, salée ou acide car les ions carboxylates sont transformés en $(RCOO)_2Ca$, $RCOONa$ ou $RCOOH$.

V) Influence d'un catalyseur sur l'évolution d'un système :

1) Définition :

Un catalyseur est une substance qui accélère une réaction chimique sans la modifier.

En général, il est régénéré à la fin de la réaction et il n'apparaît pas dans l'équation chimique.

On indique parfois le catalyseur au dessus de la flèche dans l'équation .

2) Catalyses homogène, hétérogène et enzymatique :

La catalyse est l'action d'un catalyseur sur une réaction chimique. Elle est homogène lorsque le catalyseur est dans la même phase que les réactifs, sinon elle est hétérogène.

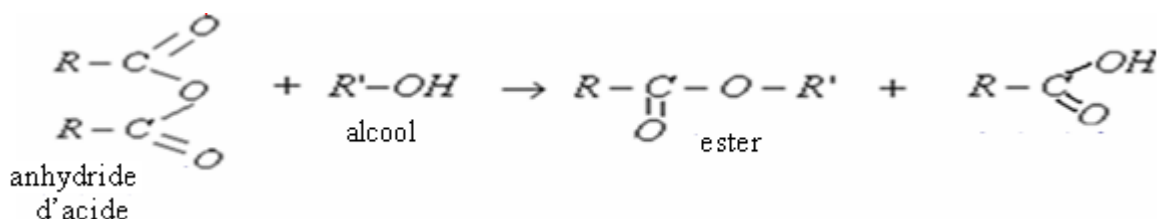
Exemples : La catalyse de l'estérification et l'hydrolyse avec l'acide sulfurique est homogène, on le mélange aux réactifs

Contrôle de l'évolution d'un système chimique

I-L'estérification rapide :préparation d'un ester à partir d'un anhydride d'acide carboxylique:

1)Estérification rapide:

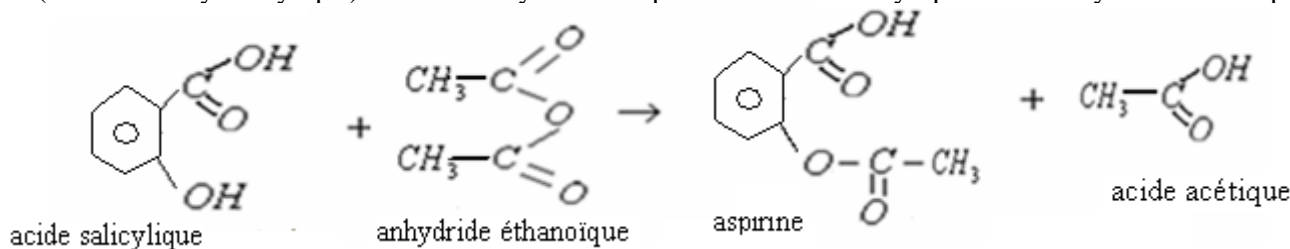
La synthèse des esters à partir des acides carboxyliques est une réaction lente et limitée, elle devient plus rapide et totale lorsque l'acide carboxylique est remplacé par son anhydride.



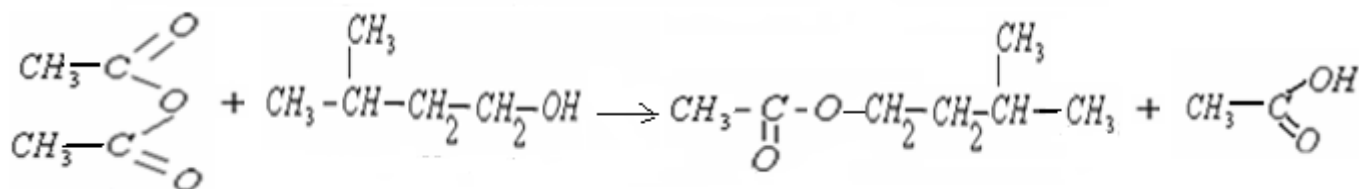
Cette réaction est **rapide et totale** (On l'appelle estérification rapide avec l'anhydride de l'acide carboxylique)

2)Exemple: synthèse de l'aspirine:

L'aspirine (ou acide acétylsalicylique) est un ester synthétisé à partir de l'acide salicylique et de l'anhydride éthanoïque.



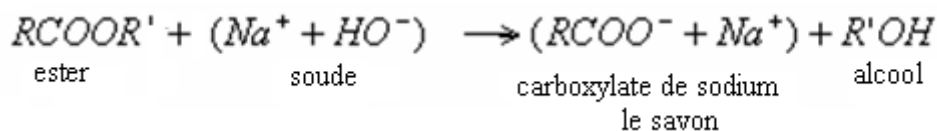
3) Autre exemple: synthèse de l'éthanoate de 3-méthylbutyle.



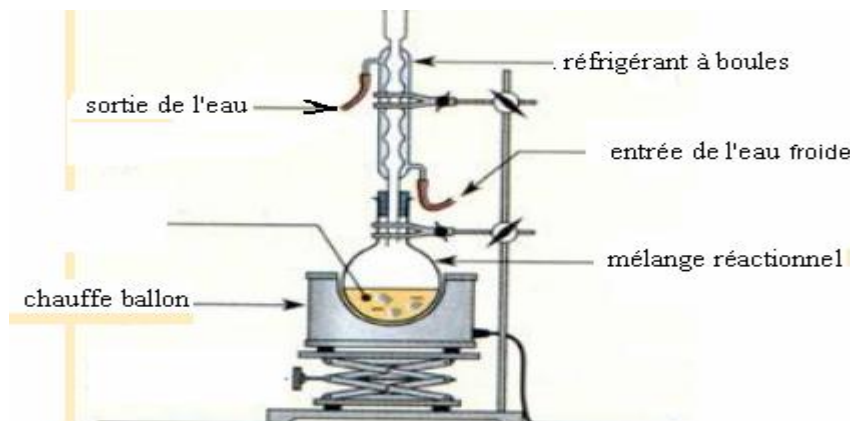
II-Réaction de saponification:

1)Définition :

Les bases fortes comme l'hydroxyde de sodium (ou la potasse) réagissent avec les esters selon une réaction totale appelée : réaction de saponification.



Pour préparer le savon on mélange de l'huile et de soude mis en solution dans l'éthanol et on ajoute la pierre ponce au mélange (pour régulariser l'ébullition) puis on chauffe à reflux, vers 120 °C pendant une demi-heure.



Montage du chauffage à reflux.

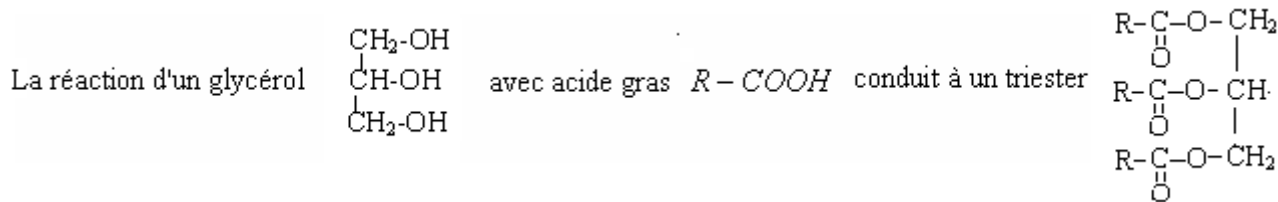
Le savon formé est séparé de l'alcool et de l'excès de soude par relargage dans une solution concentrée de chlorure de sodium car le savon qui n'est trop soluble dans l'eau salée précipite ce qui permet de le recueillir par filtration.

Le relargage est un procédé qui consiste, lorsqu'un produit est soluble à la fois dans l'eau et dans un autre liquide non miscible à l'eau, à ajouter à ce mélange liquide un peu de chlorure de sodium pour faciliter la séparation.

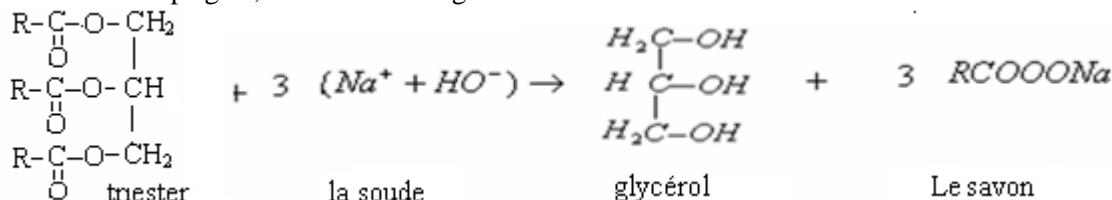
2) Application: saponification des acides gras.

Les acides gras sont des acides carboxyliques RCOOH ayant des chaînes carbonées longues .exemple : $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COOH}$.

La réaction d'un glycérol avec acide gras conduit à un triester.



Le triester résultant est un corps gras, en le faisant réagir avec la soude on obtient du savon.



Exemple : écrire la réaction de saponification si le radical $\text{R} = -(\text{CH}_2)_{14} - \text{CH}_3$

3) Propriétés du savon:

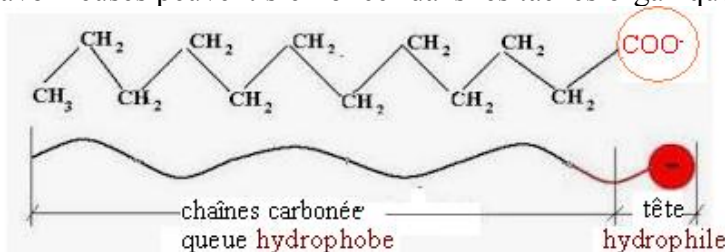
Le savon est un mélange d'ions carboxylates RCOO^- et d'ions sodium Na^+ (ou de potassium K^+) dont les radicaux $-\text{R}$ sont dérivés d'acides gras à longues chaînes carbonées (plus de 10 atomes de carbone).

L'ion carboxylate RCOO^- constituant le savon est une base qui appartient au couple acide/base $\text{RCOOH}/\text{RCOO}^-$, il est constitué de deux parties:

-Une tête soluble dans l'eau $-\text{COO}^-$ appelée la partie **hydrophile**.

-Une longue chaîne carbonée (la queue), insoluble dans l'eau appelée la partie **hydrophobe**. Les parties hydrophobes sont solubles dans les huiles et les graisses constituant la saleté du linge.

Ainsi les particules savonneuses peuvent s'enfoncer dans les tâches organiques et les retirer du tissu.



Les têtes hydrophiles sont attirées par l'eau, tandis que les queues hydrophobes restent à l'extérieur formant des bulles et de la mousse.. Le savon est un bon nettoyant ayant la propriété principale est d'améliorer le pouvoir mouillant de l'eau. Les parties hydrophobes sont solubles dans les huiles et les graisses constituant la saleté du linge.

II-Contrôle de l'évolution d'un système chimique:

1) **Rappel:** En remplaçant l'un des réactifs on peut contrôler l'évolution d'un système chimique et rendre une réaction limitée réaction totale (voir estérification avec un anhydride de l'acide carboxylique) et on peut aussi contrôler l'évolution d'un système chimique en utilisant l'un des facteurs cinétique.

2) Contrôle de l'évolution d'un système chimique par un catalyseur:

Un catalyseur est une substance qui accélère une réaction chimique sans apparaître dans l'équation de la réaction.

Lorsque le catalyseur appartient à la même phase que les réactifs, la catalyse est dite **homogène**.

Lorsque le catalyseur n'appartient pas à la même phase que les réactifs, la catalyse est dite **hétérogène**.

Lorsque le catalyseur est une enzyme, la catalyse est **enzymatique**.

L'utilisation de certains catalyseurs **sélectifs** peut conduire à des produits différents.

Exemple : La vapeur d'éthanol à 300°C envoyée sur deux catalyseurs différents :

-Avec le catalyseur alumine Al_2O_3 , on obtient de l'éthylène : $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH} \rightarrow \text{CH}_2\text{CH}_2 + \text{H}_2\text{O}$

-Avec le catalyseur cuivre Cu , on obtient de l'éthanal : $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH} \rightarrow \text{CH}_3\text{CHO} + \text{H}_2$